

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФАКТИЧЕСКОЙ ГЛУБИНЫ РЕЗАНИЯ ПРИ ВНУТРЕННЕМ ШЛИФОВАНИИ С УЧЕТОМ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ

**Каинов Д.А.**

(СевНТУ, г. Севастополь, Украина)

### Введение

При внутреннем шлифовании весьма сложным является получение адекватного определения глубины резания. Малое пространство внутри обрабатываемого отверстия затрудняет непосредственные измерения традиционными методами и требует применения косвенных оценок искомого параметра. Однако такие методы несвободны от существенных погрешностей и требуют учета как статистических свойств участвующих в технологическом процессе (ТП) объектов и погрешностей измерительных устройств, так и динамики самого процесса.

Целью данной работы является построение математической модели для статистически оптимальной линейной косвенной оценки отклонения фактической глубины резания при внутреннем шлифовании от номинального значения.

### Основное содержание работы

Технологическая система (ТС) шлифования в основном представляет собой механическую систему и, поэтому основными при описании, являются силовые характеристики. Значения сил взаимодействия отдельных элементов системы определяются с учетом взаимоположения заготовки и инструмента, особенностями диссипации подводимой энергии, свойствами взаимодействующих тел (массами, упругостями, теплоемкостями и т.д.) [1].

Динамические характеристики ТС обозначены следующим образом:  $m_2$  и  $m_1$  – массы инструмента и заготовки с координатами  $(x_2, 0)$  и  $(x_1, 0)$ ;  $c_1$  и  $c_2$  – эквивалентные жесткости для обрабатываемого изделия и борштанги;  $h_1$  и  $h_2$  – линейные коэффициенты демпфирования, характеризующие показатели диссипации энергии рассматриваемых элементов;  $c_3$ ,  $h_3$  – эквивалентная жесткость и коэффициент демпфирования зоны резания.

В предположении, что вращения инструмента и заготовки обеспечиваются приводами с жесткими скоростными характеристиками, обеспечивающими постоянство угловых скоростей вращения инструмента  $\omega_2$  и заготовки  $\omega_1$  в процессе обработки, можно переписать в полярной системе координат [2]:

$$\begin{cases} \psi(\tau) = \psi(\tau)|_{\tau=0} + \omega_2 \cdot \tau \\ \varphi(\tau) = \varphi(\tau)|_{\tau=0} + \omega_1 \cdot \tau \end{cases} \quad (1)$$

На основании (1), пространственно-временные представления отклонений формы инструмента и заготовки  $r_{\Phi, 2}[\psi(\tau)]$  и  $r_{\Phi, 1}[\varphi(\tau)]$  могут быть представлены описаниями отклонений текущих значений радиус-векторов  $r_{\Phi, 2}(\tau)$  и  $r_{\Phi, 1}(\tau)$  – элементов ТС.

Расчетная схема для ТС внутреннего шлифования представлена на рисунке 1.

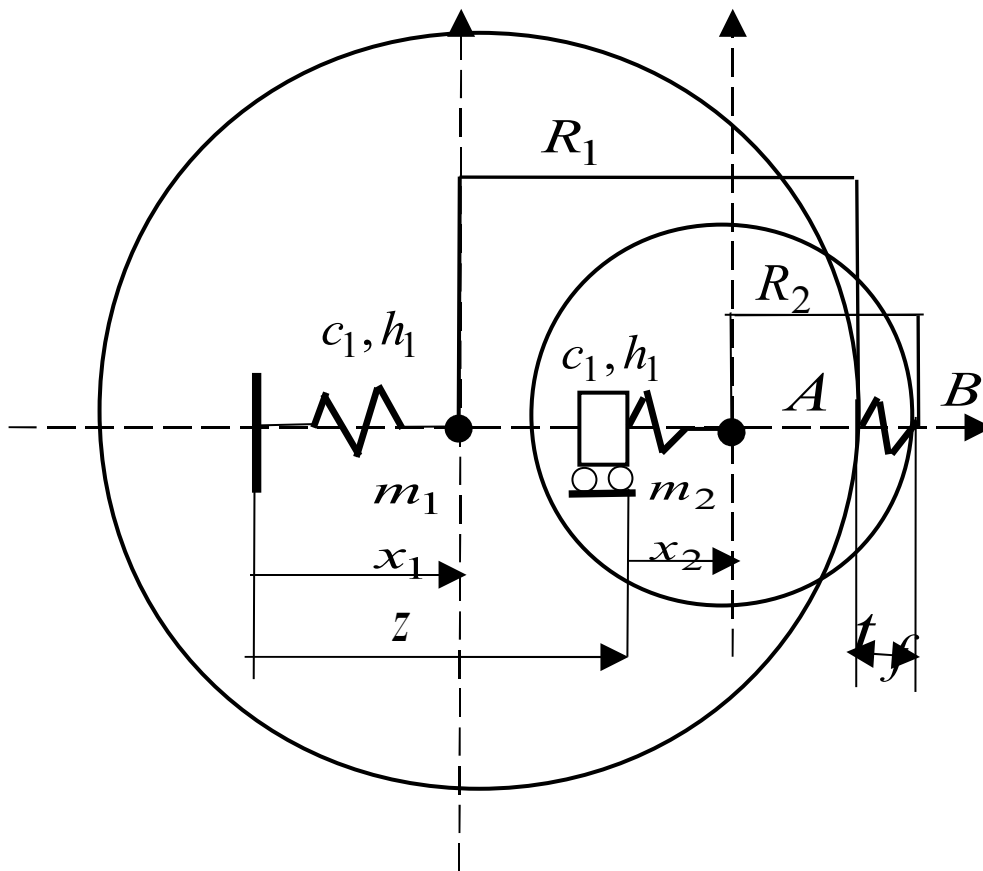


Рис. 1. Расчетная схема ТС внутреннего шлифования

$x_1$  и  $x_2$  – положения центров заготовки и инструмента, отсчитываемые относительно оснований их опор;  $z$  – расстояние между подвижной опорой борштанги и телом станка;  $t_f = [AB]$  – фактическая глубина резания, максимальная глубина взаимопроникновения инструмента и заготовки

Текущие значения радиус–векторов инструмента и заготовки целесообразно рассматривать в виде:

$$\begin{cases} R_2(\tau) = \bar{R}_2(\tau)|_{\tau=0} + r_{nom,1}(\tau) + r_{\phi,1}(\tau) \\ R_1(\tau) = \bar{R}_1(\tau)|_{\tau=0} - r_{nom,2}(\tau) + r_{\phi,2}(\tau) \end{cases} \quad (2)$$

где  $\bar{R}_1(\tau)|_{\tau=0}$  и  $\bar{R}_2(\tau)|_{\tau=0}$  – средние расчетные значения для радиус–векторов инструмента и заготовки соответственно;  $r_{\phi,1}(\tau)$  и  $r_{\phi,2}(\tau)$  – текущие значения отклонений радиус–векторов от средних значений;  $r_{nom,2}(\tau)$  и  $r_{nom,1}(\tau)$  – расчетное значение износа, уменьшающее внешний радиус инструмента и расчетное значение съема, увеличивающее внутренний радиус заготовки. При этом учитываются и расчетные значения температурных эффектов.

В соответствие с расчетной схемой глубина зоны резания  $t_f = (AB)$  характеризуется выражением

$$t_f(\tau) = x_2(\tau) - x_1(\tau) + [R_2(\tau) - R_1(\tau)]. \quad (3)$$

По физическим соображениям существование зоны резания (участка АВ взаимопроникновения элементов шлифовального круга в заготовку и их силового взаимодействия) возможно только при условии, если глубина  $t_f$  является положительной величиной [3].

При построении расчетной схемы моделирования динамики перемещений инструмента и заготовки в качестве условий протекания ТП внутреннего шлифования можно принять наличие силового взаимодействия в ТС  $t_f > 0$ . В зависимости от величины подачи  $S$  текущее положение борштанги  $z(\tau)$  определяется как

$$z(\tau) = z_0 + \int_{\tau_0}^{\tau} s(t) \cdot dt, \quad z_0 = z(\tau) \Big|_{\tau=\tau_0}, \quad (4)$$

где  $\tau_0$  – момент касания инструментом заготовки. Без потери общности можно положить начало отсчета времени для ТП шлифования  $\tau_0 = 0$ .

При этом необходимо учитывать, что при  $\tau = \tau_0$  съём материала заготовки и износ инструмента отсутствуют, т.е.

$$\begin{cases} r_{nom,1}(\tau) \Big|_{\tau=\tau_0} = 0 \\ r_{nom,2}(\tau) \Big|_{\tau=\tau_0} = 0 \end{cases}$$

В предположении непрерывности ТП шлифования (момент касания  $\tau_0$  является единственным), в ТС не наблюдаются «отскоки» инструмента от заготовки, и не появляются дополнительные участки врезания инструмента в заготовку и т.д.

Из (4), на основании отсутствия внедрения элементов инструмента в тело заготовки и отсутствия в схеме силовых взаимодействий,

$$z_0 = R_2(\tau) \Big|_{\tau=0} - R_1(\tau) \Big|_{\tau=0}. \quad (5)$$

По отношению к массам заготовки и инструмента можно пренебречь количеством (долей) вещества в зоне резания, не учитывать влияние отделяющихся от заготовки и инструмента стружки и продуктов износа шлифовального круга без существенной погрешности для динамических расчетов в ТС.

С учетом (1)...(5) силовой баланс для расчетной схемы можно охарактеризовать как:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \frac{d^2 x_1}{d\tau^2} + h_1 \cdot \frac{dx_1}{d\tau} + c_1 \cdot x_1 = h_3 \cdot \frac{d(x_2 - x_1 + r_2(\tau) - r_1(\tau))}{d\tau} + \\ + c_3 \cdot (x_2 - x_1 + r_2(\tau) - r_1(\tau)) \\ m_2 \cdot \frac{d^2 x_2}{d\tau^2} + h_2 \cdot \frac{dx_2}{d\tau} + c_2 \cdot x_2 = h_2 \cdot \frac{d}{d\tau} z + c_2 \cdot z - \\ - h_3 \cdot \frac{d(x_2 - x_1 + r_2(\tau) - r_1(\tau))}{d\tau} - c_3 \cdot [x_2 - x_1 + r_2(\tau) - r_1(\tau)] \end{cases} \quad (6)$$

Уравнения (6) характеризуют динамическое поведение ТС внутреннего шлифования с учетом отклонения формы инструмента и заготовки от номинальных (проектных) значений, текущих значений радиусов инструмента и заготовки.

Для упрощения представления динамических движений ТС и моделирования ее поведения в пространстве состояний целесообразно представить форму эквивалентной системы дифференциальных уравнений первого порядка, разрешенных относительно соответствующих старших производных (форму Коши):

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = \frac{1}{m_1} \{[-(h_1 + h_3) \cdot y_2 - (c_1 + c_3) \cdot y_1 + h_3 \cdot y_4 + c_3 \cdot y_3] + h_3 \cdot \mathfrak{R}_2 + c_3 \cdot \mathfrak{R}_1\} \\ \dot{y}_3 = y_4 \\ \dot{y}_4 = \frac{1}{m_2} \{[h_3 \cdot y_2 + c_3 \cdot y_1 - (h_2 + h_3) \cdot y_4 - (c_2 + c_3) \cdot y_3] - h_3 \cdot \mathfrak{R}_2 - c_3 \cdot \mathfrak{R}_1 + h_2 \cdot s + c_2 \cdot z\} \end{cases} \quad (7)$$

где  $y_1 = x_1$ ,  $y_3 = x_2$ ,  $y_2 = \dot{x}_1$ ,  $y_4 = \dot{x}_2$ ,  $\mathfrak{R}_1 = r_2(\tau) - r_1(\tau)$ ,  $\mathfrak{R}_2 = \mathfrak{R}_1$ .

Для обеспечения компактности записи целесообразно представление (7) в матричных обозначениях:

$$\begin{cases} \dot{Y}_0 = A_0 \cdot Y_0 + C_0 \cdot U_0 + B_0 \cdot \mathfrak{R}_{1,nom} + B_0 \cdot \mathfrak{R}_\phi \\ t_f = D_{0,t_f} \cdot Y_0 \end{cases} \quad (8),$$

где, в соответствии с (1),(4),(7):

$$Y_0 = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}, \quad \dot{Y}_0 = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \end{bmatrix}, \quad A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{c_1 + c_3}{m_1} & -\frac{h_1 + h_3}{m_1} & \frac{c_3}{m_1} & \frac{h_3}{m_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{c_3}{m_2} & \frac{h_3}{m_2} & -\frac{c_2 + c_3}{m_2} & -\frac{h_2 + h_3}{m_2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{c_3}{m_2} & \frac{h_3}{m_2} \end{bmatrix}, \quad U_0 = [0 \ 0 \ z \ s], \quad B_0 = [B_{01} \ B_{02}], \quad B_{01} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{c_3}{m_1} & 0 & -\frac{c_3}{m_2} \end{bmatrix}^T, \quad B_{02} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{h_3}{m_1} & 0 & -\frac{h_3}{m_2} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathfrak{X}_{1,nom} = r_{nom,1}(\tau) - r_{nom,2}(\tau), \mathfrak{X}_{2,nom} = \dot{\mathfrak{X}}_{1,nom} \quad \mathfrak{X}_{nom} = \begin{bmatrix} 0 & \mathfrak{X}_{1,nom} & 0 & \mathfrak{X}_{2,nom} \end{bmatrix}^T, \\ \mathfrak{X}_{1,\phi} = r_{\phi}(\tau),_2 - r_{\phi}(\tau),_1, \mathfrak{X}_{2,\phi} = \dot{\mathfrak{X}}_{1,\phi}; \quad \mathfrak{X}_{\phi} = \begin{bmatrix} 0 & \mathfrak{X}_{1,\phi} & 0 & \mathfrak{X}_{2,\phi} \end{bmatrix}^T,$$

$D_{0,t_f} = [-1 \ 0 \ 1 \ 0]^T$  – обеспечивает построение искомого параметра  $t_f$  по результатам определения состояний  $Y_0$ .

Модель (8) ТС внутреннего шлифования с нежесткой схемой характеризует поведение динамической системы, отражающей ход ТП, и позволяет определять фактическую глубину резания.

На этапе проектирования ТП и системы ЧПУ обычно отсутствуют данные о конкретных значениях отклонений форм инструмента и заготовки от номинальных (проектных значений), и вынужденно предполагается:  $r_{2,\phi}(\tau) = 0$  и  $r_{1,\phi}(\tau) = 0$ , или, в обозначениях (9),  $\mathfrak{X}_{\phi} = 0$ .

При построении программного управления возможно использование общей динамической модели (8) с параметрами (9), рассматриваемой при условии  $\mathfrak{X}_{\phi} = 0$ .

Определение отклонений ТП от движений ТС под управлением ЧПУ (программных движений), вследствие неучтенных возмущающих воздействий (например, отклонений форм инструмента и заготовки от номинальных параметров), может быть произведено-определены и построены в пространстве состояний на основании принципа суперпозиции.

Непосредственное применение модели (8) требует данных как об результатах измерений, так и их производных. При использовании физических реализуемых измерительных устройств это может приводить к существенным дополнительным погрешностям.

Используя результаты работы [4] модифицируем пространство состояний системы в представление, не требующую дифференцирования результатов измерения формы инструмента:

$$\begin{cases} \dot{F} = A_0 \cdot F + B_1 \cdot \mathfrak{X}_1 + C_0 \cdot U_0 \\ Y_0 = F + B_{02} \cdot \mathfrak{X}_1 \end{cases}, \quad (10)$$

где  $B_1 = [A_0 \cdot B_{02} + B_{01} + \dot{B}_{02}]$ . Часто можно обосновать справедливость предположения  $\dot{B}_{02} \cong 0$ .

Второе из уравнений системы (10) служит для перевода модифицированных состояний  $F$  динамической системы (первого уравнения из (10)) в представления исходных состояний  $Y_0$  для (8).

Как и в (8), фактическая глубина резания определяется, использованием (3) или, при получении отклонения  $t_f$  от расчетного (номинального значения), что может оказаться необходимым при построении подсистемы управления по отклонению, второго уравнения из системы (8).

При моделировании ТС, для оценок параметров отклонений, вызываемых формой инструмента, дополнительно может быть использована априорная информация о статистических свойствах отклонений форм инструмента и заготовки.

Отклонения форм инструмента и заготовки от номинальных величин  $\mathfrak{X}_\phi$ , имеют случайный характер и характеризуются гауссово – марковскими случайными процессами второго порядка с корреляционными функциями вида [2]:

$$K(v, \tau) = K_0 \cdot \exp(-\alpha \cdot v_k \cdot |\tau|) \cdot \cos(\beta \cdot v_k \cdot \tau), \quad (11)$$

где  $v_k$  – окружная скорость инструмента;

$K_0, \alpha, \beta$  – параметры корреляционной функции, которые могут быть определены экспериментально на основании фиксируемых между циклами обработки отдельных деталей профилограмм инструмента.

Для отклонения формы шлифовального круга можно представить случайный эквивалентный процесс  $\mathfrak{X}_{\phi\phi}$  в форме пространства состояний: в виде системы двух дифференциальных уравнений в матричном виде формы Коши:

$$\dot{\mathfrak{X}}_{\phi\phi} = A_\phi \cdot \mathfrak{X}_{\phi\phi} + B_\phi \cdot W, \quad (12)$$

где  $\mathfrak{X}_{\phi\phi} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ ,  $A_\phi = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_1^2} & -\frac{T_2}{T_1^2} \end{bmatrix}$ ,  $B_\phi = \begin{bmatrix} KT_3 \\ -1 - KT_2T_3 \end{bmatrix}$ ,  $W = [w]$  – гауссовский белый шум единичной интенсивности, а постоянные  $K, T, T_1, T_2$  определяются параметрами зависимости (11), по выражениям:

$$T_1 = \frac{1}{v^2(\alpha^2 + \beta^2)}, \quad T_2 = \frac{2\alpha}{v(\alpha^2 + \beta^2)}, \quad T_3 = \frac{1}{v(\alpha^2 + \beta^2)}, \quad K = \sqrt{2} \sqrt{\frac{D\alpha}{v(\alpha^2 + \beta^2)}}. \quad (13)$$

Сотношение, характеризующее наблюдатель формирующего фильтра, имеет вид

$$y_\phi = D_\phi \cdot \mathfrak{X}_{\phi\phi}. \quad (14)$$

При этом  $D_\phi = [1 \ 0]$ ,  $y_\phi$  – выходная координата формирующего фильтра, реализующего коррелированный шум с характеристиками, соответствующими профилю рельефа.

Объединение систем (10) и (12), (14) позволяет записать расширенную динамическую систему, характеризующую как модель ТС, так и процесса статистически эквивалентных возмущений, вызываемых отклонениями профиля инструмента

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{F} \\ \dot{\mathfrak{X}}_{\phi\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & B_1 \cdot Q_1 \\ 0 & A_\phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F \\ \mathfrak{X}_{\phi\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot z + \begin{bmatrix} 0 \\ B_\phi \end{bmatrix} \cdot [W] \\ Y_0 = C_0 \cdot Q_0 \cdot \begin{bmatrix} F \\ \mathfrak{X}_{\phi\phi} \end{bmatrix} + D_M \cdot s + Q_0 \cdot V_0 \\ t_f = Q_1 \cdot Y_0 \end{array} \right., \quad (15)$$

где символом 0 показаны нулевые субматрицы соответствующей размерностей,

$$Q_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, Q_1 = [1 \ 0], D_M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{h_2}{m_2} \end{bmatrix}, V_0 = \begin{bmatrix} \xi_1 & 0 \\ 0 & \xi_2 \end{bmatrix} -$$

матрица дисперсии независимых гауссовских шумов измерителей положения.

Известно, например [1], что минимально достижимая дисперсия оценок состояния динамической системы типа (15) может быть определена решением уравнения типа Риккати формы

$$\dot{\tilde{V}} = A \cdot \tilde{V} - \tilde{V} \cdot A + E \cdot \Psi_R \cdot E^T - \tilde{V} \cdot C^T \cdot V^{-1}_0 \cdot C \cdot \tilde{V}, \quad (16)$$

где  $\Psi_R$  – матрица шумов погрешностей,  $\tilde{V}$  – матрица дисперсии,

$$A = \begin{bmatrix} A_0 & B_1 \cdot Q_1 \\ 0 & A_\Phi \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0 \\ B_\Phi \end{bmatrix}.$$

Установившееся решение матричного уравнения (16), может быть произведено до начала ТП, и позволяет вычислить для рассматриваемой ТС стационарные параметры коэффициентов фильтра типа Калмана.

$$K_\Phi = \tilde{V} \cdot C \cdot V^{-1}_0 \quad (17)$$

и использовать для оптимального оценивания текущего состояния ТС следующую схему, показанную на рис. 2.

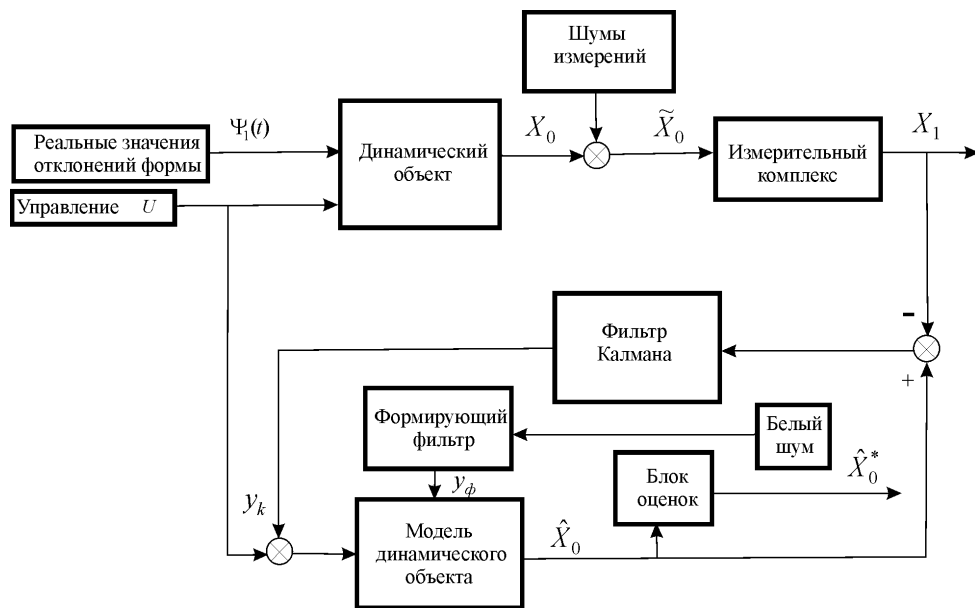


Рис. 2. Схема оценки текущих значений фактической глубины резания  $t_f$

Алгоритм субоптимальной обработки результатов наблюдений при этом определяется матричными уравнениями:

$$\dot{\hat{Y}} = A \cdot \hat{Y} + B_0 \cdot U + K_\Phi \cdot [Z - B_0 \cdot U - C \cdot \hat{X}],$$

$$\begin{bmatrix} \hat{t} \\ \hat{f} \\ \dot{\hat{t}} \\ \dot{\hat{f}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{Y}.$$

### Выводы

Предложенная динамическая модель ТП внутреннего шлифования с нежесткой ТС на основании теории оптимальной динамической фильтрации позволяет с учетом статистических показателей измерительного комплекса и характеристик отклонений форм инструмента от номинальных произвести определение фактической глубины резания с учетом динамики процесса обработки.

Полученные результаты могут быть использованы как при моделировании процессов абразивно-алмазной обработки, так и при построении систем управления ТП внутреннего шлифования для повышения точности процесса обработки.

**Список литературы:** 1. Новоселов Ю.К., Каинов Д.А. Моделирование операций при оценке отклонений формы детали при шлифовании//Сучасні технології в машинобудуванні. Сб. наук. статей / Под заг. ред. П.І Грабченка. – Т.2, Харків: НТУ «ХП», 2006. – С. 391–400. 2. Каинов Д.А. Оценка влияния скорости движения объекта на параметры входных шумов. – Вестник СевГТУ „Автоматизация процессов и управление”. – Севастополь: Издательство СевГТУ. 2000, Вып. 27. – С. 66-69. 3 Новоселов Ю.К., Каинов Д.А. Оценка параметров зоны контакта заготовки с инструментом при круглом наружном шлифовании// Високі технології в машинобудуванні. Збірник наукових праць ХДПУ. Харків. – 2001, Вип. 1(4). – С. 66-69. 4. Каинов Д.А. Методика построения динамических соотношений, не требующих дифференцирования измерений отклонений форм для процесса шлифования// Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: “Машинобудування і машинознавство” – Донецьк: ДонНТУ, 2005. – Вип.92. – С. 43-47.

### ТЕОРЕТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ФАКТИЧНОЇ ГЛИБИНИ РІЗАННЯ ПРИ ВНУТРІШНЬОМУ ШЛІФУВАННІ ЗУРАХУВАННЯМ ДИНАМІКИ ПРОЦЕСУ ОБРОБКИ

Каинов Д.О.

Запропонована методика підвищення точності визначення фактичної глибини різання при внутрішньому шліфуванні.

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФАКТИЧЕСКОЙ ГЛУБИНЫ РЕЗАНИЯ ПРИ ВНУТРЕННЕМ ШЛИФОВАНИИ С УЧЕТОМ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ

Каинов Д.А.

Предложена методика повышения точности определения фактической глубины резания при внутреннем шлифовании.

### THEORETICAL DETERMINATION OF ACTUAL CUTTING DEPTH AT INTERNAL GRINDING TAKING ACCOUNT OF DYNAMICS OF PROCESS OF MACHINING

Kainov D.A.

The method of increase of accuracy of cutting actual depth determination is offered at the internal grinding.

*Рецензент: д.т.н., доц. Гусев В.В.*