

Міністерство освіти і науки України
Донецький національний технічний університет

Кафедра «Вища математика» ім. В.В. Пака

Збірник науково-методичних робіт

Випуск 5

Донецьк – 2007

УДК 51(07), 51, 519.216, 517.518.45, 517.9, 531.38, 539.5,
5:371.214.114 , 621.647.1:621.316.1

Рекомендовано до друку Радою Донецького Національного
Технічного Університету
Протокол № 9 від 21.12. 2007 р.

Збірник науково-методичних робіт. - Вип. 5. - Донецьк:
ДонНТУ, 2007. – 212 с.

В збірнику представлено різні напрямки застосування математичних методів до розв'язання інженерних задач, а саме, задач механіки твердого тіла, фізики магнітних явищ, статистичної фізики та інших.

Науково-методичні роботи є узагальненням досвіду викладачів кафедри по удосконалюванню математичної підготовки спеціалістів.

Видання розраховано на широке коло наукових робітників, а також аспірантів та студентів старших курсів університетів.

Редакційна колегія: проф. Улітін Г.М. - редактор, проф. Петренко О.Д., проф. Лесіна М.Ю, проф. Косолапов Ю.Ф., доц. Мироненко Л.П., ст. викл. Локтіонов І.К. (ДонНТУ).

Адреса редакційної колегії : Україна, 83050, м. Донецьк, вул. Артема, 96, ДонНТУ, 3-й учбовий корпус, кафедра "Вища математика", тел. (062) 3010901.

© Донецький Національний технічний університет, 2007 р.

Выход винтовых дислокаций на стационарный режим движения***В. В. Малашенко****Донецкий национальный технический университет
Донецкий физико-технический институт НАН Украины*

Теоретично досліджено перехідні процеси щодо руху дислокацій в кристалі з точковими дефектами.

Движение дислокаций в кристаллах довольно часто имеет нестационарный характер, поэтому исследование выхода дислокаций на стационарный режим скольжения является важным и пока еще недостаточно изученным аспектом дислокационной динамики. Особенно важен учет переходных процессов при движении дислокаций в поле переменных внешних нагрузок. Многочисленные эксперименты (см., например, обзоры [1-3]) доказывают возможность стационарного движения дислокаций в динамической области. Согласно современным представлениям стационарное движение дислокаций при комнатных температурах обеспечивается в основном фонными механизмами диссипации энергии. Однако с понижением температуры фонный вклад в константу демпфирования уменьшается, и при достаточно низких температурах динамическое торможение дислокации точечными дефектами (примесями, вакансиями, междоузельными атомами) может стать определяющим, поскольку эффективность этого механизма диссипации практически не зависит от температуры. Возникает вопрос: возможно ли в этом случае стационарное движение дислокации? Известно, что в области температур, при которых доминирующими являются фонные механизмы торможения, и скорость установившегося движения дислокаций, и характерное время выхода дислокации на стационарный режим движения определяются константой фонной вязкости. В работе [4] исследовалось нестационарное движение краевой дислокации в поле хаотически распределенных точечных дефектов. Было показано, что характерное время переходного процесса в случае краевой дислокации определяется взаимодействием не с фонной подсистемой, а с именно с точечными дефектами. Кроме того, в отсутствие фонных механизмов диссипации движение краевой дислокации является абсолютно неустойчивым. В настоящей работе исследовано нестационарное движение винтовой дислокации в поле точечных дефектов и показано, что оно существенно отличается от движения краевой. В данной работе мы попытаемся ответить на следующие вопросы: при каких условиях возможно стационарное движение винтовой дислокации в поле точечных дефектов, чем

определяется ее стационарная скорость и характерное время переходного процесса, как зависят переходные процессы от типа точечных дефектов?

Пусть прямолинейная винтовая дислокация движется в плоскости XOY вдоль оси OX . Линия дислокации и вектор Бюргерса направлены вдоль оси OY , положение дислокации определяется функцией $X(y, t)$. В начальный момент времени дислокация неподвижна и прямолинейна:

$X(y, 0) = 0; \dot{X}(y, 0) = 0$ (точка означает дифференцирование по времени). При $t = 0$ дислокация начинает скользить под действием постоянного внешнего напряжения σ_0 . Функцию $X(y, t)$ представим в виде

$$X(y, t) = u(t) + w(y, t); \langle X(y, t) \rangle = u(t); \dot{u}(t) = v(t) \quad (1)$$

Здесь $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по хаотическому распределению дефектов, функция $u(t)$ описывает движение дислокации как целого, $v(t)$ - скорость движения дислокации. Движение дислокации описывается уравнением

$$m \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \frac{d^2 w(y, t)}{dt^2} - c_t^2 \frac{d^2 w(y, t)}{dy^2} = \theta(t) \quad (2)$$

$$[bs_0 - F_d \{u(t) + w(y, t), y, 0\}] \theta(t)$$

Здесь m - масса единицы длины дислокации, $\theta(t)$ - функция Хевисайда, F_d - сила торможения, действующая на дислокацию со стороны точечных дефектов, c_t - скорость поперечных звуковых волн. В принятых нами обозначениях после усреднения по хаотическому распределению дефектов уравнение движения винтовой дислокации примет вид

$$m v(t) = b \sigma_0 - \frac{nb^2}{mc_t} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \left| \sigma_{yz}(\bar{q}) \right|^2 \frac{q_x \sin[(q_x v - q_y c_t) t]}{q_y (q_x v - q_y c_t)}$$

Здесь $\sigma_{yz}(\bar{q})$ - Фурье-образ тензора напряжений, создаваемых точечным дефектом, n - концентрация дефектов. Существование стационарного решения определялось из условия $v(t) = v_0$ при стремлении t к бесконечности. Выполняя этот предельный переход и производя

интегрирование по импульсам, получим выражение для скорости стационарного движения винтовой дислокации

$$v_0^{scr} = \frac{\sigma_0 m c_t^3}{n_0 b^2 \mu^2 \varepsilon^2} \quad (4)$$

где μ - модуль сдвига, ε - параметр несоответствия дефекта.

Пользуясь методами теории вычетов, можно показать, что характер переходного процесса определяется поведением Фурье-образа тензора напряжений в области малых импульсов, т.е. на больших расстояниях. Сделанный нами вывод продемонстрируем на примере некоторых модельных выражений [5,6].

1. Дефекты, создающие напряжения типа экранированного кулоновского поля

$$s_{yz}(\bar{r}) = D \frac{\|z\|^2 e^{-kr}}{\|z\|y r} \quad s_{yz}(\bar{q}) = 4pD \frac{q_y q_z}{q^2 + k^2} \quad (5)$$

Выход дислокации на стационарный режим происходит экспоненциально

$$v = v_0 (1 - e^{-\gamma t}) - \eta \frac{e^{-\kappa v_0 t}}{\sqrt{\kappa v_0 t}} \quad (6)$$

Здесь $\gamma = B/m$, где B - константа демпфирования, обусловленная торможением дислокации точечными дефектами (см. [7]), $B = n_0 \varepsilon^2 \mu b c_t^{-1}$.

2. Дефекты типа центра дилатации

$$\sigma_{yz}(\bar{r}) = \mu R^3 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \frac{1}{r} \quad \sigma_{yz}(\bar{q}) = \frac{4\pi \mu a^3 \varepsilon q_y q_z}{q^2} \quad (7)$$

Переходный процесс в этом случае описывается степенным законом

$$v = v_0 (1 - e^{-\gamma t}) - \frac{1}{t^2} \frac{\beta R^6 \mu^2 \varepsilon^2}{\gamma_0 c_t^2} \quad (8)$$

3. Дельтаобразные точечные дефекты

$$\sigma_{yz}(\bar{r}) = K \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \delta(\bar{r}) \quad \sigma_{yz}(\bar{q}) = K q_y q_z \quad (9)$$

Переходный процесс в этом случае имеет характер затухающих осцилляций, причем затухание происходит по степенному, а не по экспоненциальному закону

$$v = v_0(1 - e^{-\eta}) - \varphi \frac{\sin\left(\frac{v_0 t}{b}\right)}{t} \quad (10)$$

Таким образом, для винтовой дислокации, как и для краевой, выход на стационарный режим движения при наличии постоянных внешних сдвиговых напряжений и взаимодействия со случайно расположенными дефектами зависит от вида тензора напряжений, создаваемых дефектами, а характерное время переходного процесса определяется взаимодействием не с фоновой подсистемой, а с точечными дефектами. Однако имеется ряд существенных различий в характере переходных процессов винтовой и краевой дислокации. Так в случае краевой дислокации стационарное решение является неустойчивым по отношению к малым вариациям скорости, т.е. при отсутствии фоновых механизмов торможения стационарный режим не может быть реализован. При наличии фоновой вязкости для краевой дислокации существуют два значения стационарной скорости, одно из которых соответствует устойчивому решению, другое - неустойчивому, причем существует некоторое минимальное значение скорости, ниже которого стационарного решения вообще не существует. В случае винтовой дислокации стационарное решение является устойчивым и может быть реализовано даже при отсутствии фоновой диссипации, а значение стационарной скорости пропорционально величине внешнего сдвигового напряжения и обратно пропорционально концентрации точечных дефектов.

Полученные результаты справедливы при выполнении условия

$$\left(\frac{\sigma_0}{\mu}\right) \gg n_0 \varepsilon.$$

Литература

1. В. И. Альшиц, В. Л. Инденбом.- УФН.- **115**, 1 (1975).
2. М. И. Каганов, В. Я. Кравченко, В. Д. Нацк.- УФН .- **111**, 655 (1973).
3. А. М. Косевич.- УФН.- **84**, 579 (1964).
4. В. В. Малашенко, В. Л. Соболев, Б. И. Худик.- ФММ **61**, 218 (1986).
5. В. В. Малашенко, Т. И. Малашенко.- ФТВД.- **9**, 30 (1999).
6. В.В. Малашенко, Т.И. Малашенко.- ФТВД.- **11**, 121(2001).
7. В. В. Малашенко.- ФТГ.- **39**, 493 (1997).

СОДЕРЖАНИЕ

1. Улитин Г.М. Об одном способе доказательства формулы Тейлора.....	3
2. Малащенко В. В., Малащенко Т.И. Надбарьерное скольжение краевой дислокации через дислокационный лес	6
3. Малащенко В. В. Динамика дислокаций в примесных кристаллах.....	10
4. Малащенко В. В. Выход винтовых дислокаций на стационарный режим движения.....	17
5. Зиновьева Я.В. Новое точное решение задачи о движении двух гироскопов Лагранжа, сочлененных идеальным сферическим шарниром, на инвариантном соотношении специального вида.....	21
6. Лесина М.Е., Зиновьева Я.В. Частное решение задачи о движении по инерции двух гироскопов Лагранжа.....	32
7. Лесина М.Е., Зиновьева Я.В. Частное решение уравнений движения системы двух гироскопов Лагранжа, при одном условии, связывающем циклические постоянные.....	42
8. Руссиян С. А. Исследование влияния переходных процессов на устойчивость работы аппарата АЗУР-1 при коммутации кабельного ответвления сети.....	65
9. Лесина М.Е., Гоголева Н.Ф. Уравнение аксоидов задачи о движении двух гироскопов Лагранжа, соединенных неголономным шарниром при нулевом значении момента количества движения системы.....	70
10. Лесина М.Е., Гоголева Н.Ф. Аксоиды для нового точного решения в задаче о движении по инерции двух гироскопов Лагранжа, соединенных неголономным шарниром.....	96
11. Гончаров А.Н. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и определитель Вронского.....	125
12. Ярхо Т.А. Особенности изложения темы числовые ряды в курсе высшей математики технического университета	127
13. Наконечная Т.В., Никулин А.В. Применение таксонометрического метода при планировании математической подготовки студентов технических направлений	144
14. Варварецька Г.А., Клімова Т.І., Сапронова Т.М. Система роботи викладачів математики вищої школи в центрі довузівської підготовки ОНМА	152
15. Евсеева Е. Г., Савин А. И. Опорный конспект по теории множеств....	161
16. Косолапов Ю.Ф., Ляшенко С. В. Некоторые применения дельта-функции во втузе.....	171
17. Алексеева І.В., Гайдей В.О., Диховичний О.О., Коновалова Н.Р., Федорова Л.Б. Курс дистанційної освіти « Лінійна алгебра та Аналітична геометрія »	178

18. Ткач Ю.М. Міжпредметні зв'язки при вивченні математики та основ економіки в класах економічного профілю.....	187
19. Локтионов И.К., Гусар Г.А., Локтионов К.И. Оценки погрешностей квадратных формул – общий подход.....	196
20. Ехилевский С.Г. Дискретность спектральной плотности и представление для обобщенных функции Дирака и Хевисайда.....	202
21. Ехилевский С.Г. Разложение в ряд Фурье таблично заданных функций.....	206