

УДК 621.891.001.57

## УЧЕТ СИЛ ТРЕНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЯЕМОГО КРАНА-РЕГУЛЯТОРА

**Жилкин О.В., магистрант**

*(Ухтинский государственный технический университет, г Ухта, Россия)*

В газовой промышленности актуальной является проблема автоматизации узлов редуцирования газа (УРГ) магистральных газопроводов (МГ). Основным элементом УРГ МГ является кран-регулятор (КР) с шаровым затвором (ШЗ). Устройство и описание режимов работы таких КР приведено, например, в [1]. Для создания эффективной системы управления этим технологическим объектом необходимо получить уравнение движения ШЗ, а также описать входящие в него силы и моменты.

Для вывода уравнения движения ШЗ используем уравнение Лагранжа второго рода [2]:

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{i=N} \frac{\partial W_k}{\partial \dot{x}_i} - \sum_{i=1}^{i=N} \frac{\partial W_k}{\partial x_i} = - \sum_{i=1}^{i=N} \frac{\partial R_i}{\partial \dot{x}_i} - \sum_{i=1}^{i=N} \frac{\partial W_{\Pi}}{\partial x_i} + F(x_i, \dot{x}_i), \quad (1)$$

где  $W_k$ ,  $W_{\Pi}$  – кинетическая и потенциальная энергии исследуемой системы;  $R$  – диссипативная функция;  $x_i$  – обобщенные координаты (степени свободы) системы;  $F(x_i, \dot{x}_i)$  – обобщенная внешняя сила;  $N$  – число степеней свободы.

Для ШЗ, вращающегося вокруг неподвижной оси  $Z$ ,  $N = 1$ , а в качестве обобщенной координаты удобно выбрать угол поворота  $\varphi$ . Принимая все звенья системы жесткими, моменты инерции постоянными и выполняя соответствующие подстановки, уравнение (1) для ШЗ запишем следующим образом:

$$J \dot{\omega}_{\text{шз}} = F(\varphi, \omega_{\text{шз}}), \quad (2)$$

где  $J$  – момент инерции ШЗ;  $\omega_{\text{шз}}$  – угловая скорость вращения ШЗ.

Обобщенная внешняя сила определяется суммой элементарных работ  $dA_i$  всех внешних движущих сил и сил сопротивления на перемещении  $d\varphi$ :

$$\sum dA_i = F(\varphi, \omega_{\text{шз}}) d\varphi.$$

Для тела, вращающегося относительно неподвижной оси  $Z$ ,

$$dA_i = F_i \sin(\alpha) r d\varphi = M_{zi} d\varphi,$$

где  $\alpha$  – угол между направлением силы и радиусом-вектором;  $M_{zi}$  – момент силы  $F_i$  относительно оси вращения  $Z$  [3].

Тогда обобщенная внешняя сила:

$$F(\varphi, \omega_{\text{шз}}) = \sum M_{zi}. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2) и расписывая сумму  $\sum M_{zi}$ , получаем уравнение движения ШЗ КР:

$$J \cdot \dot{\omega}_{\text{шз}} = M_{\text{упр}} + M_{\text{в.тр}}^{\Sigma} + M_{\text{с.тр}}^{\Sigma} + M_{\text{гд}}, \quad (4)$$

где  $M_{упр}$  – управляющий момент;  $M_{в.тр}^{\Sigma}$  – суммарный момент вязкого трения;  $M_{с.тр}^{\Sigma}$  – суммарный момент сухого трения;  $M_{гд}$  – гидродинамический момент.

Определим возможные причины возникновения сил вязкого и сухого трения в КР с ШЗ. Регулирующие краны с ШЗ для обеспечения быстрой реакции на управляющие воздействия и минимизации энергии управления, изготавливаются бесседельными или седла в них намерено привариваются к патрубкам. В этом случае новый, еще не забитый отложениями ШЗ, обтекается рабочей средой и не обеспечивает герметичности перекрытия. В тоже время штоки кранов-регуляторов уплотняются герметиком во избежание утечек в атмосферу. Это приводит к созданию суммарного момента вязкого трения (относительно оси Z)  $M_{в.тр}^{\Sigma} = M_{в.тр}^{шкр} + M_{в.тр}^{шт}$ , где  $M_{в.тр}^{шкр}$ ,  $M_{в.тр}^{шт}$  – суммарные моменты вязкого трения, препятствующие повороту ШЗ и штока.

Сила трения между двумя слоями прямолинейно движущегося газа определяется согласно закону Ньютона [4]:

$$F_{тр} = \mu |dv/dn| S,$$

где  $\mu$  – динамическая вязкость среды;  $dv/dn$  – градиент линейной скорости газа;  $S$  – площадь контакта слоев движущегося газа.

Для определения  $M_{в.тр}^{шкр}$  относительно оси Z, разобьем ШЗ параллельно плоскости XOY на  $m$  цилиндров высотой  $\Delta h$  (рисунок 1 (а, б)). При движении ШЗ, на  $i$ -й цилиндр действуют два элементарных момента вязкого трения:  $M_{три}^1$  – препятствующий, а  $M_{три}^2$  – способствующий движению (рисунок 1 (в)).

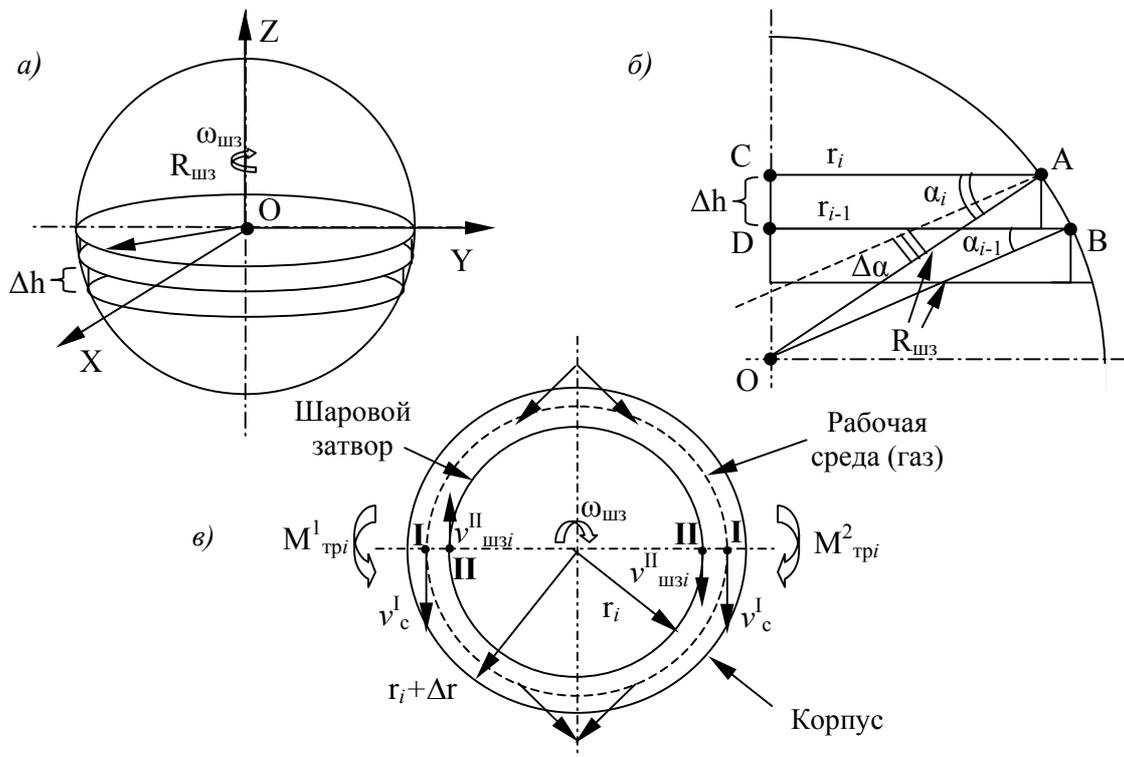


Рисунок 1 – К определению  $M_{в.тр}^{шкр}$ : а – разбиение ШЗ; б – сечение ШЗ плоскостью ZOY; в – сечение ШЗ плоскостью, параллельной XOY по  $i$ -му цилиндру

Зададимся направлением вращения ШЗ по часовой стрелке и определим элементарные силы вязкого трения  $F_{\text{три}}^1$  и  $F_{\text{три}}^2$ , действующие на  $i$ -й цилиндр ШЗ слева и справа соответственно:

$$F_{\text{три}}^{1,2} \approx \mu_c \left| \frac{\bar{v}_c^1 - v_{\text{шз}i}^{\text{II}}}{\Delta r_{\text{ш}}/2} \right| \Delta S_i^{1,2} = \mu_c \frac{v_c^1 \pm \omega_{\text{шз}} R_{\text{шз}} \cos(\alpha_i)}{\Delta r_{\text{ш}}/2} \Delta S_i^{1,2}, \quad (5)$$

где  $\mu_c$  – динамическая вязкость рабочей среды;  $\Delta r_{\text{ш}}$  – зазор между ШЗ и корпусом КР;  $\Delta S_i^{1,2}$  – площади контакта слоев движущегося газа;  $v_c^1$  – средняя по сечению зазора линейная скорость рабочей среды;  $v_{\text{шз}i}^{\text{II}} < v_c^1$  – линейная скорость точки боковой поверхности  $i$ -го цилиндра ШЗ;  $R_{\text{шз}} \cdot \cos(\alpha_i) = r_i$  – радиус  $i$ -го цилиндра ШЗ ( $\alpha_i \in [0; \pi/2]$ );  $R_{\text{шз}}$  – радиус ШЗ КР (рисунок 1 (б, в)).

Площади  $\Delta S_i^1, \Delta S_i^2$  определим следующим образом:

$$\Delta S_i^{1,2} = \Delta S_i^{\text{бок}} / 2 = \pi R_{\text{шз}} \cos(\alpha_i) \Delta h,$$

где  $\Delta S_i^{\text{бок}}$  – площадь боковой поверхности  $i$ -го цилиндра.

Выражая  $\Delta h$  через угол  $\alpha_i$  и производя простейшие тригонометрические преобразования, получаем:

$$\begin{aligned} \Delta h &= R_{\text{шз}} \cos(\alpha_i) \Delta \alpha, \\ \Delta S_i^{1,2} &= \Delta S_i = \pi (R_{\text{шз}})^2 \cos^2(\alpha_i) \Delta \alpha. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), определим  $F_{\text{три}}^1$  и  $F_{\text{три}}^2$ :

$$F_{\text{три}}^{1,2} = \mu_c \frac{v_c^1 \pm \omega_{\text{шз}} R_{\text{шз}} \cos(\alpha_i)}{\Delta r_{\text{ш}}/2} \pi (R_{\text{шз}})^2 \cos^2(\alpha_i) \Delta \alpha.$$

Элементарные моменты вязкого трения  $M_{\text{три}}^1$  и  $M_{\text{три}}^2$  (рисунок 1 (в)):

$$M_{\text{три}}^{1,2} = F_{\text{три}}^{1,2} r_i = \mu_c \frac{v_c^1 \pm \omega_{\text{шз}} R_{\text{шз}} \cos(\alpha_i)}{\Delta r_{\text{ш}}/2} \pi (R_{\text{шз}})^3 \cos^3(\alpha_i) \Delta \alpha.$$

Суммарный элементарный момент вязкого трения  $M_{\text{три}}^{\Sigma}$ :

$$M_{\text{три}}^{\Sigma} = -M_{\text{три}}^1 + M_{\text{три}}^2 = \mu_c \frac{-2 \omega_{\text{шз}} R_{\text{шз}} \cos(\alpha_i)}{\Delta r_{\text{ш}}/2} \pi (R_{\text{шз}})^3 \cos^3(\alpha_i) \Delta \alpha.$$

Соответственно,  $M_{\text{в.тр}}^{\text{шкр}}$ , действующий на ШЗ КР относительно оси Z, определим как предел интегральной суммы следующего вида:

$$M_{\text{в.тр}}^{\text{шкр}} = \lim_{\substack{m \rightarrow \infty \\ (\Delta \alpha \rightarrow 0)}} 2 \sum_{i=1}^m M_{\text{три}}^{\Sigma} = \lim_{\substack{m \rightarrow \infty \\ (\Delta \alpha \rightarrow 0)}} \sum_{i=1}^m \mu_c \frac{-4 \omega_{\text{шз}} R_{\text{шз}} \cos(\alpha_i)}{\Delta r_{\text{ш}}/2} \pi (R_{\text{шз}})^3 \cos^3(\alpha_i) \Delta \alpha,$$

или

$$M_{\text{в.тр}}^{\text{шкр}} = \int_0^{\pi/2} \mu_c \frac{-4 \omega_{\text{шз}} R_{\text{шз}} \cos(\alpha_i)}{\Delta r_{\text{ш}}/2} \pi (R_{\text{шз}})^3 \cos^3(\alpha_i) d\alpha. \quad (7)$$

Вычисляя интеграл (7), получаем окончательное выражение для  $M_{\text{в.тр}}^{\text{шкр}}$ :

$$M_{\text{в.тр}}^{\text{шкр}} = -(3 \mu_c \pi^2 R_{\text{шз}}^4 / (2 \Delta r_{\text{ш}})) \cdot \omega_{\text{шз}} = k_{\text{в.тр}}^{\text{шкр}} \omega_{\text{шз}}, \quad (8)$$

где  $k_{\text{в.тр}}^{\text{шкр}}$  – коэффициент вязкого трения ШЗ в корпусе КР.

Эксплуатация КР с ШЗ показала, что со временем герметичность перекрытия потока ШЗ восстанавливается, а время открытия/закрытия КР увеличивается. Это можно объяснить забиванием зазора между ШЗ и корпусом КР высоковязкими примесями (пыль, смолы и т.д.), содержащимися в транспортируемом природном газе, а также отложением в зазоре гидратов, образующихся при дросселировании газа (эффект Джоуля-Томпсона). Это приводит к увеличению  $M_{в.тр}^{шкр}$ . Рабочая среда перестает обтекать ШЗ внутри корпуса. Зазор между корпусом крана и ШЗ, а также между корпусом и штоком забивается высоковязкой смазкой (герметиком), что приводит к созданию суммарного момента вязкого трения  $M_{в.тр}^{\Sigma} = M_{в.тр}^{шзк} + M_{в.тр}^{шт}$ , где  $M_{в.тр}^{шзк}$  – суммарный момент вязкого трения, препятствующий повороту ШЗ в корпусе забитого крана (ЗК).

Выражение для  $M_{в.тр}^{шзк}$  получено аналогично (8):

$$M_{в.тр}^{шзк} = -(3\mu_{см} \pi^2 R_{шз}^4 / (4\Delta r_{ш})) \cdot \omega_{шз} = k_{в.тр}^{шзк} \omega_{шз},$$

где  $\mu_{см}$  – динамическая вязкость высоковязкого герметика;  $k_{в.тр}^{шзк}$  – коэффициент вязкого трения ШЗ в корпусе ЗК.

Момент вязкого трения  $M_{в.тр}^{шт}$  определим, учитывая, что  $r_i = \text{const} = R_{шт}$ :

$$M_{в.тр}^{шт} = -(2\pi\mu_{см} R_{шт}^3 H_{шт} / \Delta r_{шт}) \cdot \omega_{шт} = k_{в.тр}^{шт} \omega_{шт},$$

где  $H_{шт}$ ,  $R_{шт}$  – высота уплотнения и радиус штока;  $\Delta r_{шт}$  – величина зазора между штоком и корпусом;  $k_{в.тр}^{шт}$  – коэффициент вязкого трения штока.

Таким образом, суммарный момент  $M_{в.тр}^{\Sigma}$ :

$$M_{в.тр}^{\Sigma} = k_{в.тр} \omega_{шз}, \quad (9)$$

где  $k_{в.тр} = k_{в.тр}^{шкр} + k_{в.тр}^{шт}$  для нового КР с ШЗ или  $k_{в.тр} = k_{в.тр}^{шзк} + k_{в.тр}^{шт}$  для ЗК с ШЗ.

Причинами возникновения сухого трения в КР с ШЗ являются отказ от применения в узлах трения (УТ) смазки в пользу контакта «антифрикционный материал (АФМ)-металл», а также возникновение в УТ контакта «металл-металл» (см. рис. 2).

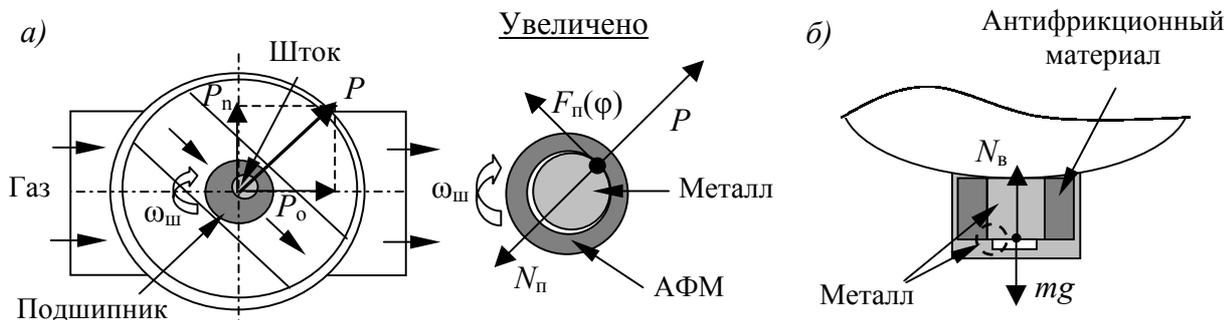


Рисунок 2 – Силы в УТ КР с ШЗ: а – из-за давления рабочей среды на ШЗ (контакт «АФМ-металл»); б – в подшипнике (контакт «металл-металл»)

В соответствии с законом Амонтона-Кулона [3], сила сухого трения  $F_{с.тр} = k N$ , где  $k$  – безразмерный коэффициент, зависящий от вида сухого трения;  $N$  – нормальная нагрузка. Шток КР в общем случае испытывает нор-

мальную нагрузку от воздействия потока рабочей среды и от веса самого ШЗ. Каждое воздействие определяет свою составляющую силы сухого трения.

При прохождении рабочей среды через клапан затвора, на шток КР действует сила  $P$ , равная геометрической сумме осевой силы  $P_o$  и нормальной силы  $P_n$  воздействия потока рабочей среды (рисунок 2 (а)). При повороте затвора, модуль и направление силы  $P$  меняются, т.к. меняются модули осевой и нормальной сил. Суммарную силу воздействия потока  $P$  можно определить по следующей формуле [5]:

$$P = \beta(\varphi) H \gamma \frac{\pi D^2}{4},$$

где  $\beta(\varphi)$  – безразмерный коэффициент;  $H$  – полный напор;  $\gamma$  – удельный вес рабочей среды;  $D$  – диаметр корпуса затвора в свету.

По третьему закону Ньютона сила реакции штока  $N_n$  противоположно направлена и равна по модулю  $P$ . Тогда сила трения в подшипниках  $F_n(\varphi)$ , обусловленная воздействием потока на шток, и момент сухого трения  $M_{с.тр}^n(\varphi)$  определяются следующим образом:

$$F_n(\varphi) = k P = \frac{f_{\text{АФМ}}^k}{R_{\text{шт}}} \beta(\varphi) H \gamma \frac{\pi D^2}{4},$$

$$M_{с.тр}^n(\varphi) = F_n(\varphi) R_{\text{шт}} = f_{\text{АФМ}}^k \beta(\varphi) H \gamma \frac{\pi D^2}{4},$$

где  $f_{\text{АФМ}}^k$  – коэффициент трения качения АФМ о металл;  $R_{\text{шт}}$  – радиус штока.

Нормальная нагрузка на штоке, создаваемая весом самого ШЗ,  $N_b = m_{\text{кр}} g$ , где  $m_{\text{кр}}$  – суммарная масса ШЗ и штока (рисунок 2 (б)). С учетом этого, сила трения  $F_b$ , обусловленная весом затвора, и момент сухого трения  $M_{с.тр}^b$  определяются выражениями:

$$F_b = k N_b = f_{\text{Ме}}^{\text{ск}} m_{\text{кр}} g,$$

$$M_{с.тр}^b = F_b R_{\text{шт}} = f_{\text{Ме}}^{\text{ск}} m_{\text{кр}} g R_{\text{шт}},$$

где  $f_{\text{Ме}}^{\text{ск}}$  – коэффициент трения скольжения металла о металл.

Следует отметить, что векторы сил сухого трения  $F_n(\varphi)$  и  $F_b$  всегда направлены против движения, что учитывается введением знаковой функции скорости в выражение для суммарного момента сил сухого трения:

$$M_{с.тр}^{\Sigma} = (-\text{sign}\omega_{\text{шз}}) \cdot \left( f_{\text{АФМ}}^k \beta(\varphi) H \gamma \frac{\pi D^2}{4} + f_{\text{Ме}}^{\text{ск}} m_{\text{кр}} g R_{\text{шт}} \right). \quad (10)$$

Аналитические зависимости (9) и (10) вместе уравнением движения КР с ШЗ (4) позволяют реализовать подмодель механических процессов (МП) УРГ. Структурная динамическая схема такой подмодели представлена на рисунке 3.

Типовая зависимость  $\beta(\varphi)$  [5] реализована блоком нелинейного безинерционного преобразования угла закрытия  $\varphi$  в коэффициент  $\beta$ . На базе приведенной схемы разработана и реализована в ППП MATLAB численная модель УРГ, эксплуатируемого на МГ ООО «Севергазпром» (г. Ухта).

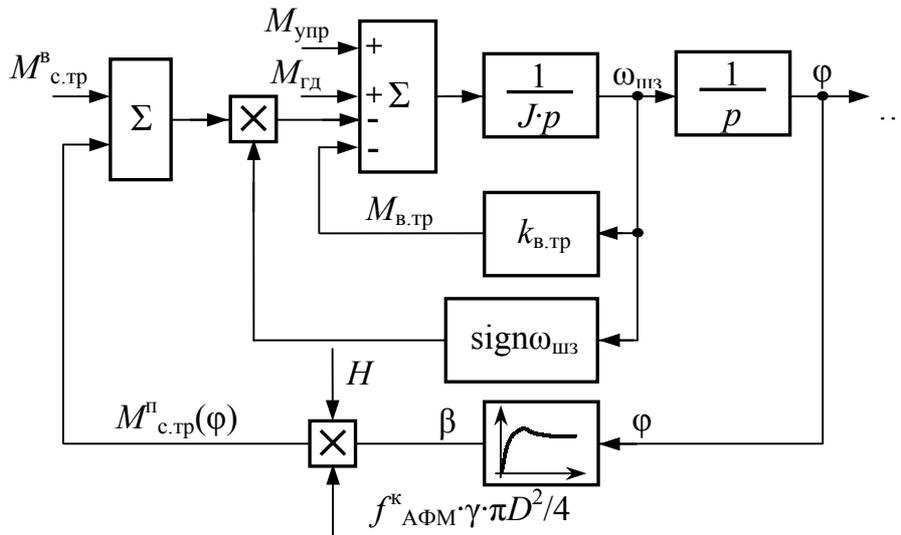


Рисунок 3 – Структурная динамическая схема подмодели МП УРГ

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы: в ходе длительной эксплуатации КР с ШЗ суммарный момент вязкого трения неизменно увеличивается, т.к.  $\mu_{см} \gg \mu_c$ . Это приводит к изменению динамических свойств КР и, как следствие, к необходимости дополнительной подстройки регуляторов системы управления УРГ. Суммарный момент сухого трения в УТ существенно зависит от угла закрытия КР с ШЗ, что должно учитываться при синтезе регулятора углового положения КР.

#### Перечень ссылок

1. Гуревич Д. Ф., Заринский О. Н., Кузьмин Ю. К. Справочник по арматуре для газо- и нефтепроводов. – Л.: Недра, 1988. – 463 с.
2. Ковчин С. А., Сабинин Ю. А. Теория электропривода: Учебник для вузов. – СПб.: Энергоатомиздат. Санкт-Петербургское отд-ние, 1994. – 496 с.
3. Трофимова Т. И. Курс Физики: Учеб. пособие для вузов. – 7-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2001. – 542 с.
4. Бобровский С. А., Щербаков С. Г., Гусейн-заде М. А. Движение газа в газопроводах с путевым отбором. – М.: Наука, 1972. – 192 с.
5. Яньшин Б. И. Гидромеханические характеристики затворов и элементов трубопроводов. – М.: Машиностроение, 1965. – 218 с.