

УДК 656.52

Остапенко А.В., к.т.н., Бузов А.В.

АДИ ГВУЗ «ДонНТУ», г. Горловка

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ КАНАЛА ИСТЕЧЕНИЯ И ИЗБЫТОЧНОГО ДАВЛЕНИЯ В НЕСУЩЕЙ ПОЛОСТИ АЭРОСТАТИЧЕСКОЙ ОПОРЫ С КОНИЧЕСКИМ БЕЗРАСХОДНЫМ ОГРАНИЧИТЕЛЕМ

Рассмотрены основные факторы, влияющие на величину коэффициента сопротивления канала истечения. Приведена методика расчета минимальной величины избыточного давления в несущей полости аэростатической опоры, необходимой для выполнения заданных функций.

Постановка проблемы в общем виде

В промышленности, например в электротехнических испытательных цехах, высоковольтное оборудование устанавливается стационарно или с возможностью перемещения на колесном ходу по рельсам. Ограниченная маневренность испытательного оборудования и необходимость смены его при проведении различных воздействий на испытуемое изделие не позволяют рационально использовать площади имеющихся испытательных цехов. С целью устранения указанного недостатка было предложено использовать аэростатические опоры (АО). Применение устройств на воздушной подушке позволит увеличить мобильность, расширить эксплуатационные и технологические возможности высоковольтного испытательного оборудования, даст возможность уменьшить потребную площадь испытательного цеха. Однако расчет АО на конкретные условия имеет определенные трудности и не повторяемость результатов, что проявляется в виде вибрации ограждения и собственно АО.

Цель работы

Целью работы является уточнение методов пневматического расчета устройств на аэростатических опорах.

Изложение основного материала исследования

Очевидно, что основное гидравлическое сопротивление истечению оказывает кольцевой зазор между гибким эластичным ограждением и экранной поверхностью, образующийся на выходе воздуха из АО. По экспериментальным данным высота этого зазора составляет доли миллиметра [1]. Учитывая относительно большую протяженность зазора (разность $r_2 - r_1$ рис. 1), можно считать, что радиальная скорость воздуха в зазоре подчиняется уравнению:

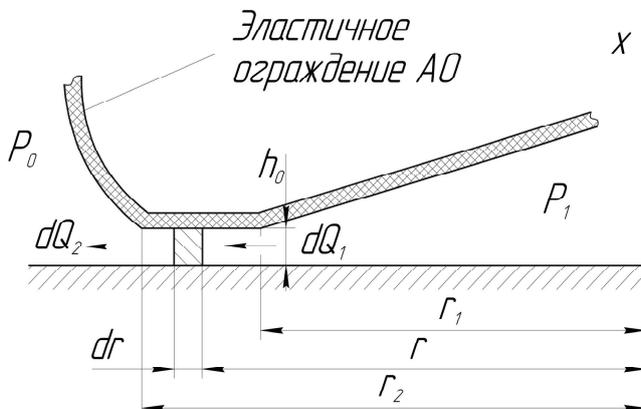


Рис. 1. Расчётная схема АО

$$\omega = -\frac{m}{\mu} \frac{dP}{dr}, \quad (1)$$

где μ — динамическая вязкость воздуха;

m — коэффициент, характеризующий проницаемость экранной поверхности зазора истечения.

Направим координату x вдоль оси АО, а по r — радиальную составляющую скорости (рис. 1).

Тогда количество воздуха, втекающее через кольцевую поверхность длиной $2\pi r$ и высотой dx , составляет

$$dQ_1 = \psi 2\pi r \rho \omega dx,$$

где ψ — коэффициент, учитывающий состояние экранной поверхности. Для идеально гладкой и воздухонепроницаемой поверхности $\psi = 1$.

Вытекающее количество воздуха через поверхность $2\pi(r + dr)dx$:

$$dQ_2 = \psi \left[2\pi r \omega \rho + 2\pi r \frac{d}{dr} (\omega r \rho) dr \right] dx.$$

С другой стороны, изменение массы воздуха на рассматриваемом участке равно

$$dM = 2\pi \psi \frac{\partial \rho}{\partial t} r \cdot dr dx,$$

где t — время.

Уравнение баланса расхода воздуха

$$dQ_1 - dQ_2 = dM.$$

Или, с учетом уравнения (1):

$$\psi \left[\frac{d}{d} \left(\frac{m \partial P}{\mu \cdot \partial r} \right) + \frac{m}{\mu \cdot r} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{m}{\mu \cdot r} \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\partial P}{\partial r} \right] = \frac{\psi}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (2)$$

Будем считать, что динамическая вязкость воздуха при движении в зазоре не изменяется, т.е. $\mu = const$. Значение ψ и m также примем постоянными. Используя соотношение между давлением и плотностью в адиабатном потоке и дифференцируя его, будем иметь:

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} = \frac{\rho_1}{k \rho_1^{\frac{1}{k}}} P_1^{\frac{1}{k}-1} \cdot \frac{\partial P}{\partial r}.$$

Подставляя найденное значение изменения плотности в уравнение (2), получим:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \rho_1 P_1^{-\frac{1}{k}} \cdot \frac{1}{k} P_1^{\frac{1-k}{k}} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right)^2 = \frac{\mu}{m \rho} \frac{\partial P}{\partial t}.$$

Ограничимся стационарным режимом истечения, кроме того, учтем, что член, содержащий производную в квадрате, намного меньше других, тогда полученное уравнение приводится к виду:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = 0.$$

Общим интегралом уравнения является выражение

$$P = C_1 \ln r + C_2, \quad (3)$$

где C_1 и C_2 — постоянные интегрирования.

Запишем граничные условия задачи: при $r = r_1$ $P = P_1$; при $r = r_2$ $P = P_0$,

где P_1 — давление в несущей полости АО;

P_0 — атмосферное давление.

Подставляя найденные значения C_1 и C_2 в интеграл (3), получим уравнение:

$$P = P_0 + \frac{P_1 - P_0}{\ln \frac{r_2}{r_1}} (\ln r - \ln r_2).$$

Поскольку $P_1 > P_0$, перепишем это уравнение в виде:

$$P = P_0 + \frac{P_1 - P_0}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \ln \frac{r_2}{r}. \quad (4)$$

Уравнение (4) показывает, что изменение давления по радиусу зазора имеет логарифмический характер.

Из уравнения (4) следует, что градиент давления для рассматриваемого течения равен:

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{P_1 - P_0}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \frac{1}{r}.$$

Подставляя это значение $\frac{dP}{dr}$ в формулу (1), будем иметь:

$$\omega = \frac{m}{\mu r} \cdot \frac{P_1 - P_0}{\ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (5)$$

С другой стороны, текущее значение скорости воздуха в кольцевом зазоре:

$$\omega = \frac{V}{2\pi r h_0 \psi}, \quad (6)$$

где V — объемный расход воздуха через АО.

Приравняв (5) и (6), найдем:

$$P_1 = P_0 + \frac{V \cdot \mu}{2\pi h_0 \psi m} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (7)$$

Определим теперь величину проницаемости кольцевого зазора. Воспользуемся условием, что при установившемся режиме движения потери давления вызываются трением воздуха о стенки зазора, образованного с одной стороны гибким ограждением, и экранной поверхностью — с другой. Запишем это условие относительно средней площади поперечного сечения зазора. Это допустимо, так как проведенные эксперименты показали, что разность $\frac{r_2 - r_1}{r_2}$ невелика.

$$4\pi(r_2^2 - r_1^2)\tau = \pi h_0(r_2 - r_1)(P_1 - P_0)$$

или

$$4(r_2 + r_1)\tau = h_0(P_1 - P_0). \quad (8)$$

В этих условиях τ — касательное напряжение трения.

При движении вязкой жидкости касательное напряжение определяется по формуле Ньютона:

$$\tau = -\mu \frac{d\omega}{dx}.$$

В свою очередь, изменение радиальной скорости по высоте зазора находится по выражению:

$$\frac{\partial\omega}{\partial x} = -\frac{1}{\mu} \left(x - \frac{h_0}{2} \right) \frac{\partial P}{\partial r}.$$

Находя из этого выражения значение ω на границах зазора, получим значения максимального касательного напряжения:

$$\tau = -\frac{h_0}{2} \frac{\partial P}{\partial r}. \quad (9)$$

Среднее по высоте зазора значение радиальной скорости ω , которым мы оперировали ранее, можно определить по выражению:

$$\omega = \frac{1}{h_0} \int_0^{h_0} \omega(x) dx.$$

Согласно этой записи, интегрирование уравнения дает:

$$\omega = -\frac{h_0^2}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial r}.$$

Найдя отсюда градиент давления и подставив его в формулу (9), получим:

$$\tau = 6\mu \frac{\omega}{h_0}.$$

Используя найденное значение τ из равенства (8), получим значение скорости истечения воздуха из АО:

$$\omega = \frac{(P_1 - P_0)h_0}{24\mu(r_2 + r_1)}. \quad (10)$$

С другой стороны, это значение скорости, согласно (1), будет равно:

$$\omega = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{(P_1 - P_0)}{r_2 - r_1}. \quad (11)$$

Приравняв уравнения (10) и (11), получим значение коэффициента проницаемости зазора истечения:

$$m = \frac{h_0^2(r_2 - r_1)}{24(r_2 + r_1)}.$$

Подставляя найденное значение m в формулу (7), получим значение потери давления при прохождении воздуха через минимальное сечение кольцевого зазора:

$$P_1 - P_0 = \frac{12\nu\mu(r_2 - r_1)}{\pi h_0^3(r_2 + r_1)\Psi} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (12)$$

Потери давления ΔP при прохождении потоком сопротивления принято выражать по формуле

$$\Delta P = \xi \rho \frac{\omega^2}{2}, \quad (13)$$

где ξ — коэффициент местного сопротивления.

Тогда, заменив значение объемного расхода через скорость воздуха на выходе из АО и обозначив через h_0 высоту канала истечения, $\nu = 2\pi h_0 r_2 \omega$, получим после совместного решения уравнений (12) и (13)

$$\xi = \frac{48r_2\nu(r_2 + r_1)}{\omega h_0^2(r_2 - r_1)\Psi} \ln \frac{r_2}{r_1},$$

где ν — кинематический коэффициент вязкости воздуха.

Значение ξ может быть переписано в виде

$$\xi = \frac{48r_2(r_2 + r_1)}{\text{Re } h_0(r_2 - r_1)\Psi} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (14)$$

В этом выражении Re — число Рейнольдса, вычисленное при определяющем линейном размере h_0 . Опыты, проведенные на АО с активным диаметром ограждения $d = 0,5$ м ($r_0 = 0,25$ м), показали (рис. 1), что изменение величины радиусов r_1 и r_2 можно представить в виде следующих безразмерных зависимостей:

$$\frac{r_1}{r_0} = A + a\delta; \quad \frac{r_2}{r_0} = A + b\delta, \quad (15)$$

где A, a, b — опытные коэффициенты;

δ — безразмерный коэффициент нагрузки на АО — отношение фактической нагрузки G к нагрузке, принятой за номинальную $G_{\text{ном}}$.

Величина $G_{\text{ном}}$ выбирается исходя из прочности эластичного ограждения и располагаемого давления воздуха в сети. Из-за ограниченного числа экспериментов величины $\frac{r_1}{r_0}$ и

$\frac{r_2}{r_0}$ не могут быть обобщены для всех АО подобного типа.

С учетом соотношений (14) перепишем выражение (15) в виде:

$$\xi = \lambda \frac{r_0}{h_0\Psi}, \quad (16)$$

где λ — коэффициент сопротивления трению.

$$\lambda = \frac{B}{\text{Re}}. \quad (17)$$

В этом выражении через B обозначена безразмерная величина:

$$B = \frac{48(A + a\delta)[2A + (a + b)\delta]}{(a - b)\delta} \ln \frac{A + a\delta}{A + b\delta}. \quad (18)$$

С учетом значения и уравнения (16) получим формулу для вычисления избыточного давления в несущей полости АО применительно к принятым условиям:

$$P_1 - P_0 = \frac{k-1}{k} \left[\rho \frac{\omega^2}{2} \left(1 + \lambda \frac{r_0}{h_0 \Psi} \right) - \rho_1 \frac{\omega_1^2}{2} \right], \quad (19)$$

где ρ — плотность воздуха при атмосферном давлении.

При пренебрежении изменением плотности воздуха, согласно (17), формула принимает вид:

$$P_1 - P_0 = \rho \left[\frac{\omega^2}{2} \left(1 + \lambda \frac{r_0}{h_0 \Psi} \right) - \frac{\omega_1^2}{2} \right]. \quad (20)$$

Для предварительных расчетов АО можно принимать $\omega_1 = \omega$.

Тогда формула (20) упрощается до вида:

$$P_1 - P_0 = \lambda \rho \frac{r_0}{h_0 \Psi} \frac{\omega^2}{2}. \quad (21)$$

Произведем оценочные расчеты в определении величины λ . Воспользуемся опытными данными (рис. 2). Для данной АО находим значения коэффициентов: $A = 0,85$; $a = 0,085$; $b = 0,125$.

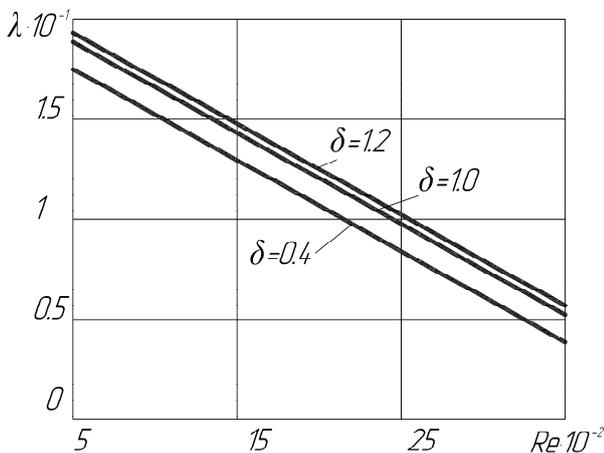


Рис. 2. График изменения $\lambda - f(Re, \delta)$

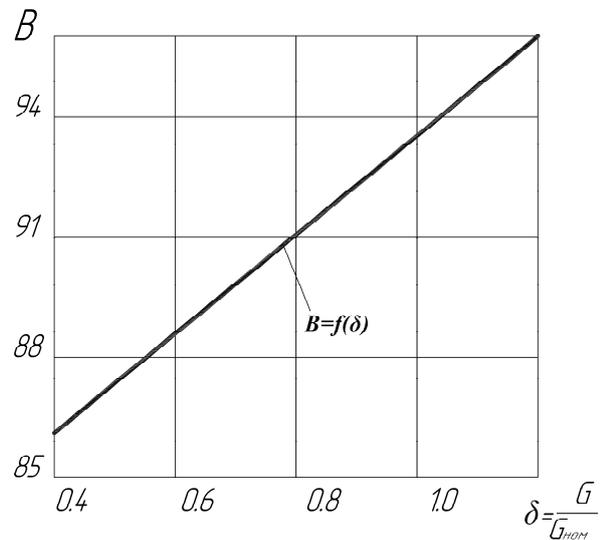


Рис. 3. Изменение коэффициента B в зависимости от коэффициента нагрузки АО

На рис. 3 показано изменение значения $B = f(\delta)$, рассчитанного по формуле (18). Видно, что при увеличении нагрузки в три раза величина B изменяется только в 1,12 раза, что позволяет считать ее величиной постоянной. На рис. 2 показано изменение коэффициента сопротивления в зависимости от числа Re и коэффициента нагрузки δ .

Пример. Определить избыточное давление в несущей полости АО с $r_0 = 0,25$, если известен расход воздуха через АО, приведенный к атмосферному давлению:

$$V = 0,8 \text{ м}^3 / \text{мин} = 1,333 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3 / \text{с}.$$

Высота зазора истечения $h_0 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}$. $\psi = 1$, $\delta = 1$.

Параметры окружающего воздуха: $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$; $\nu = 14,9 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 / \text{с}$ (параметры воздуха взяты при $P_0 = 101325 \text{ Па}$, $t = 20^\circ$ и относительной влажности $\phi = 0,5$).

1. Вычисляем скорость истечения воздуха на выходе из АО:

$$\omega = \frac{V}{2\pi r_0 h_0} = \frac{1,333 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,25 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 42,45 \text{ м/с}.$$

2. Число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{\omega h_0}{\nu} = \frac{42,45 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{14,9 \cdot 10^{-6}} = 569,8.$$

По найденному значению числа Re определим с помощью графика (рис. 2) значение λ . При $\delta = 1$ имеем $\lambda = 0,182$.

3. Избыточное давление в несущей полости АО определяем по формуле (21):

$$P_1 - P_0 = \lambda \rho \frac{r_0}{h_0 \psi} \frac{\omega^2}{2} = 0,182 \cdot 1,2 \frac{0,25 \cdot (42,45)^2}{2 \cdot 10^{-4}} = 245973 \text{ Па} = 0,2460 \text{ МПа}.$$

Выводы

Пользуясь формулами (19) и (21), можно рассчитать необходимое избыточное давление в несущей полости и грузоподъемность аэростатической опоры.

Перспективы дальнейших разработок

Безусловно, что приведенная методика расчета АО, а также формулы (19) и (21) должны быть уточнены после достаточного числа экспериментов.

Список литературы

1. Остапенко А.В. О зазоре между ограждением аэростатической опоры и поверхностью / А.В. Остапенко, Н.А. Ставриенко, Б.А. Поляк // Промышленный транспорт. — 1988. — №10. — 35 с.
2. Дворянинов В.Г. Внутрицеховой транспорт на воздушной подушке / В.Г. Дворянинов. — М.: Машиностроение, 1982. — 81 с.
3. Повх И.Л. Техническая гидродинамика / И.Л. Повх. — Л.: Машиностроение, 1976. — 502 с.

Стаття надійшла до редакції 18.02.10

© Остапенко А.В., Бузов А.В., 2010