

О ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ ИСПРАВЛЕНИЯ ЧАСТИ ОШИБОК В СИСТЕМАХ С РОС ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ИЗБЫТОЧНЫХ ТАЙМЕРНЫХ СИГНАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Захарченко Н.В., Мамедов М.А., Корчинский В.В., Мартынова Е.Н.
Одесская национальная академия связи, г. Одесса

Abstract

Zaharchenko N.V., Mamedov M.A., Korchinsky V.V., Martynova E.N. About expediency of error correction in DFB systems at usage of exuberant timer signal construction. Error correction in DFB system is proved to be aimless. Parameters of signal construction error detection are considered as well as those provided increase of data transmission speed efficiency in four times in comparison with the discharge digital code systems.

Общая постановка проблемы.

Системы передачи данных по алгоритму передачи делятся на два вида [1]:

- системы без обратной связи (однонаправленные системы), в которых заданное качество достигается за счет или многократного повторения сообщения по одному каналу, или параллельной передаче его по нескольким каналам, или применения исправляющих ошибок кодов;

- системы с обратной связью, или адаптивные системы, обеспечивают требуемое качество передачи за счет повторений искаженных кодовых слов. Приемная сторона по параметрам обнаруживающего ошибки избыточного кода принимает решение о повторении, для чего по обратному каналу передается соответствующий сигнал.

По аналогии с односторонними системами избыточность в адаптивных системах с решающей обратной связью (РОС) характеризуется коэффициентом полной избыточности

$$\bar{\chi} = \frac{\bar{n}_0 - k}{\bar{n}_0}, \quad (1)$$

где: \bar{n}_0 - среднее число кодовых элементов, затрачиваемых на передачу одного кодового слова с учетом избыточных элементов (r), вводимых для обнаружения ошибок заданной кратности и затрат на повторения искаженной комбинации;

k - число информационных элементов в кодовом слове.

В связи с этим коэффициент избыточности можно представить в виде

$$\chi = \frac{n-k}{n} + \frac{\bar{r}_n}{n} = \frac{r}{n} + \frac{\bar{r}_n}{n} \quad (2)$$

где n - общее число элементов в кодовой комбинации; \bar{r}_n - среднее число эквивалентных избыточных элементов, обусловленное наличием повторений.

Постановка задачи исследований.

Теория и практика построения систем с РОС, а также их эксплуатация показывают, что более 95% избыточности определяется проверочными элементами [2]. Такой высокий процент избыточности кода объясняется необходимостью реализовать короткие сигнальные

конструкції для високодинамічних систем с обмеженим часом старіння інформації, а також наявністю групування помилок в реальних каналах зв'язу [3].

Решение задачи и результаты исследований.

Большинство реальных каналов (особенно низовых звеньев АСУ) можно описать кусочно-стационарной моделью Гильберта с двумя состояниями канала [4]:

- „хорошим” состоянием, занимающим более (96 ... 99)% времени передачи с вероятностью ошибочного приема элемента $p_3 < 10^{-8}$;
- «плохим» состоянием, с вероятностью ошибки стремящейся к 0,5 [4].

Очевидно, что средняя вероятность ошибочного приема элемента стремится к 10^{-3} и определяется временем «плохого» состояния канала.

Такие статистические характеристики канала позволяют сделать вывод о большом запасе надежности передачи элементов кода в «хорошем» состоянии и целесообразности обмена качества передачи на количество передаваемых элементов на этих интервалах с последующим обменом их на качество.

В связи с вышеизложенным, для увеличения скорости передачи воспользуемся большим запасом надежности (достоверности) по краевым искажениям. Так как простое увеличение скорости модуляции (уменьшение по сравнению найквистовым единичным элементом t_0) приводит к большим межсимвольным искажениям, то при формировании сигнальных конструкций поступим следующим образом [4].

В качестве базового элемента возьмем элемент $\Delta = \frac{t_0}{S} (S \in 1; 2; \dots; k)$. С целью исключения межсимвольных искажений из 2^{ms} реализаций на интервале сигнальной конструкции ($T_c = mt_0$) выберем только те, у которых подряд передается не меньше S единиц или нулей ($\tau_c \geq S\Delta$).

Ясно, что такая сигнальная конструкция может состоять минимум из двух отрезков $i=2$, в каждом из которых имеется не меньше S подряд передаваемых одинаковых элементов и максимум m отрезков (такая реализация возможна одна). Так как длительности отдельных отрезков τ_c на интервале сигнальной конструкции T_c могут меняться, то такие сигнальные конструкции получили название таймерных (ТСК). Можно показать, что число реализаций сигнальных конструкций при заданных m, S, i определяется [4]

$$N_p = C_{mS-i(S-1)}^i = \frac{[ms - i(S-1)]!}{i! [mS - i(S-2)]!} \quad (3)$$

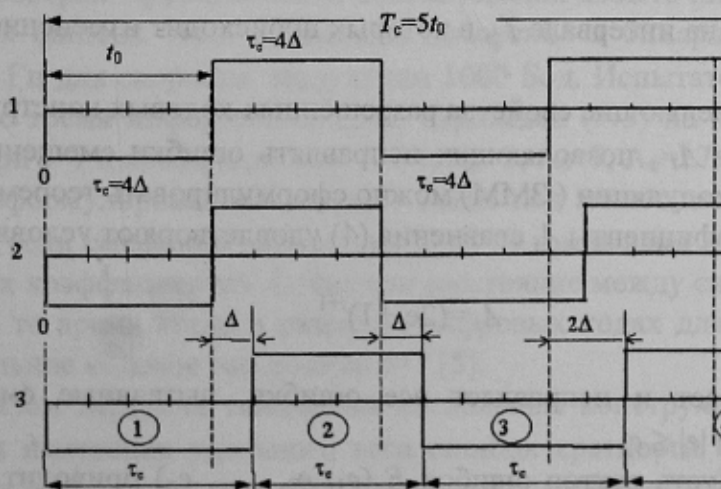


Рис. 1 - Эпюры 3-х таймерных сигнальных конструкций

На рис. 1 показаны эпюры 3-х сигнальных конструкций с тремя информационными отрезками на интервале $T_c=5t_0$ и четвертым защитным, дополняющий кодовое слово до длительности T_c , а в таблице 1 - число реализаций сигналов на интервале $T_c \in (4...12)t_0$ для $S \in 3; 5; 7$ при 3-х и 4-х информационных отрезках.

Таблица 1

<i>i</i>	<i>s</i>	<i>m</i>								
		4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	3	20	84	220	455	816	1330	2024	2925	4060
	5	56	286	816	1771	3276	5456	8436	12341	17296
	7	120	680	2024	4495	8436	14190	22100	32509	45760
4	3	1	35	210	715	1820	3876	7315	12650	20475
	5	1	126	1001	3876	10626	23751	46376	82251	135751
	7	1	330	3060	12650	35960	82251	163185	292825	487635

Анализ представленных данных показывает:

1. Несмотря на то, что число реализаций ($N_k=286$) удовлетворяющих условию $\tau_c \geq S\Delta$ при заданном значении *i* составляет доли процентов от общего множества $N_{об}=2^{mS}$ (при $m=5, S=5, N_{об}=2^{25} > 32 \cdot 10^6$), всё же это число (N_k) на много больше $2^m=2^5=32$.

2. С увеличением *m* и *s* число реализаций сначала может увеличиваться более чем в два раза с последующим уменьшением этого коэффициента.

Множество таймерных сигналов с заданным числом переходов *i* (информационных отрезков) обладает свойством обнаружения наличия дроблений за счет подсчета числа смен сигналов на интервале сигнальной конструкции.

В то же время, учитывая, что энергетическое расстояние между разрешенными сигнальными конструкциями уменьшилось в *S* раз, на качество приема существенно влияет смещения концов отрезков или значащих моментов воспроизведения (ЗМВ).

С целью обнаружения ошибок смещений целесообразно из общего множества разрешенных сигнальных конструкций выбрать только такие, которые удовлетворяют условию качества [4]

$$A_1x_1 + A_2x_2 + \dots + A_sx_s = 0 \pmod{A_0}, \tag{4}$$

где x_i - номера отрезков Δ на интервале T_c , в которых происходит изменение вида двоичного сигнала;

A_i - целые числа, определяющие свойства разрешенных кодовых конструкций.

Для коэффициентов A_i , позволяющих исправлять ошибки смещений на $\pm\Delta$ одного или *i* значащих моментов модуляции (ЗММ) можно сформулировать теорему.

Теорема. Если коэффициенты A_i сравнения (4) удовлетворяют условию

$$A_i = (2e_0 + 1)^{i+1}, \tag{5}$$

то такой код обнаруживает и исправляет все ошибки, вызванные смещениями ЗМВ, кратности $l \leq n$ и величины $|e| \leq e_0$.

Доказательство. Пусть вектор ошибок $E (e_1, e_2, \dots, e_n)$ приводит к появлению на приеме сигнала

$$\bar{X} \rightarrow (x_1 + e_1), (x_2 + e_2), \dots, (x_{n-1} + e_{n-1}) \tag{6}$$

Используя условие (4) для вектора (6), получим

$$(x_1 + e_1)A_1 + (x_2 + e_2)A_2 + \dots + A_{n-1}(x_{n-1} + e_{n-1}) = \sum_{i=1}^{n-1} x_i A_i + \sum_{i=1}^{n-1} e_i A_i = \sum_{i=1}^{n-1} e_i A_i \quad (7)$$

Рассмотрим сумму $\sum_{i=1}^{n-1} A_i = P$. Так как $A_i = (2e_o + 1)^{i-1} = z_o^{i-1}$,

то

$$P = \sum_{i=1}^{n-1} A_i = 1 + z + z^2 + z^3 + \dots + z^{n-1} = \frac{1 - z^n}{1 - z}. \quad (8)$$

Следовательно, максимальное значение синдрома n -кратной ошибки величиной $e = e_o$ будет

$$C_{\max} = \sum_{i=1}^{n-1} e_o A_i = e_o \frac{(1 - z)^n}{1 - z}. \quad (9)$$

Модуль сравнения согласно условию теоремы равен

$$A_o = A_n = (2e_o + 1)^n = z^n. \quad (10)$$

Так как $z > e_o$, то $\sum_{i=1}^{n-1} e_o A_i < A_o$, т.е. $\sum_{i=1}^{n-1} e_o A_i \neq 0 \pmod{A_o}$.

Следовательно, по наличию остатка ошибка будет обнаружена. Так как вектор ошибки представляет собой $(n-1)$ элементную комбинацию с основанием $k=(2e_o+1)$, то число возможных синдромов ошибок равно

$$N_c = (2e_o + 1)^{n-1} \quad (11)$$

Согласно (5), (10) $N_c < A_n = A_o$, т.е. каждому синдрому соответствует свой вектор ошибок, следовательно, возможно исправление ошибок.

Доказанная теорема определяет правила выбора коэффициентов для построения кодов, исправляющих смещения значащих моментов модуляции, для случая, когда ни один из ЗМВ не смещён на величину $|e| > e_o$ (или вероятность появления такого события допустима).

С целью проверки эффективности использования избыточных таймерных конструкций для обнаружения ошибок были проведены измерения в бинарном канале ГТС с ЧМ при полосе $\Delta F=1300$ Гц для скорости модуляции 1000 Бод. Испытательные таймерные сигналы формировались с тремя информационными отрезками ($i=3$) на интервале $T_c=8t_o$ (передача одного байта) при $s=7$ и коэффициентах $A_1=1, A_2=3, A_3=9, A_0=27$.

Согласно сформулированной теореме такой код может исправить ошибки смещений кратности $t_k \leq 3$, если смещение каждого из ЗМВ не превышает одного Δ . Следует заметить, что при заданных коэффициентах A_i кодовое расстояние между сигнальными конструкциями равно $d=4$ [4], в то время когда в разрядно цифровых кодах для исправления трехкратных ошибок минимальное кодовое расстояние $d=7$ [5].

Перед началом передачи таймерных сигнальных конструкций по указанному каналу, были проведены измерения удельного веса ошибок кратности $t_k \in 1 \dots 8$ при передаче 8 элементных кодовых слов для разрядно цифрового метода кодирования (скорость $V=1000$ Бод). Результаты измерений приведены в табл. 2.

Таблиця 2

$P_{\text{ош } 3}$	Удельный вес ошибок i кратности							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$2,5 \cdot 10^{-3}$	0,58	0,32	0,06	0,02	0,015	0,002	0,0015	0,0005

Заметим, что при необходимости обнаружить 4-х кратные ошибки достаточно построить код с кодовым расстоянием $d=5$, для чего потребуется минимум 10 проверочных элементов к 8-ми информационным [4]. При этом остаточная вероятность ошибки составит

$$P_{\text{ост}} = P_{\text{ош } 3} \cdot P(t_{\text{кр}} > 4) = 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,02 = 5 \cdot 10^{-5}.$$

Согласно табл.1 при $i=3, s=7 T_c=8t_0$ можно реализовать 8436 сигнальных конструкций, из них удовлетворяющих условию (4)

$$\sum_{i=1}^3 A_i x_i = 0 \pmod{27} \quad A_1=1; A_2=3; A_3=9$$

не более $(8436:27) 312$ реализаций, что достаточно для передачи одного байта.

Ниже приведено результаты одного сеанса измерений качества передачи таймерных сигналов, удовлетворяющих условию (4), по указанному выше каналу ГТС.

1. Передано сигнальных конструкций 73676.
2. Принято без ошибок 72828.
3. Принято кодовых слов с ошибками до декодера ТСК - 848.

Из принятых ошибочно сигнальных конструкций 43 имели дробления, т.е. в них изменилось число ЗММ на интервале $T_c=8t_0$.

Смещения отдельных ЗММ в сигнальных конструкциях, имеющих ошибки до декодера ТСК распределилось следующим образом:

- 1) количество кодовых слов с ошибкой в одном переходе 402:

$$\begin{aligned} |x|0|0|=\text{delta}|1|2|3| &= |38|4|4| \\ |0|x|0|=\text{delta}|1|2|3| &= |28|1|0| \\ |0|0|x|=\text{delta}|1|2|3| &= |317|7|2| \end{aligned}$$

- 2) количество кодовых слов с ошибкой в двух элементах 342:

$$\begin{aligned} |x|x|0|=\text{delta}|1|2|3|*|1|2|3| &= |92|6|7|*|93|5|7| \\ |x|0|x|=\text{delta}|1|2|3|*|1|2|3| &= |20|1|2|*|21|2|0| \\ |0|x|x|=\text{delta}|1|2|3|*|1|2|3| &= |207|6|1|*|205|7|2| \end{aligned}$$

- 3) количество кодовых слов с ошибкой в трех элементах: 57:

$$|x|x|x|=\text{delta}|1|2|3|*|1|2|3|*|1|2|3| = |44|8|5|*|42|7|8|*|49|2|6|$$

(x – означает искаженный ЗМВ)

Количество кодовых слов правильно исправленных декодером ТСК согласно условию теоремы – 742.

Из оставшихся принятых ошибочно 106 кодовых конструкций 43 имели число ЗММ больше 3-х и 63 имели смещение ЗМВ на величину $\theta > 1\Delta$.

Так как все вычеты по модулю числа $A_0=27$ соответствуют 27 векторам ошибок, приводящим к смещениям на величину $\theta < 1\Delta$, то кодовые слова с искажениями $\theta > 1\Delta$ любого из ЗМВ неправильно декодируются, что приводит к необнаруженной ошибке. Следовательно

$$P_{\text{но}}=63 : 73676 = 8,5 \cdot 10^{-4}.$$

Так как такое значение $P_{\text{но}}$ обычно не удовлетворяет потребителя, необходимо уметь разделять синдромы для исправления и обнаружения ошибок. Для обнаружения ошибок смещений величиной $\theta > 1\Delta$ необходимо ввести коэффициенты A_i , обеспечивающие получение синдромов для векторов ошибок и имеющих смещение минимум одного ЗМВ на величину $\theta \geq 2\Delta$.

Согласно сформулированной теореме при $e_0=2$ коэффициенты A_i будут равны:

$$A_1=1; A_2=5; A_3=25; A_0=125.$$

При этих условиях для передачи одного байта информационными сигнальными конструкциями, удовлетворяющих условию (4) и указанным коэффициентам при $S=7$ необходимо (256×125) 32000 реализаций. Согласно табл. 1 такое число реализаций можно получить при $k=11$, т.е. к 8-ми информационным элементам необходимо добавить три элемента.

Несмотря на то, что эта избыточность меньше чем при РЦК ($k=10, n=18$) рассмотрим эффективность только режима обнаружения смещений ЗМВ в сигнально-кодовых конструкциях.

Так как в режиме обнаружения необходимо будет повторно запрашивать все кодовые слова, как имеющих дробления, так и ранее исправляемые, определим, какую величину зоны Δ необходимо обеспечить с целью существенного уменьшения числа повторяемых кодовых слов. Для этого рассчитаем среднеквадратическое отклонение σ смещений ЗМВ.

Согласно приведенным выше результатам измерений число значащих моментов модуляции, имеющих смещение $\theta > 0,5\Delta$ - 1257. Следовательно, вероятность смещения равна

$$P_{\text{см}}(\theta > 0,5\Delta) = 2[0,5 - \Phi(z)] = 1257 : (73676 \times 3) = 5,6 \times 10^{-3},$$

где $\Phi(z)$ – интеграл вероятностей при $z = \frac{\Delta}{2\sigma}$.

Используя таблицы интеграла вероятностей [6] и значение Δ ($\Delta = 1 : S = 0,142$), при $P_{\text{см}}(\theta > 0,5\Delta)$, определим значения Δ ($\Delta = 1 : S = 0,142$). Зная $P_{\text{см}}(\theta > 0,5\Delta)$ можно показать, что значения $z=2,83, \sigma=0,025$ [6]. По значению σ определим соотношение сигнал/помеха в “хорошем” состоянии канала.

Согласно [7] закон распределения смещений фронтов θ за счет гауссовской помехи описывается выражением

$$P_c(\theta) = \frac{4hn}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{8h^2\theta}{2}\right\}. \quad (12)$$

В этом выражении значение n определяется произведением рабочей полосы канала и длительности единичного элемента ($n = \Delta F_n t_0$). Так как для узкополосных каналов с ЧМ это значение близко к единице, то $h = \frac{1}{4\sigma}$ [7]. Следовательно, для испытываемого канала в

“хорошем” состоянии $h = 1/4 \cdot 0,025 = 10$, а вероятность ошибочного приема элемента $p_3 \ll 10^{-8}$.

Выберем сигнальные конструкции с тремя ЗММ ($i=3$) при $S=5$ ($\Delta_0 = 0,2t_0$).

Вероятность появления смещения одного ЗММ на величину $\theta > 0,5\Delta_0$

$$P_1(\theta > 0,5\Delta_0) = 2[0,5 - \Phi(\frac{0,2}{2 \cdot 0,025})] = 8 \cdot 10^{-5}$$

Для трех ЗММ в кодовом слове

$$P_3(\theta > 0,5\Delta_0) = 3P_1(\theta > 0,5\Delta_0) = 2,4 \cdot 10^{-4}$$

С целью обнаружения ошибок согласно уравнению (4) и исключения появления этого равенства при искажениях любого из значащих моментов за счет кратности коэффициентов A_i между собой или величине A_0 , выберем коэффициенты: $A_1 = 2$; $A_2 = 3$; $A_3 = 7$; $A_0 = 11$. Можно показать, что при $i=3$ и указанных значениях A_i на интервале $T_c = 8t_0$ можно реализовать 298 сигнальных конструкций, удовлетворяющих условию [4].

Результаты передачи 100000 кодовых слов с указанными параметрами следующие:

- всего ошибочных кодовых слов со смещением – 132;
- ошибочных кодовых слов $0,5\Delta_0 < \theta \leq 1\Delta_0$ – 22;
- кодовых слов с дроблением – 63;
- кодовых слов со смещением на величину $\theta > 1\Delta_0$ – 47;
- необнаруженных ошибочных слов – 0.

Выводы.

1. Избыточные таймерные сигнальные конструкции позволяют реализовать обнаружение ошибок на интервале простого кода без введения дополнительных временных затрат.
2. Реализуя передачу таймерными сигнальными конструкциями можно увеличить скорость передачи в системе с РОС в два и более раз (вместо 18 элементарных сигналов при РЦК затрачиваем 8 при ТСК).
3. Введение исправления ошибок смещения ЗМВ на величину $\theta \leq 1\Delta$ неэффективно, так как синдромное разделение исправляющих и обнаруживаемых ошибок смещений приводит к большим временным затратам на передачу одного и того же объема информации.

Литература

1. Шувалов В.П. Прием сигналов с оценкой их качества – М.: Связь, 1979. – 237 с.
2. Н.Н. Буга. Основы теории связи и передачи данных. Ч.2.-Ленинград, 1970.- 710 с.
3. Элементы теории передачи дискретной информации / Под ред. Л.П. Пуртова – М.: Связь, 1972.-232 с.
4. Захарченко В.М. Синтез багатопозиційних часових кодів. Київ.: Техніка, 1999.-281 с.
5. Бородин Л.Ф. Введение в теорию помехоустойчивого кодирования. - М.: Советское радио, 1968.-408 с.
6. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВУЗов.- М.: Наука, 1980.-976 с.
7. М.С. Немировский. Помехоустойчивость радиосвязи. - Л.: Изд-во «Энергия», 1967.- 296 с.