

АНАЛИЗ ТАНГЕНЦИАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ РЕЗАНИЯ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Чернышев Е.А., Дворников В.И.
(ДонНТУ, г. Донецк, Украина)

Введение

Процесс резания часто сопровождается колебаниями, которые существенно влияют на качество обработки и эксплуатационные характеристики оборудования. По этой причине интерес к динамике систем обработки резанием не ослабевает. Но если раньше работы носили в большей степени экспериментальный характер [1-3], то в последнее десятилетие – теоретический [4-7]. Теория в данном вопросе отстает от эксперимента, что объясняется исключительной сложностью процессов, происходящих при резании металла. До сих пор предложено довольно мало *аналитических* зависимостей силы резания от условий обработки, а большинство известных зависимостей имеет принципиально *эмпирический* характер. Исследованию колебаний при резании посвящено множество работ, а основные взаимосвязи были выявлены еще в 1940-1980-е гг. такими исследователями, как А.И. Каширин, А.П. Соколовский, Ильницкий И.И., Эльясберг М.Е., Копелев Ю.Ф., Кедров С.С., Кудинов В.А., Орликов М.Л., Подураев В.Н. и др., что позволило сформулировать динамику станков как отдельную дисциплину [1-3]. Однако множество дискуссионных вопросов по-прежнему остается открытым, что вынуждает искать новые подходы и методы исследования. В последние годы в этом направлении выполнен ряд интересных работ Ю.Г. Кабалдина [4-7] с использованием методов нелинейной динамики, теории хаоса, фрактального и вэйвлет-анализа, Г.А. Оборского [8, 9]. Большие возможности также представляют классические методы аналитической механики и теории колебаний [10, 11].

Вопрос анализа тангенциальных колебаний исследовался ранее как экспериментально [2, 3], так и теоретически [6]. В работах [2, 3] результаты исследований имеют комплексный характер и получены для колебаний в различных направлениях, что обычно имеет место в действительности. Полученные амплитудно- и фазо-частотные зависимости, результаты влияния режимов резания и конструктивных параметров на динамику процесса позволяет проектировать станочные системы с учетом динамических характеристик. Возникновение только тангенциальных колебаний возможно лишь в идеальной системе, а акцент сделан на них по той причине, что в этой плоскости лежит вектор скорости резания. Поскольку это первая работа авторов в данном направлении, то в первом приближении рассматривается упрощенная система резания, состоящая из двух приведенных масс – инструмента и заготовки и совершающая только тангенциальные колебания. Данный вопрос рассматривается в статье главным образом с точки зрения влияния скорости резания и коэффициента вязкого трения на частотный спектр колебаний. Задача в такой формулировке ранее не ставилась. В данной работе ставится задача теоретического исследования тангенциальных колебаний на основе нелинейной математической модели системы резания при точении с двумя степенями свободы. Под исследованием тангенциальных колебаний подразумевается прежде всего выявление взаимосвязи между скоростью резания и амплитудами колебаний, а кроме того, влияния последних на силу резания и исследование частотных характеристик, как силы резания, так и малых колебаний.

Методы исследования

С учетом основных положений теории колебаний были составлены уравнения динамики тангенциальных колебаний в системе резания. Для решения полученных нелинейных дифференциальных уравнений было разработано собственное программное обеспечение, в основу которого положен численный метод интегрирования дифференциальных уравнений – центрированный метод Эйлера. Согласно этому методу, вторая производная функции в текущий момент времени представляется через ее значения на предыдущем шаге, текущем и следующем, т.е. центрируется относительно текущего шага. Интегрирование уравнений выполнялось с шагом 10^{-4} с на временном интервале 10 с, принятым в качестве достаточного для установления характера колебаний - затухающего или незатухающего. Колебания, не обнаруживающие затухающего свойства в течение 10 с, считались незатухающими. Для анализа частотных характеристик использовалось преобразование Фурье (ПФ). Так как результаты численного решения уравнений динамики имеют точечный характер с заданным шагом интегрирования, то ПФ выполнялось как численное интегрирование таблично заданной функции по правилу прямоугольников. Расчет проведен с интервалом частоты 4 Гц.

Основное содержание работы

В основу разработанной математической модели положена известная эмпирическая зависимость силы резания от режимов обработки [12], дополненная учетом того явления, которое в классических работах [2, 3] называется «координатной связью», т.е. влиянием колебаний на фактические (мгновенные) значения режимов. В силу этого модель можно назвать эмпирико-аналитической. Предположим, что инструмент и заготовка могут совершать колебания только в тангенциальном направлении. Схема двухмассовой системы резания с двумя степенями свободы приведена на рис. 1.

Известно, что силу резания при точении можно рассчитать по эмпирической формуле

$$P_z = 10 C_p t^x s^y V^n K_p, \quad \text{Н},$$

где C_p, K_p, x, y, n - эмпирические постоянные, учитывающие условия обработки; t, s, V - номинальные глубина резания (мм), подача (мм/об) и скорость резания (м/мин) соответственно. В системе СИ эту зависимость можно заменить на $P_z = k V^n$, где $k = 10 C_p t^x s^y 60^n$.

С учетом влияния скорости тангенциальных колебаний на мгновенную скорость резания получим

$$P_z = k(V - \dot{z}_1 + \dot{z}_2)^n,$$

где \dot{z}_1, \dot{z}_2 - скорости малых тангенциальных колебаний инструмента и заготовки соответственно. При $\dot{z}_1 + \dot{z}_2 > V$, очевидно, имеет место выход инструмента и заготовки из процесса резания. Тогда

$$P_z = \begin{cases} k(V - \dot{z}_1 + \dot{z}_2)^n & \text{иначе } \dot{z}_1 + \dot{z}_2 < V, \\ 0 & \text{иначе } \dot{z}_1 + \dot{z}_2 > V. \end{cases} \quad (1)$$

Уравнения динамики тангенциальных колебаний запишем при условии линейного характера сопротивления и восстанавливающей силы:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{z}_1 + h_1 \dot{z}_1 + C_1 z_1 &= P_z(\dot{z}_1, \dot{z}_2), \\ m_2 \ddot{z}_2 + h_2 \dot{z}_2 + C_2 z_2 &= -P_z(\dot{z}_1, \dot{z}_2), \end{aligned} \quad (2)$$

где m, h, C - соответственно приведенные массы, коэффициенты вязкого трения и жесткости, а индексы, как и выше, относятся: 1 - к инструменту, 2 - к заготовке.

Остановимся более подробно на понятии приведенных масс. Под приведенной массой будем подразумевать совокупность тел, которые можно считать совершающими колебания как единое целое. Заготовку и шпиндель, жестко связанные друг с другом, например при закреплении в патроне, по нашему мнению, нельзя рассматривать как единое целое, т.к. совершаемые ими колебания имеют различный характер. Если тангенциальные колебания шпинделя ограничены радиальным зазором в подшипниках (при условии неподвижности наружных колец), то колебания заготовки не имеют подобных ограничений и являются поперечными колебаниями консольно закрепленного стержня. Следовательно, амплитуды колебаний этих двух тел будут различны. По этой причине два тела, закрепленные в единое целое, необязательно колеблются как единое целое. Поэтому в приведенных массах заготовки и инструмента мы не будем учитывать массы шпинделя и суппорта с резцедержателем соответственно. Строго говоря, и заготовку, и инструмент можно считать консольно закрепленными стержнями, совершающими поперечные колебания. Однако в статье предположим, что их колебания описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями второго порядка, а массы приведены к поперечному сечению, соответствующему зоне резания. Учитывая все же дискуссионность этого вопроса, на правах гипотезы будем считать в качестве приведенных масс заготовки и инструмента просто их массы как отдельных тел. Это позволит обнаружить некоторые интересные свойства частотного спектра, незаметные при больших массах. Разумеется, подобные рассуждения неправомерны в случае осевых колебаний заготовки.

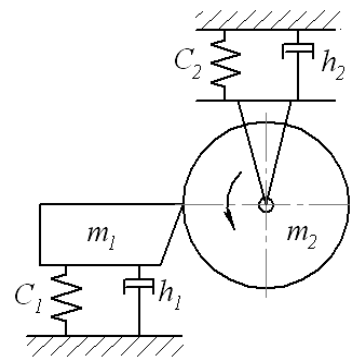


Рис. 1. Схема двухмассовой системы резания с двумя степенями свободы

Таким образом, составленные уравнения (2) содержат, во-первых, степенную нелинейность в правой части, во-вторых, разрывную характеристику силы резания (1). Оба названных свойства модели проистекают из учета влияния малых колебаний на фактическую скорость резания в каждый момент времени и возможности прерывания резания вследствие обгона заготовки инструментом в колебательном движении. Полученная довольно простая модель имеет свойство автономности - правая часть не зависит явно от времени, а изменяется только благодаря малым колебаниям. Поэтому известную эмпирическую формулу расчета силы резания можно рассматривать как частный случай (1) при отсутствии колебаний.

На основании модели (2) был проведен анализ при нулевых начальных условиях и следующих числовых значениях параметров: $m_1 = m_2 = 1$ кг, $C_1 = 10^7$ Н/м, $C_2 = 5 \cdot 10^6$

Н/м. Значения коэффициентов вязкого трения h_1, h_2 для простоты полагались одинаковыми, как и коэффициенты затухания $0,5h_1/m_1, 0,5h_2/m_2$. Собственные частоты системы:

$$\omega_1 \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_1}{m_1}} \approx 500 \text{ \AA\ddot{o}}, \quad \omega_2 \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_2}{m_2}} \approx 350 \text{ \AA\ddot{o}},$$

т.е. при заданных параметрах отношение коэффициента затухания к собственной частоте для заготовки примерно в 1,4 раза больше, чем для инструмента. Однако сравнительные расчеты при условии равных относительных коэффициентов затухания не выявили заметного различия в результатах, более 1%. Что касается коэффициента k в формуле (1), то его значение 10^3 в расчетах принято постоянным, что соответствует для наружного продольного течения конструкционной стали режимам: $t = 1$ мм, $s = 0,2$ мм/об.

Рассматривается *центрированная либрация*

$$z(t) = z_1(t) - z_2(t) - \frac{1}{T} \int_0^T (z_1(t) - z_2(t)) dt$$

на промежутке времени T , представляющая собой относительные колебания инструмента и заготовки с нулевым среднеинтегральным значением, т.е. без *увода колебаний*, который легко определить как отношение среднеинтегральной силы к жесткости. Для количественного анализа колебательного процесса используется *средняя амплитуда* (далее - амплитуда), которая вычисляется как арифметическое среднее всех положительных максимумов и всех отрицательных минимумов центрированной либрации.

Была получена зависимость амплитуд относительных колебаний от номинальной скорости резания при различном затухании (рис. 2). Анализируя полученные графики, можно выделить некоторые общие свойства. Так, в области малых скоростей увеличение скорости резания вызывает увеличение амплитуд. При скорости до 2 м/с затухание практически не влияет на амплитуды – графики почти совпадают. При дальнейшем увеличении скорости колебания затухают. Скорость резания, при увеличении которой колебания затухают, назовем для краткости пороговой. Чем больше вязкое трение, тем меньше пороговая скорость. Таким образом, скорость резания оказывает прямое влияние на устойчивость динамической системы резания: при малых значениях скорости ее увеличение приводит к раскачке системы, но по превышении некоторого порогового значения – к затуханию колебаний. Из этого свойства напрашивается тот вывод, что при назначении режимов скорость резания нужно принимать больше ее порогового значения.

Что касается идеальной консервативной системы резания, представляющей в большей степени научно-теоретический интерес, то в этом случае такого значения скорости, очевидно, не наблюдается. Это относится и к скоростям, выходящих за рамки приведенного графика. Но можно ли распространять результаты, полученные на основе эмпирической модели (1) для силы резания, на весь диапазон скоростей? Вероятно, нет, т.к. сама модель (1), полученная в результате исследований в пределах ограниченных режимов, не будет оставаться неизменной в более широких пределах. Это относится, в частности, к показателю степени n , который для сталей имеет отрицательное значение (-0,15), означающее, при прочих равных условиях, небольшое уменьшение силы резания при увеличении скорости. Но, как показывают последние, и более обширные, ис-

следования [13], такая зависимость силы от скорости наблюдается только при сравнительно малых скоростях. В гораздо более широких пределах этот показатель степени едва ли будет существенно отличаться от нуля. Поэтому графики, представленные на рис. 1, вряд ли будут справедливы вне указанных пределов. Отметим также мимоходом, что для оценки достоверности полученных результатов, в рамках сделанных допущений и предположений, необходимо иметь информацию о рамках правомерности модели (1). К сожалению, в литературе подобные сведения отсутствуют.

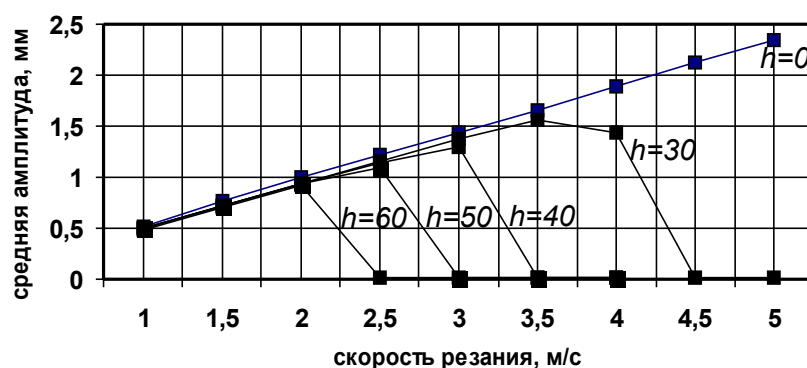


Рис. 2. Зависимость амплитуд относительных колебаний заготовки и инструмента от номинальной скорости резания при различном коэффициенте вязкого трения h , Нс/м

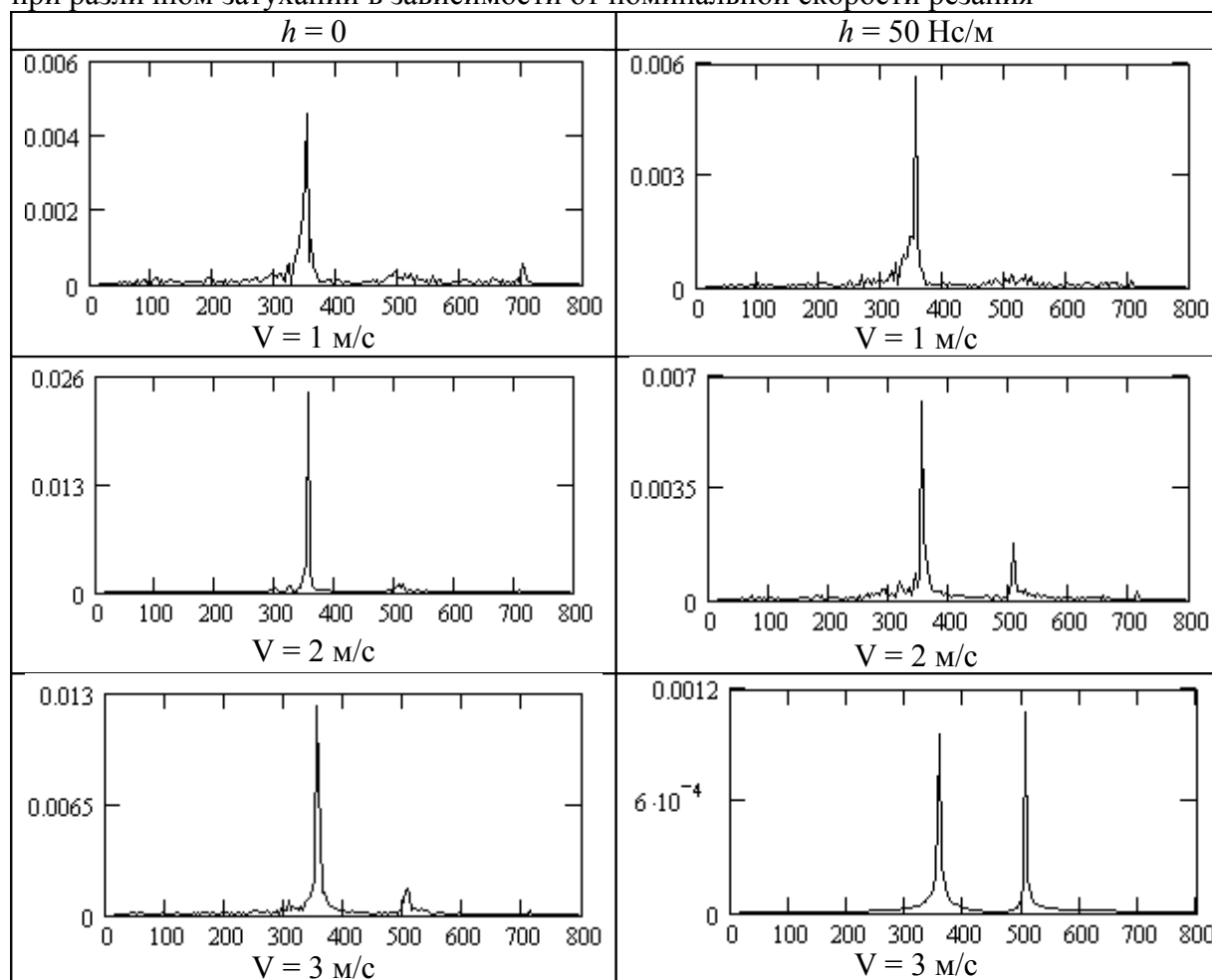
Обратимся к анализу частотных характеристик, имея в виду, что собственные частоты колебаний: заготовки – 350 Гц, инструмента – 500 Гц. В таблице 1 представлены преобразования Фурье (ПФ) относительных колебаний для различных значений скорости и вязкого трения. Каждое из ПФ равно сумме ПФ для заготовки и инструмента. Видно, что графики становятся более «гладкими», без посторонних частот, с увеличением скорости резания и/или коэффициента вязкого трения.

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что на всех графиках есть пик на частоте 350 Гц, т.е. на собственной частоте колебаний заготовки. Вместе с тем пик на частоте 500 Гц при скорости 1 м/с отчетливо не наблюдается. Для объяснения этого явления на рис. 3,а представлено ПФ колебаний инструмента без затухания. На частоте около 500 Гц, т.е. на собственной частоте, действительно заметен довольно «размытый» пик амплитуд. Однако примечательно наличие четкого пика на частоте чуть более 700 Гц и меньшего, по вполне заметного, в районе 350 Гц. Инструмент совершает колебания не только на «своей» частоте, но и на основной частоте заготовки, а также кратной ей. Если колебание на основной частоте заготовки можно объяснить переходом в состояние с меньшей энергией, то колебание на кратной ей, видимо, имеет иную природу. Для большей убедительности на рис. 3,б представлено ПФ колебаний инструмента при наличии затухания. Заметно только одно отличие: пик в окрестности 700 Гц почти исчез, хотя на частоте 350 Гц не изменился.

Этот пример укладывается в то представление, которое характерно для явления *бифуркации* (лат. bifurcus – раздвоенный). Не настаивая, однако, на обнаружении бифуркационного состояния колебаний, отметим все же близкое сходство с классическим свойством бифуркации – проявляться наиболее четко при небольшом затухании или вообще без него. По крайней мере, приведенное явление может именоваться бифуркацией хотя бы в том терминологическом смысле, что имеет место удвоение частоты колебаний. Что касается пика на частоте около 350 Гц, то это явление для краткости назовем

пересечением частот – присутствием в спектре частот колебаний тела не только своей, но и «чужой» собственной частоты. Это отличает пересечение от захвата частоты: одностотный режим не устанавливается, две или более частоты присутствуют одновременно. То, что это *пересечение с более низкой частотой*, подтверждается отсутствием в ПФ колебаний заготовки пика на частоте колебаний инструмента 500 Гц (рис. 3,в), потому что основная частота колебаний инструмента выше, чем заготовки, и заготовка в своем движении эту частоту «игнорирует». Но и в этом случае заметен пик на удвоенной частоте 700 Гц. Поэтому данное бифуркационное состояние характерно не только удвоением «чужой» частоты, но и удвоением собственной. Отметим еще раз, что полученные результаты не наблюдаются для больших значений приведенных масс, обычно встречающихся на практике, и представляют в большей степени теоретический интерес.

Таблица 1. Преобразования Фурье относительных колебаний инструмента и заготовки при различном затухании в зависимости от номинальной скорости резания



Примечание. На всех графиках по горизонтальной оси отложены частоты, Гц, по вертикальной оси – амплитуды, м.

Для иллюстрации колебаний инструмента на рис. 4 показаны фрагмент развертки и фазового портрета, которые практически не оставляют сомнений в бифуркационном характере колебаний. Кроме того, заметно *биение колебаний*, в силу которого фазо-

вая траектория имеет некоторую толщину. По этой причине возникает вопрос о возможных хаотических колебаниях при резании.

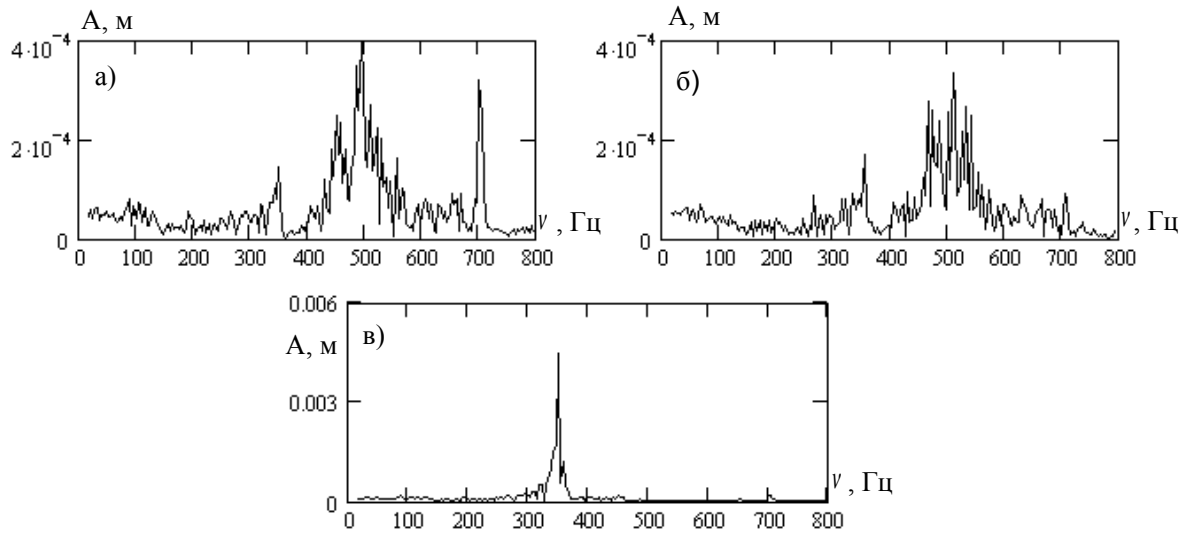


Рис. 3. Преобразования Фурье колебаний: а) инструмента ($V = 1$ м/с, $h = 0$); б) инструмента ($V = 1$ м/с, $h = 50$ Нс/м); в) заготовки ($V = 1$ м/с, $h = 0$)

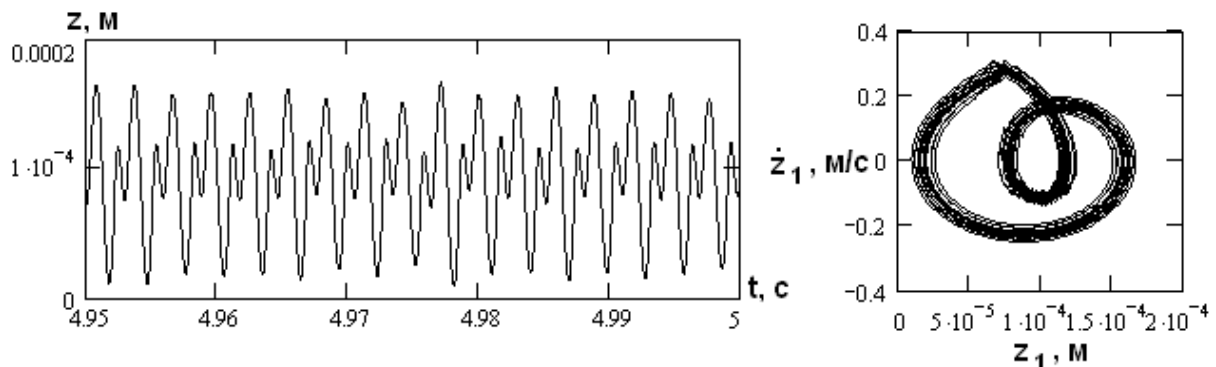


Рис. 4. Фрагмент развертки и фазового портрета колебаний инструмента ($V = 1$ м/с, $h = 0$)

Для анализа возможного хаоса в автономной системе, какой является исследуемая система резания, в качестве частоты точечного отображения можно использовать собственную приближенную частоту колебаний. На рис. 5 приведены два таких точечных отображения для колебаний инструмента и заготовки. В обоих случаях видно, как «облако» точек заполняет некоторую область фазового пространства с плотностью, убывающей от некоторой предполагаемой исходной траектории. На основании этих отображений однозначно говорить о хаосе, по-видимому, все же нельзя, но принципиальная незамкнутость фазовых траекторий и размытость фигур по крайней мере не противоречат условию хаотичности.

Остановимся далее на анализе силы резания, которая получена в результате решения системы (2). На рис. 6 показаны ПФ силы резания при скорости 1 м/с. С увеличением коэффициента вязкого трения и/или скорости резания (графики не показаны) промежуточные частоты ослабевают. При скорости более 2 м/с при наличии затухания ПФ силы резания превращается в гладкий график со все уменьшающимися пиками на

собственных частотах. Эта особенность является следствием затухания колебаний в идеальной системе резания и, следовательно, затуханием колебаний силы резания. В этом случае наблюдается сдвиг в область низких частот.

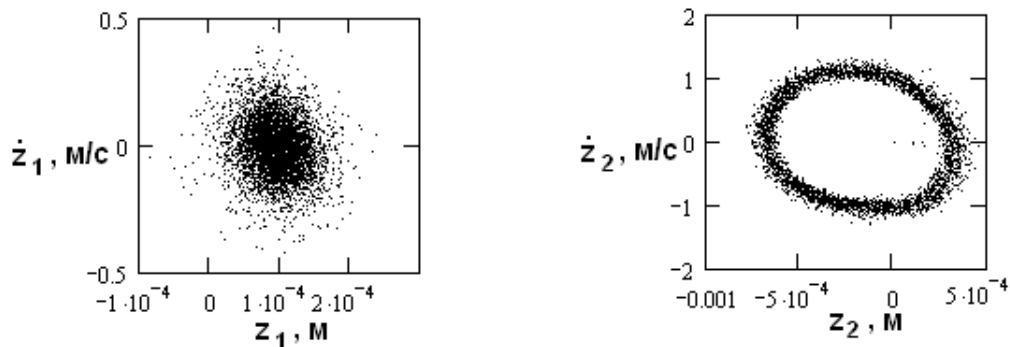


Рис. 5. Точечные отображения колебаний инструмента (слева) и заготовки (справа)

Стоит отметить такое свойство ПФ силы резания для консервативной системы, как присутствие ярко выраженного пика на частоте 700 Гц, притом что пик на частоте 350 Гц наблюдается не всегда, а собственная частота инструмента 500 Гц и вовсе отсутствует. Это означает, что сила резания изменяется в основном на удвоенной собственной частоте колебаний заготовки. Почему это не происходит на самой собственной частоте (заготовки или инструмента), мы не беремся объяснить. Подобное характерно и для диссипативной системы при скорости 1 или 2 м/с, но оно дополняется присутствием собственной частоты заготовки 350 Гц, чего в консервативной системе не наблюдается. Собственная частота инструмента 500 Гц проявляется только в том случае, когда сила резания стремится к некоторому стационарному значению. Возможно, это означает, что в случае незатухающих колебаний сила резания изменяется только на собственной или удвоенной частоте заготовки.

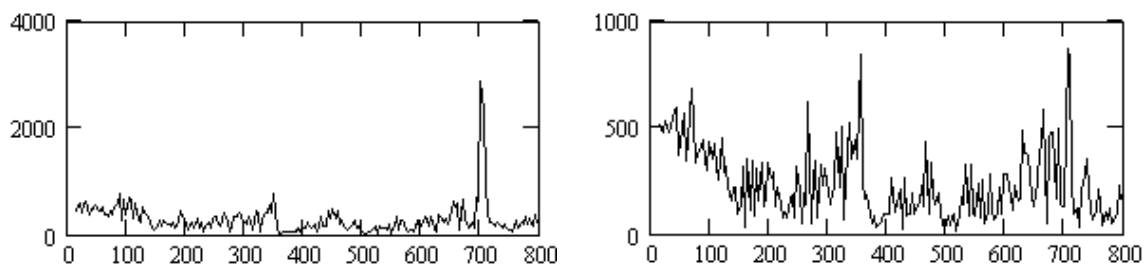


Рис. 6. ПФ силы резания при $V = 1$ м/с: $h = 0$ (слева), $h = 50$ Нс/м (справа). По горизонтали оси отложены частоты, Гц, по вертикали – амплитуды, Н

Для анализа характера протекания процесса резания, полученного в результате решения системы (2), на рис. 7 представлен график силы резания в неустойчивом режиме, из которого видно, что сила резания, развиваясь от некоторого начального значения, увеличивает размах колебаний и в какой-то момент времени падает до нуля, после чего этот процесс периодически повторяется. Случай $P_z = 0$ означает силовое размыкание – кратковременный выход системы из процесса резания вследствие возрастания амплитуд колебаний и, как результат, обгона инструментом заготовки в колебательном

движении. В этот момент система переходит в режим свободных колебаний, что обусловливает уменьшение амплитуд тангенциальных колебаний и снова приводит к возобновлению резания. Сила резания колеблется около своего среднего значения, то падая до нуля, то скачкообразно возрастаая. Среднеинтегральная величина силы резания практически равна ее стационарному значению, вычисленному по эмпирической формуле [12]. Этот регулирующий механизм (1) можно рассматривать как источник автоколебаний, и благодаря нему колебания в неустойчивом режиме не возрастают неограниченно, даже без затухания.

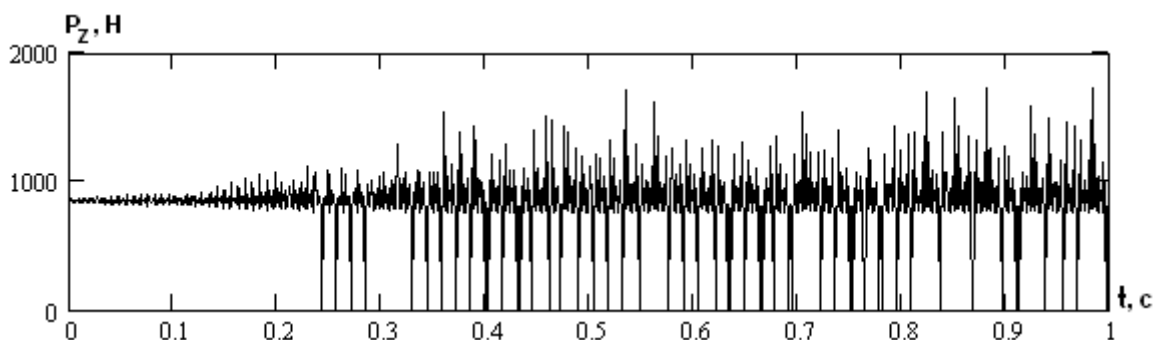


Рис. 7. График зависимости силы резания от времени ($V = 3$ м/с, $h = 30$ Нс/м)

Заключение

В работе выполнен математический анализ тангенциальных колебаний на основе нелинейной модели системы резания с двумя степенями свободы. С учетом разрывной характеристики функции силы резания (1) на основании проведенных исследований сделаем следующие выводы:

1. Амплитуды относительных тангенциальных колебаний заготовки и инструмента возрастают с увеличением скорости резания, но по достижении некоторого порогового значения затухают. Это пороговое значение скорости тем меньше, чем больше диссипация в системе. Для идеальной консервативной системы резания такого значения скорости не выявлено.

2. Для тангенциальных колебаний инструмента характерно явления пересечения частот, когда инструмент совершает колебания не только на своей частоте, но и на частоте колебаний заготовки. Также в спектре частот присутствует удвоенная частота заготовки, что можно толковать как бифуркацию частот. Это явление наблюдается как пересечение с более низкой частотой. Точечные отображения колебаний не противоречат условию хаотичности.

3. Сила резания в основном изменяется на удвоенной частоте колебаний заготовки. В процессе неустойчивости имеет место размыкание силовой цепи и переход системы в свободные колебания, что служит ограничительным механизмом для роста амплитуд и который можно считать признаком автоколебательной системы резания.

Так как в действительной системе резания, помимо тангенциальных, имеют место радиальные, осевые и крутильные колебания, то необходим более глубокий анализ. Этому будут посвящены будущие работы авторов.

Список литературы: 1. Кудинов В.А. Динамика станков / Кудинов В.А. - М.: Машиностроение, 1967. – 368 с. 2. Кедров С.С. Колебания металлорежущих станков / Кедров С.С. – М.: Машиностроение, 1978. – 200 с. 3. Орликов М.Л. Динамика станков / Орли-

ков М.Л. – К.: Вища шк., 1989. – 320 с. 4. Кабалдин Ю.Г. Фрактальный подход к анализу хаотических динамических процессов в технологических системах обработки резанием / Кабалдин Ю.Г., Серый С.В. // Вестник машиностроения. – 2002. - №8. - С. 35 – 39. 5. Кабалдин Ю.Г. Исследование детерминированного хаоса в динамике процессов механообработки методом реконструкции аттрактора / Кабалдин Ю.Г., Биленко С.В., Серый С.В. // Вестник машиностроения. – 2003. – №1. – С. 50 – 56. 6. Кабалдин Ю.Г. Математическое моделирование динамической устойчивости системы резания в виде нелинейного осциллятора с разрывными характеристиками / Кабалдин Ю.Г., Биленко С.В., Саблин П.А. // Вестник машиностроения. – 2006. – №10. – С. 35 – 43. 7. Кабалдин Ю.Г. Моделирование динамики процесса резания на основе фрактального и вэйвлет-анализа / Кабалдин Ю.Г., Серый С.В., Бурдасов Е.Н. // Вестник машиностроения. – 2006. – №11. – С. 37– 44. 8. Оборский Г.А. Методы управления надежностью технологических систем по параметру «динамическая устойчивость» / Оборский Г.А. // Високі технології в машинобудуванні: зб. наук. пр. Харьк. держ. політех. ун-та. – Х., 2002. – Вип. 1(6). – С. 288-292. 9. Оборский Г.А. Связь динамической устойчивости технологических систем с их надежностью / Оборский Г.А. // Тр. Одес. политех. ун-та. – О., 2001. – Вып. 4 (16). – С. 25-28. 10. Бабаков И.М. Теория колебаний / Бабаков И.М. – М.: Дрофа, 2004. – 591 с. 11. Андронов А.А. Теория колебаний / Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. – М.: Наука, 1981. – 568 с. 12. Справочник технолога-машиностроителя. В 2-х т. / Под ред. А.Г. Косиловой и Р.К. Мещерякова. – М.: Машиностроение, 1986. – Т.2. 13. Sutter G. Analysis of the Cutting Force Components and Friction in High Speed Machining / Sutter G., Molinari A. // Journal of Manufacturing Science and Engineering. – 2005. – Vol.127. – P. 245 – 250.

АНАЛІЗ ТАНГЕНЦІАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ НА ОСНОВІ
НЕЛІНІЙНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ СИСТЕМИ РІЗАННЯ
З ДВОМА СТЕПЕНЯМИ СВОБОДИ

Чернишев Є.О., Дворников В.І.

У статті наведено результати теоретичного аналізу тангенціальних коливань у системі різання при точінні з двома степенями свободи.

АНАЛИЗ ТАНГЕНЦИАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ НА ОСНОВЕ
НЕЛИНЕЙНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ РЕЗАНИЯ
С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Чернышев Е.А., Дворников В.И.

В статье приведены результаты теоретического анализа тангенциальных колебаний в системе резания при точении с двумя степенями свободы.

TANGENTIAL OSCILLATIONS ANALYSIS ON THE BASE OF
CUTTING SYSTEM NONLINEAR MATHEMATICAL MODEL
WITH TWO DEGREES OF FREEDOM

Chernyshev E.A., Dvornikov V.I.

The paper presents the theoretical analysis results of tangential oscillations cutting system at turning with two degrees of freedom.

Рецензент: д.т.н., проф. Гусев В.В.