

on utilise le système du réglage subordonné des paramètres. Le schéma fonctionnel d'un tel système est montré sur la figure ci-dessous. Ce système est réalisé sur les éléments standards des blocs universels du système de réglage.

Dans les systèmes du réglage fréquentiel d'excitation de la commande électrique synchrone au moyen de réglage de l'excitation d'un moteur on peut assurer le régime optimal de commutation des thyristors en diminuant en même temps la capacité des condensateurs de commutation.

L'exigence principale aux systèmes de la commande électrique réglée d'après la vitesse de rotation au réglage fréquentiel consiste en garantie des régimes du travail stables et des indices énergétiques du système assez hauts.

УДК 636.082.474:536.58

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООВОГО СОСТОЯНИЯ ПТИЧЬЕГО ЯЙЦА ДЛЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ РЕЖИМОМ ИНКУБАЦИИ

Есаулова В.А., студентка; Фандеев Е.И. профессор, д. т. н., Никифоров А.Н. доцент, к. т. н.

(Южно-Российский государственный технический университет (НПИ).

г. Новочеркасск, Россия)

Для разработки системы автоматического управления термokonтрастным режимом инкубации [1] нужна модель теплового состояния птичьего яйца. Яйцо сельскохозяйственной птицы имеет сложную форму и структуру. По конфигурации оно наиболее близко к несимметричному эллипсоиду (овоиду), состоящему из таких различных по форме, размерам и теплофизическим свойствам компонентов: белок, желток, воздух (в пуге), скорлупа и развивающийся в процессе инкубации эмбрион.

Рассмотрим тепловую модель куриного яйца, представляющую собой “шар в эллипсоиде”, т.е. желток в виде шара радиусом R расположен в центре эллипсоида вращения с

геометрическими параметрами – большим a и малым b диаметрами (рисунок 1).

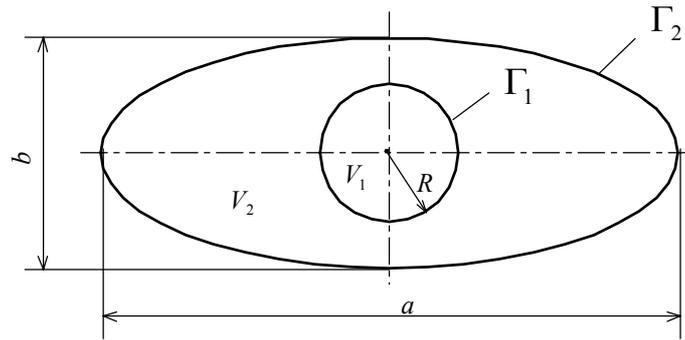


Рисунок 1. Расчётная схема яйца

Тепловое поле в областях V_1, V_2 системы описывается неоднородным нестационарным уравнением теплопроводности:

$$\operatorname{div}(\lambda_i \operatorname{grad} T_i) - c_i \rho_i \frac{\partial T_i}{\partial t} + f_i = 0, \quad M \in V_i, \quad i = 1, 2,$$

где λ_1, c_1, ρ_1 - теплопроводность, удельная теплоемкость и плотность желтка; λ_2, c_2, ρ_2 - теплопроводность, удельная теплоемкость и плотность белка; $f_1 = f(M, t)$ - плотность внутренних источников тепловыделения (оно обусловлено развитием эмбриона) как функция координат точки M и текущего времени t ; $f_2 = 0$ считается, что в белке тепловыделение отсутствует.

На границе “желток - белок” Γ_1 задаются условия сопряжения, на границе “яйцо - окружающая среда” Γ_2 . Здесь происходит теплообмен по закону Ньютона с внешней средой, имеющей температуру T_3 .

Итак, краевая задача для расчета теплового поля системы, изображенной на рисунке 1, имеет вид:

$$\operatorname{div}(\lambda_1 \operatorname{grad} T_1) - c_1 \rho_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} + f = 0, \quad M \in V_1;$$

$$\operatorname{div}(\lambda_2 \operatorname{grad} T_2) - c_2 \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = 0, \quad M \in V_2. \quad T_1(M, 0) = T_1^0(M); \quad T_2(M, 0) = T_2^0(M);$$

$$\left. \begin{array}{l} T_1 = T_2 \\ \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n} \end{array} \right\} M \in \Gamma_1;$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n} = \alpha(T_2 - T_3) \quad M \in \Gamma_2.$$

Здесь $T_3 = T_3(M, t)$ - известное распределение температуры на поверхности, α - коэффициент теплоотдачи; $T_1^0(M), T_2^0(M)$ -

распределение температуры соответственно в желтке и белке в начальный момент времени $t = 0$.

Введение эллиптической или сферической систем координат не представляется возможным, поскольку границы Γ_1 и Γ_2 ограничивают разные тела вращения: сферу и эллипсоид. Координатные линии эллиптической системы координат не совпадают с границей шара Γ_1 , и наоборот, координатные линии сферической системы координат не совпадают с границей эллипсоида вращения Γ_2 .

При разбиении расчетной области на элементы эллипсоид вращения представлен в виде совокупности одноосных цилиндров различной высоты (такое же разбиение выполняется и для шара), см. рисунок 2.

по AA

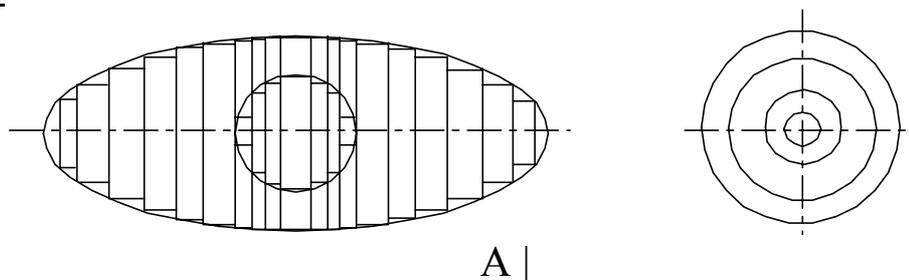


Рисунок. 2. Разбиение расчетной области

Введение прямоугольной системы координат при таком разбиении, с одной стороны, упрощает вид уравнений в краевой задаче, а с другой стороны, приводит к усложнению аппроксимации краевых условий, так как полученная в этом случае сетка не является согласованной. Выбор цилиндрической системы координат обусловлен способом разбиения расчетной области. Это обстоятельство усложняет аппроксимацию исходных дифференциальных уравнений, но при этом получается согласованная сетка и появляется возможность контроля результатов. Такой контроль заключается в сравнении точного решения, полученного аналитически [2] с приближенным непосредственно в узлах сетки, что в свою очередь позволяет корректировать точность аппроксимации и качество разбиения.

В пределах каждого цилиндра разбиение сетки в плоскости $r\varphi$ производится следующим образом: окружность основания

цилиндра разбивается на сектора под определенным углом, например, 15° . Точки пересечения этих линий с окружностями образуют узлы сетки и нумеруются против часовой стрелки. Для первого цилиндра разбиение имеет особенность: для аппроксимации производной второго порядка требуется не менее трех узлов, следовательно, необходимо введение еще одной окружности промежуточного радиуса.

Для последующих цилиндров разбиение производится аналогичным образом, но окружность промежуточного радиуса не вводится, и включает в себя предыдущее разбиение. Нумерация точек сетки продолжается при переходе от одного цилиндра к другому. Программа, осуществляющая алгоритм построения сетки и нумерации узлов, написана в математической системе MatLab 6.1.

При построении локально-одномерной схемы используется цилиндрическая система координат. На отрезке $0 \leq t \leq t_0$ используется равномерная сетка $\bar{\omega}_\tau = \{t_j = j\tau, j=0,1,\dots,j_0\}$ с шагом τ . Вводится число промежуточных временных слоев, равное размерности уравнения теплопроводности по пространству: $t_{j+\frac{\mu}{3}} = t_j + \mu\tau/3, \mu=1,2$ [3]. В результате аппроксимации каждого уравнения теплопроводности номера $v=1,2$ на полуинтервале $t_{j+(\mu-1)/3} < t \leq t_{j+\mu/3}$ двухслойной схемой с весами получается следующее:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \cdot \frac{T_v^{j+\frac{1}{3}} - T_v^j}{\tau} &= \Lambda_r \left[\sigma T_v^{j+\frac{1}{3}} + (1-\sigma)T_v^j \right] + f \\ \frac{1}{3} \cdot \frac{T_v^{j+\frac{2}{3}} - T_v^{j+\frac{1}{3}}}{\tau} &= \Lambda_\varphi \left[\sigma T_v^{j+\frac{2}{3}} + (1-\sigma)T_v^{j+\frac{1}{3}} \right] + f_i \\ \frac{1}{3} \cdot \frac{T_v^{j+1} - T_v^{j+\frac{2}{3}}}{\tau} &= \Lambda_z \left[\sigma T_v^{j+1} + (1-\sigma)T_v^{j+\frac{2}{3}} \right] + f_i, \quad \text{при } v=2 \quad f=0 \end{aligned}$$

Начальные и граничные условия аппроксимируются следующим образом:

$$\begin{aligned} T_1^{(1)}(M,0) &= T_1^0(M), & T_2^{(1)}(M,0) &= T_2^0(M); \\ T_1^{(2)}\left(M, t_{j+\frac{1}{3}}\right) &= T_1^{(1)}\left(M, t_{j+\frac{1}{3}}\right), & T_2^{(2)}\left(M, t_{j+\frac{1}{3}}\right) &= T_2^{(1)}\left(M, t_{j+\frac{1}{3}}\right); \end{aligned}$$

$$T_1^{(3)}\left(M, t_{j+\frac{2}{3}}\right) = T_1^{(2)}\left(M, t_{j+\frac{2}{3}}\right), \quad T_2^{(3)}\left(M, t_{j+\frac{2}{3}}\right) = T_2^{(2)}\left(M, t_{j+\frac{2}{3}}\right);$$

$$t_{j+\frac{\alpha}{3}} = \left(j + \frac{\alpha}{3}\right)\tau;$$

$$T_1^{j+\frac{\alpha}{3}} = T_2^{j+\frac{\alpha}{3}}, \quad \lambda_1 \frac{T_1^{j+\frac{1}{3}} - T_1^j}{h_x} = \lambda_2 \frac{T_1^{j+\frac{1}{3}} - T_1^j}{h_x};$$

$$\lambda_1 \frac{T_1^{j+\frac{2}{3}} - T_1^{j+\frac{1}{3}}}{h_y} = \lambda_2 \frac{T_1^{j+\frac{2}{3}} - T_1^{j+\frac{1}{3}}}{h_y};$$

$$\lambda_1 \frac{T_1^{j+1} - T_1^{j+\frac{2}{3}}}{h_z} = \lambda_2 \frac{T_1^{j+1} - T_1^{j+\frac{2}{3}}}{h_z};$$

$$-\lambda_2 \frac{T_2^{j+\frac{1}{3}} - T_2^j}{h_x} = \alpha \left(T_2^{j+\frac{1}{3}} - T_3^{j+\frac{1}{3}}\right), \quad -\lambda_2 \frac{T_2^{j+\frac{2}{3}} - T_2^{j+\frac{1}{3}}}{h_y} = \alpha \left(T_2^{j+\frac{2}{3}} - T_3^{j+\frac{2}{3}}\right);$$

$$-\lambda_2 \frac{T_2^{j+1} - T_2^{j+\frac{2}{3}}}{h_z} = \alpha \left(T_2^{j+1} - T_3^{j+1}\right), \quad \mu = 1, 2, 3, \quad 0 \leq \sigma \leq 1.$$

Выбор $\sigma = 0,5$ обеспечивает второй порядок аппроксимации по τ , схема является безусловно устойчивой и сходящейся [2]. Предложенная трехмерная нестационарная математическая модель допускает программную реализацию на персональных ЭВМ и служит инструментом при создании системы автоматического управления термоконтрастным режимом инкубации.

Перечень ссылок

1. Патент 2070387 РФ МКИ А 01 К 41/00. Способ инкубации яиц сельскохозяйственной птицы./Е.И. Фандеев, Э.И. Дерлугян, П.Ф. Тришечкин и др. // Открытия. Изобретения. 1996. №35. 3 с.
2. Самарский А.А. Теория разностных схем.- М.: Наука, 1977.- 656 с.
3. Беляев Н.М., Рядно А.А. Методы теории теплопроводности. – Учеб. пособие для вузов. В 2-х частях. Ч.2. – М.: Высшая школа, 1982.- 304 с.