УДК 519.85

Применение метода Брауна-Робинсона для поиска оптимальных стратегий в экономике

Куликова Е.Б., Панченко О.О., Хоруженко А.С.

Науч. рук.: асс. Хоруженко А.С.

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк

Введение

Распространенный способ решения матричной игры путем сведения ее к задаче линейного программирования обладает тем недостатком, что процесс решения задачи линейного программирования существенно усложняется для матриц большой размерности. В таких случаях обычно используют методы декомпозиции задачи линейного программирования, когда вместо решения задачи с исходной матрицей строится координирующая задача с матрицей, у которой мало строк, но много столбцов. На каждой итерации координирующей задачи решается некоторая совокупность вспомогательных задач линейного программирования с матрицами меньших размерностей. К сожалению, декомпозиционные методы эффективны лишь для матриц специального вида (например, блочно-диагональных).

Идея метода Брауна-Робинсона (метода фиктивного разыгрывания) многократное фиктивное разыгрывание игры с заданной матрицей выигрыша.

Одно повторение игры – партия. Пусть разыгрывается игра с $(m \times n)$ – матрицей A = $\{a_{ij}\}$. В 1-й партии оба игрока выбирают совершенно произвольные чистые стратегии. В k-й партии каждый игрок выбирает ту чистую стратегию, которая максимизирует его ожидаемый выигрыш против наблюдаемого эмпирического вероятностного распределения противника за (k-i) партий.

Предположим, что за первые k разыгрываний игрок 1 использовал i-ю стратегию ξ_i^k раз (i= 1, ..., m), а игрок 2 – j-ю стратегию η_j^k раз (i=1, ..., n).

Тогда в (k+1)-й партии игрок 1 будет использовать i_{k+1}-ю стратегию, а игрок 2 □ свою j_{k+1}-ю стратегию, где

$$\overline{\upsilon}^k = \max_i \sum_i \alpha_{ij}\,\eta_j^k = \sum_j \alpha_{i_{k+1}j}\eta_j^k$$

$$\underline{\upsilon}^k = \min_j \sum_i \alpha_{ij}\,\xi_i^k = \sum_i \alpha_{i_{k+1}}\xi_i^k$$

Пусть υ □ значение матричной игры.

Векторы $x^k = \{\xi_1^k/k, \ldots, \xi_{10}^k/k\}$, $y^k = \{\eta_1^k/k, \ldots, \eta_{10}^k/k\}$ □ являются смешанными стратегиями игроков, тогда по определению значения игры имеем:

$$\max_k = \underline{\upsilon}^k/k \le \upsilon \le \min_k \overline{\upsilon}^k / k$$

Таким образом, получен некоторый итеративный процесс, позволяющий находить приближенное решение матричной игры, при этом степень близости

приближения к истинному значению игры определяется длиной интервала
$$\left[\max_k \underline{v}^k/k, \quad \min_k \overline{v}^k/k\right]$$

Сходимость алгоритма гарантируется теоремой:

$$\lim_{k\to\infty}(\min_k \overline{v}^k / k) = \lim_{k\to\infty}(\max_k \underline{v}^k /k)\ [4]$$

Описание объекта исследования

Пусть первый игрок – это «Конкурент», а второй – «Фирма». Стратегии игрока 1 расположены по строкам, а игрока 2 - по столбцам матрицы выигрышей. Рассмотрим алгоритм фиктивного разыгрывания на примере игры этих двух игроков (1 – «Конкурент», 2 – «Фирма») с нулевой суммой с функцией игры $H : X \times Y \rightarrow R$, $x = (x_1, \ldots, x_{10}), y = (y_1, \ldots, y_{10})$ - наборы стратегий игроков [2].

Введем следующие обозначения:

i - номер критерия ,i=1 ... I_k ;

k- номер комплексного показателя , k=1,2,3; I_k - количество критериев, используемых для расчета k- го показателя;

n - количество товаров, рассматриваемых в ассортименте;

t - индекс товара , t=1..n;

V_{ik} - вес критерия по k-му показателю , V_{ik} = 1...10;

Z_{ikt} - значение i- го критерия по k-му показателю товара t (бальная оценка).

Фактическая оценка i-го критерия по k-му показателю товара t с учетом весовых коэффициентов:

$$S_{ikt} = V_{ik} \times Z_{ikt}.$$

Идеальное, т. е. максимальное или наилучшее, значение i-го критерия по k-му показателю товара t с учетом весовых коэффициентов:

$$S_{ikt}^0 = V_{ik} \times 10.$$

Значение k-го показателя по товару t, выраженное в процентах, рассчитывается по формуле:

$$R_{kt} = 100\frac{\sum_{i=1}^{I_k} S_{ikt}}{\sum_{i=1}^{I_k} S_{ikt}^0},$$

где k=1,2,3.

Разыгрывается игра с 10×10 - матрицей $A = \{a_{ij}\}$.

В первой партии оба игрока выбирают совершенно произвольные чистые стратегии (например, первого столбца и первой строки соответственно) [1].

Пусть векторы

$$x^k = \{\xi_1^k/k, \ldots, \xi_{10}^k/k\},\ y^k = \{\eta_1^k/k, \ldots, \eta_{10}^k/k\}\ -$$

смешанные стратегии игроков 1 и 2 соответственно, тогда можно считать разумным следующее их поведение.

Затем игрок 1 выбирает такую чистую стратегию i из набора своих 10 стратегий x, которая максимизирует его средний выигрыш

$$\sum_{j=1}^{10} a(ij) y^k(j) \rightarrow \max_i ,$$

при условии, что игрок 2 использует свою смешанную стратегию y^k.

Игрок 2 выбирает такую чистую стратегию j из набора своих 10 стратегий у, которая минимизирует его средний проигрыш

$$-\sum_{i=1}^{10} a(ij) x^k(i) \rightarrow \min_j ,$$

при условии, что игрок 1 использует свою смешанную стратегию x^k.

Итак, предположим, что за первые k разыгрываний игрок 1 использовал i-ю стратегию ξ_i^k раз $(i = 1, \ldots, 10)$, а игрок 2 – j-ю стратегию η_j^k раз $(j = 1, \ldots, 10)$. Тогда в (k+1)-й стратегии игрок 1 будет использовать i_{k+1}-ю стратегию , а 2 - свою j_{k+1} - ю стратегию, ν - значение матричной игры [3].

С помощью этого итеративного процесса находим приближенное решение задачи x^k и y^k .

Для визуализации моделирования данной матричной игры была разработана программа на языке C#.

Она позволяет оптимизировать процесс поиска оптимальной стратегии и является применимой для любого вида матриц.

Выводы

Благодаря разработанной программе можно легко выбрать оптимальное распределение товаров-стратегий для двух соперничающих организаций: «Фирмы» и «Конкурента».

Предложенный в работе метод может быть применен в экономике для планирования товарного ассортимента фирмы, повышения спроса, обороны позиций, завоевания долей рынка, повышения производительности.

Дальнейшее развитие программы связано с написанием модуля игрока-компьютера, который бы выполнял роль "искателя" или "убегающего" («Фирмы» и «Конкурента») согласно выбранной стратегии.

Литература

1. Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами. – Москва, 2005. – 138 с.
2. http://www.wikiznanie.ru/ru-wz/index.php/Конкурентно-ценовая_стратегия_фирмы_в_условиях_олигополистической_конкуренции,_разработанная_на_основе_теории_игр [14.06.2011]
3. Крушевский А.В. Теория игр. – Киев: Объединение "Высшая школа", 1977. –216 с.
4. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А. Теория игр. – Москва, 1998. –295 с.