О ДИНАМИЧЕСКОМ ОПРОКИДЫВАЮЩЕМ МОМЕНТЕ

Лейбов Р.М.
(Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина)

Сканована копія видання:

Сканированная копия издания:

Scan-copy of the publication:

СБОРНИК СТАТЕЙ

К ДВАДЦАТИПЯТИЛЕТИЮ

ДОНЕЦКОГО

Ордена Трудового Красного Знамени

ИНДУСТРИАЛЬНОГО ИНСТИТУТА

им. Н. С. ХРУЩЕВА

1921—1946

УГЛЕТЕХИЗДАТ

Москва 1946 г. Сталино

Доцент, кандидат технических наук
Р. М. ЛЕЙБОВ.

О динамическом опрокидывающем моменте

Известно, что двигатель может преодолеть моменты сопротивления $M_в$, равные или меньшие, чем его опрокидывающий момент M_0. Однако ошибочно было бы думать, что двигатель не способен преодолеть большие, чем M_0 кратковременно существующие перегрузки.

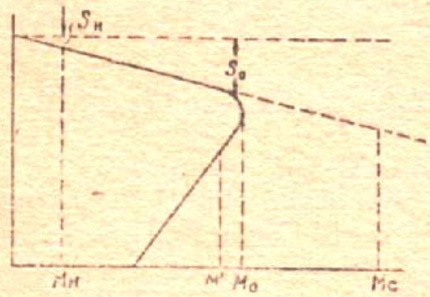
Сущность опрокидывающего момента двигателя M_0 обычно понимают неправильно. Та величина опрокидывающего момента M_0, которая дается в каталогах, по существу является приуменьшенной.

Определим истинную перегрузочную способность двигателя.

Обозначим кратность опрокидывающего момента $m=\frac{M_0}{M_н}$ и соответствующее опрокидывающему моменту скольжение — S_0

Заменяя устойчивую часть характеристики (фиг. 1) двигателя прямой линией, можно написать

$$\frac{M_н}{S_н} = \frac{M_0}{S_0} \qquad \ldots\ldots(1)$$



Фиг. 1

Допустим, что двигатель работал с номинальной нагрузкой $M_н$. В какой то момент времени возникала перегрузка M_c, причем величина этой перегрузки $M_c > M_0$.

Динамическое равновесие привода в период перегрузки

$$M_m - M_c = \frac{GD^2}{375} \cdot \frac{dn}{dt} \qquad \ldots\ldots(2)$$

где M_m — момент, создаваемый двигателем.

Согласно приведенным выше соображениям

$$M_m = M_н \frac{S}{S_н} \qquad \ldots\ldots(3$$

где S — скольжение, соответствующее моменту M_m.

118

Введем новое понятие — фиктивное скольжение S_c, подобранное так, чтобы

$$M_c = M_н \frac{S_c}{S_н} \qquad \ldots\ldots (4)$$

Скольжение S_c названо фиктивным потому, что оно не имеет физического смысла, ибо лежит за пределами опрокидывающего момента (фиг. 1),($S_c > S_0$) и в действительности должно было бы соответствовать какому-то моменту $M_1 < M_0$

Принимая далее

$$S = \frac{n_c - n}{n_c}; \quad d_s = -\frac{dn}{n_c}; \quad d_n = -n_o\, ds \qquad \ldots\ldots (5)$$

и подставляя (3), (4) и (5) в исходное уравнение (2), получим:

$$\frac{M_н}{S_н}(S - S_c) = -\frac{GD^2}{375} n_c \frac{ds}{dt}$$

или

$$\frac{ds}{S - S_c} = -\frac{dt}{T}, \text{ где } T = \frac{GD^2}{375} n_c \frac{S_н}{M_н}$$

и далее $\dfrac{d(S - S_c)}{S - S_c} = -\dfrac{dt}{T}$

Интегрирование этого уравнения дает

$$S - S_c = K e^{\frac{t}{T}}$$

где К — произвольная постоянная.

Если начать отсчет времени от момента возникновения перегрузки M_c, то при $t = 0$, $S = S_н$ и, следовательно, $K = S_н - S_c$, откуда

$$S - S_c = (S_н - S_c)\, e^{-\frac{t}{T}}$$

$$S = S_c\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) + S_н\, e^{-\frac{t}{T}}$$

Но так как по нашему допущению (1) и (4)

$$\frac{M_m}{S} = \frac{M_н}{S_н} = \frac{M_c}{S_c}$$

то

$$M'_m = M_c\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) + M_н\, e^{-\frac{t}{T}}$$

Величина $T = \dfrac{GD^2}{375} n_c \dfrac{S_н}{M_н}$ носит название динамической постоянной времени.

114

Рассмотрим полученное уравнение.

Определяемая им величина M_m — есть фактический момент, развиваемый двигателем в каждый момент времени после возникновения перегрузки $M_c > M_o$.

Хотя в каждый такой момент времени момент сопротивления $M_c > M_o$, однако развиваемый двигателем момент M_m остается в течение некоторого промежутка времени меньшим M_o. Очевидно разница в моментах M_c и M_m покрывается в этот период за счет живой силы,

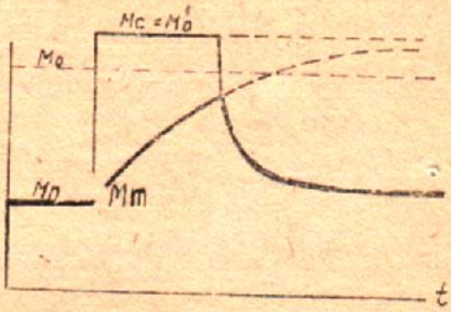
$$I\frac{\omega_2^2 - \omega_1}{2}$$

запасенной во вращающихся массах дигателя и механизма. Эта живая сила, однако, со временем постепенно иссякает, чем и об'ясняется рост создаваемого двигателем момента M_m, определяемый выведенным выше уравнением.

Очевидно, нарастание M_m возможно только до величины $M_m = M_o$, после чего произойдет опрокидывание двигателя.

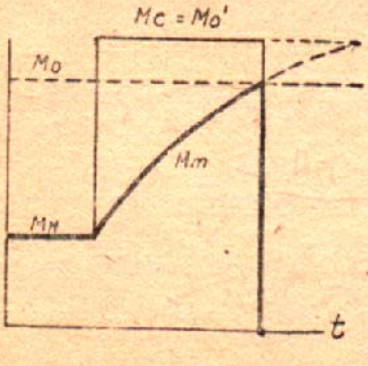
При этом возможны такие случаи:

1) перегрузка M_c исчезнет раньше, чем создаваемый двигателем момент достигнет величины M_o (фиг 2); в этом случае продолжается нормальная работа механизма;



Фиг. 2.

2) развиваемый двигателем момент достигнет величины M_o до того, как исчезнет перегрузка, определяемая моментом M_c; в этом случае двигатель опрокидывается и механизм останавливается (фиг. 3)



Фиг. 3.

Таким образом, оказывается, что двигатель способен кратковременно преодолевать моменты сопротивления $M_c > M_o$.

Поэтому введем понятие о кратковременно существующем динамическом опрокидывающем моменте $M'_o = M_c$. Очевидно, что величина этого момента находится в зависимости от времени его существования t_o.

И так, в предельных условиях, в момент опрокидывания двигателя, величина M_m окажется равной $M_m = M_o$

причем для этого момента можно принять

$$M_б = M^1_0$$

почему последнее уравнение принимает следующий вид

$$M_0 = M^1_0\,(1 - e^{-\frac{t_0}{T}}) + M_н\, e^{-\frac{t_0}{T}}\,.$$

Отсюда, если пренебречь предшествующей нагрузкой $M_н$, из полученного уравнения можно определить

$$M^1_0 = \frac{M_0}{1 - e^{-\frac{t_0}{T}}} = к\, M_0,$$

где

$$к = \frac{1}{1 - e^{-\frac{t_0}{T}}}$$ — динамический коэфициент опрокидывающего момента,

или, с учетом предшествующей нагрузки $M_н$, принимая $m = \frac{M_0}{M_н}$

из уравнения $m\,M_н = M^1_0\,(1 - e^{-\frac{t_0}{T}}) + M_н\, e^{-\frac{t_0}{T}}$

получаем

$$M_0^1 = \frac{mM_н - M_н\, e^{-\frac{t_0}{T}}}{1 - e^{-\frac{t_0}{T}}} = M\,\frac{m - e^{-\frac{t_0}{T}}}{1 - e^{-\frac{t_0}{T}}} = к' M_н = к'' M_0$$

где

$$К' = \frac{m - e^{-\frac{t_0}{T}}}{1 - e^{-\frac{t_0}{T}}}$$

и

$$к'' = \frac{к'}{m} = \frac{1 - \frac{e^{-\frac{t_0}{T}}}{m}}{1 - e^{-\frac{t_0}{T}}}\,.$$

Остановимся теперь на определении разницы между величиной динамического опрокидывающего момента M^1_0 и величиной M_0, которую будем называть статическим опрокидывающим моментом.

Статический опрокидывающий момент M_0 в принципе может существовать неограниченно длительное время. Время его существования ограничено только нагревом двигателя и неустойчивостью этой точки характеристики. Величина M_0 определяется только конструкцией двигателя и не зависит от механизма.

Однако, на практике двигатель остановится мгновенно, после превышения моментом сопротивления величины M_0, только в том случае, если GД механизма в целом равно нулю или если номинальное скольжение двигателя равно нулю ($S_н = 0$). Поэтому следует признать, что величина M_0 соответствует фактическому опрокидному моменту M^1_0 лишь в трех случаях:

1) когда перегрузка M_s, примерно, разная M_0, существует длительно (бесконечно долго);

2) когда величина GD^2 механизма в целом равна нулю;

3) когда величина номинального скольжения $S_н = 0$.

В остальных случаях, когда перегруз существует конечное время t. и величины GD^2 неравно 0 и $S_н$ неравно 0; фактический опрокидывающий момент M^1_0 превышает величину M_0, а только такое положение и возможно на практике.

Динамический опрокидывающий момент M^1_0 может существовать только кратковременно. Величина его зависит от времени его существования—t_0 и от величины динамической постоянной времени всего механизма—T, а также от величины нагрузки, существовавшей до момента возникновения момента $M_c = M^1_0$.

1. Очевидно, чем больше t_0, тем меньшим окажется M^1_0 и, наоборот, чем меньше t_0, тем больше M^1_0. Иными словами в данных условиях чем больше M^1_0, тем меньше допустимое время его существования t_0, не вызывающее опрокидывания, и, наоборот, чем меньше M^1_0, тем большее время он может существовать.

Определение величины t_0 может быть произведено, если пренебречь предшествующей нагрузкой, из уравнения

$$t_0 = T\, ln\, \frac{к}{к-1}, \text{ где } к = \frac{M'_0}{M_н} = \frac{1}{1-e^{-\frac{t_0}{\tau}}}$$

M_0

и с учетом предшествующей нагрузки величиной $M_н$,

$$t_0 = T\, ln\, \frac{к' - 1}{к' - m} = \frac{к'' m - 1}{к''(m-1)}$$

2. Зависимость от постоянной T является зависимостью от величин GD^2 и $S_н$ при данном синхронном числе оборотов двигателя (n_c) и его номинальном моменте ($M_н$).

Известные способы повышения величины T—неравноценны.

Повышение $S_н$ приводит к росту потерь в роторе в течение всего периода работы. Увеличение же величины GD^2 приводит лишь к увеличению потери энергии на разгон механизма. Поэтому, особенно при нечастых пусках, предпочтение должно быть отдано второму способу.

При необходимости в частых пусках механизма вопрос о целесообразном соотношении величин GD^2 и $S_н$ должен быть уточнен, ибо, как известно, повышение GD^2, при стремлении сохранить прежние условия пуска, может привести к увеличению мощности двигателя (и аппаратов) и, в связи с этим, к повышению расхода энергии.

3. Зависимость от величины предшествующей нагрузки очевидна. Эта нагрузка несколько снижает величину динамического опрокидывающего момента M'_0.

И так, динамический опрокидывающий момент двигателя, имеющего номинальный момент Мн, зависит от произведения $G_c D^2$ с $S_н$, т. е. от приведенного к валу двигателя махового момента всего механизма в целом и скольжения при номинальной нагрузке.

Отсюда могут быть сделаны следующие выводы:

1 Выбором или созданием специальной конструкции двигателя с повышенным GD^2 или $S_н$ или обоих этих величин одновременно, можно обеспечить повышенье динамического опрокидывающего момента, если это требуется для конкретных условий. Повышение GD^2 ротора может быть достигнуто использованием массивных роторов, заполнением их внутреннего пространства металлом с большим удельным весом и т. д.

2. Величина динамического опрокидывающего момента зависит не только от свойств двигателя, но и от свойств механизма в целом. Для специальных условий может быть обеспечено повышение динамического опрокидывающего момента повышением GD^2, частей механизма, в частном случае общеизвестным способом—применением маховика.

Динамический опрокидывающий момент, как указывалось, может быть охарактеризован приближенно коэфициентом

$$к = \frac{1}{1 - e^{\frac{t_0}{\tau}}},$$

не учитывающим предшествующей нагрузки, или более точно коэфициентом

$$к'' = \frac{1}{m} \cdot \frac{m - e^{-\frac{t_0}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{t_0}{\tau}}}$$

учитывающим предшествующую нагрузку $M = \frac{M_0}{m}$.

Однако, эти коэфициенты не характеризуют сколько-нибудь наглядным образом динамического опрокидывающего момента. Поэтому целеобразно ввести понятие **секундного динамического опрокидывающего момента**, показывающего в кг-м величину наибольшего момента сопротивления, который двигатель совместно с механизмом способен преодолеть в течение одной секунды без опрокидывания (при предшествующей нагрузке Мн). Его величина равна

$$M^1_0 = к\, M_0 = \frac{M}{1 - e^{-\frac{1}{\tau}}} \quad \text{или}$$

$$M^1_0 = к''\, M_0 = \frac{1}{m}\left(\frac{m - e^{-\frac{1}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{1}{\tau}}}\right) M_0 = \left(\frac{1 - \frac{e^{-\frac{1}{\tau}}}{m}}{1 - e^{-\frac{1}{\tau}}}\right) M_0$$

Секундным динамическим опрокидывающим моментом удобно пользоваться при сравнении свойств двух двигателей и, вообще, при необходимости характеризовать истинные механические свойства привода. Отметим, что секундный динамический опрокидывающий момент достаточно наглядно характеризует перегрузочные свойства механизмов в целом.

Следует иметь в виду, что динамический опрокидывающий момент зависит не только от свойств двигателя, но и всего механизма в целом. Однако, для наиболее современных механизмов, как например, врубовые машины, в которых двигатели срощены с механизмами, об'единение всех свойственных ему величин GD^2 в одну—логически обосновано и предупреждает возможные ошибки.

В заключение отметим, что математическая трактовка вопроса не дает полного представления о сущности рассматриваемых процессов.

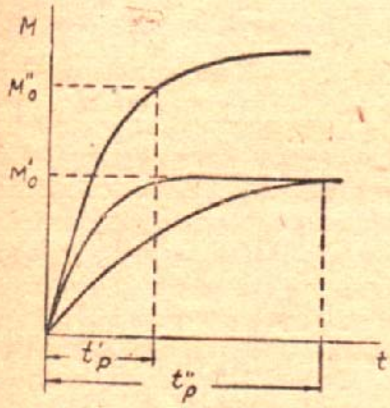
Приведенные выше формулы показывают, что по мере увеличения $T = GD^2 S_H$ реальные моменты M'_0 якобы не повышаются, а лишь происходит замедление наростания развиваемого двигателем момента до величины M_0, вызывающей опрокидывание, и отодвигая последнее.

Очевидно, что предупреждающие опрокидывание добавочные моменты $M'_0 - M_m = M_c - M_m$ в этом случае покрываются за счет использования энергии, накопленной в маховых массах. По мере ее иссякания растет степень участия двигателя в преодолении M_c . После исчезновения кинетической энергии двигатель останавливается.

Увеличение же T приводит к увеличению величины t_0 при прежнем M'_0, а следовательно, к соответствующему увеличению M'_0 при прежнем t_0 (фиг. 4).

Определим, не вносит ли нагрев обмоток двигателя ограничений в продолжительность существования динамического опрокидывающего момента.

С такими ограничениями приходится считаться, поскольку каждый двигатель должен быть снабжен защитой от перегруза (обычно тепловой), более или менее совершенно контролирующей температуру обмоток двигателя. Таким образом, в случае превышения предельной допустимой температуры, защита может отключить двигатель, независимо от того, израсходована к этому моменту кинетическая энергия механизма или нет.



Фиг. 4.

Очевидно, что статический опрокидывающий момент не может существовать длительно, так как в этом режиме температура обмоток двигателя достигнет предельной допустимой величины — τ_n через время

$$t_0 = \frac{C\tau_n}{Q_0} = 194 \frac{\tau_n}{i_0^2} \text{ сек.}$$

где:

С — теплоемкость обмоток статора двигателя $\left(\frac{\text{дж}}{{}^0\text{C}}\right)$

Q_0 — потери в меди при токе I_0, соответствующем опрокидывающему моменту (дж),

$i_0 = \frac{I_0}{q}$ — плотность тока в обмотке статора двигателя $\left(\frac{\text{a}}{\text{кв. мм}}\right)$,

q — полное сечение обмотки статора двигателя (кв. мм).

При выводе этой формулы, как известно, предполагается, что нагрев производится большим током и происходит кратковременно, почему представляется возможным пренебречь теплоотдачей и потерями в железе. Потери в меди ротора предполагаются сосредоточенными в его меди и на температуру обмоток статора не влияют.

В нашем случае ток, соответствующий опрокидывающему моменту, $I_0 = (0{,}6 \div 0{,}7)\, J_n$*), где I_n — пусковой ток двигателя, достаточно велик, почему время действия защиты незначительно. Поэтому защита отключит двигатель от сети через короткое время. Например, для врубовой машины ГТК-3 с двигателем МА-191/3 $I_n = 400$ а, $q = 10{,}6$ кв мм $\tau_n = 80^0$

откуда

$$t_0 = \frac{194 \cdot 80}{\left(\frac{0{,}65 \cdot 400}{10{,}6}\right)^2} = 23 \text{ сек.}$$

*) См. руководящие указания по релейной защите т. II, стр. 7 (79).

120

Рассмотрим, может ли защита ограничить продолжительность существования динамического опрокидывающего момента.

Поскольку, по приведенным выше соображениям, постоянными потерями в расчете пренебрегаем, можно принять

$$\frac{M}{M_c} = \frac{I}{I_c} = \frac{\sqrt{Q}}{\sqrt{Q_c}} = \frac{\sqrt{\tau}}{\sqrt{\tau_{cy}}} \qquad 1$$

где I_c, Q_c и τ_{cy} — фиктивные ток, потери и нагрев, соответствующие фиктивному моменту M_c.

В данном случае значения I и Q непостоянны и изменяются по закону *)

$$I = I_c\left(1 - e^{-\frac{t}{T_Д}}\right) \text{ и}$$

$$Q = I_c^2 R\left(1 - e^{-\frac{t}{T_Д}}\right)^2 = Q_c\left(1 - e^{-\frac{t}{T_Д}}\right)^2$$

Представляем их значения в уравнение, связывающее время нагрева t с температурой τ

$$Q\,dt = C\,d\tau$$

Откуда

$$\tau_{cy} = \int_0^{t_0}\frac{Q}{C}\,dt = \frac{Q_c}{C}\int_0^{t_0}\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)^2 dt = \frac{Q_c}{C}\left| t_0 + 2Te^{-\frac{t}{T}} - \frac{T}{2}e^{-\frac{2t}{T}}\right|_0^{t_0} = \frac{Q_c}{C}\left(t_0 + 2Te^{-\frac{t_0}{T}} - \frac{T}{2}e^{-\frac{2t_0}{T}} - 1{,}5T\right).$$

Из этого уравнения получаем

$$t_0 + 2Te^{-\frac{t_0}{T}} - \frac{T}{2}e^{-\frac{2t_0}{T}} = \frac{\tau_{cy}C}{Q_c} + 1{,}5T$$

или, принимая вместо отношения фиктивных величин — отношение предельных фактически возможных величин, соответствующих статическому опрокидывающему моменту

$$\frac{\tau_{cy}}{Q_c} = \frac{\tau_{oy}}{Q_o}$$

получаем

$$t_0 + 2Te^{-\frac{t_0}{T}} - \frac{T}{2}e^{-\frac{2t_0}{T}} = \frac{\tau_{oy}C}{Q_o} + 1{,}5\,T = t'_0 + 1{,}5\,T,$$

---

*) Следует обратить внимание, что в этих выражениях $T_Д$ — динамическая постоянная времени, а не постоянная времени нагрева, как можно было бы предположить по структуре формулы. В дальнейшем индекс Д опущен.

где

$t'_0 = \frac{t_{cy}\,C}{G_0}$ — время срабатывания защиты (нагрева обмоток до t_{oy}) при статистическом опрокидывающем моменте.

При малых величинах t_0 члены $2Te^{-\frac{t_0}{T}} = 2T$ и $\frac{T}{2}e^{-\frac{2t_0}{T}} = \frac{T}{2}$, почему $t_0 = t'_0$

При больших величинах t_0 члены $2Te^{-\frac{t_0}{T}} = 0$ и $\frac{T}{2}e^{-\frac{2t_0}{T}} = 0$, почему $t_0 = t'_0 + 1,5T$.

Учитывая, что для нашего случая интересы представляют малые значения t^0 и что при изменении от $t_{01} = 0$ до $t_{02} = \infty$, разность $t_{02} - t_{01} = 1,5T$, т. е. является весьма малой величиной, принимаем для всего диапазона интересующих нас величин

$$t_0 = t'_0 = const.$$

Отметим, что постоянная T для врубовой машины ГТК–3

$$T = \frac{GD^2}{375} n_c \frac{S_н}{M_к} = \frac{1}{375}\,1500\,\frac{0,02}{9,4} = 0,085 \text{ сек.}$$

и для большинства двигателей находится в пределах 0,01 ÷ 0,04 сек*).

Определим критическую величину коэфициента динамического опрокидывающего момента, при которой t^0, определяемое динамическим опрокидывающим моментом, равно t'_φ, определяемому временем действия защиты

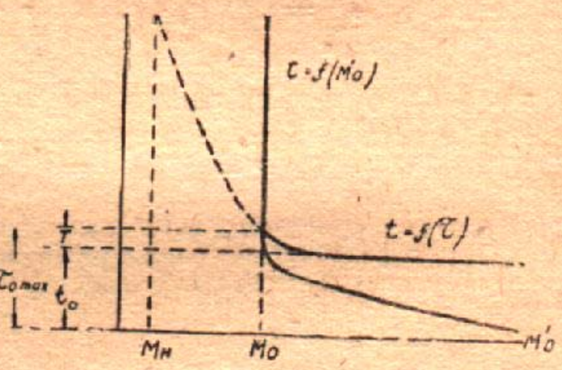
$$p_{кр} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{t_0}{T}}} \cong 1$$

поскольку $t_0 > 4T$

Отметим, что для врубовой машины ГТК—3

$$\frac{t_0}{T} = \frac{23}{0,085} \cong 300$$

Таким образом, защита фактически не ограничивает продолжительности существования динамического опрокидывающего момента.



Фиг. 5

Характер изменения рассматриваемых величин t_0 в зависимости от нагрева и динамического опрокидывающего момента виден из фиг. 5.

*) Рюденберг: Явления неустановившегося режима в электрических установках, стр. 118.

122