

Неклюдов М.В., магістр  
АДІ ДВНЗ «ДонНТУ», м. Горлівка

## НАПРУЖЕНИЙ СТАН ПІДКРІПЛЕННЯ ТА МАСИВУ ПОРІД ДВОХ КРУГЛИХ ТРАНСПОРТНИХ ТУНЕЛІВ МІЛКОГО ЗАКЛАДАННЯ

*Досліджується напружений стан кріплення тунелю мілкового закладання та масиву порід, що його оточує. Для розв'язання задачі застосовується один з варіантів методу граничних елементів — метод фіктивних навантажень. Наведено результати розрахунків при зміні геометричних параметрів задачі.*

### Вступ

Одними з найбільш складних споруд, що зустрічаються у транспортному будівництві, є тунелі. Складними їх роблять як способи проектування й будівництва, так і методи розрахунку. Треба відмітити, що за методами розрахунку принципово розрізняють тунелі мілкового та глибокого закладання. Питанню розрахунків тунелів присвячена численна науково-технічна література, наприклад [1, 2]. Перші розрахунки підкріплення тунелю були зроблені ще наприкінці XIX століття й за цей час зазнали принципових змін. Можна виділити [1] три основні етапи розвитку розрахунків підкріплення тунелю:

1. Кріплення розраховується на дію зовнішнього активного навантаження окремо від гірського масиву.
2. Наряду з активним використовують реактивне навантаження (відсіч гірських порід), зумовлене деформацією кріплення. При цьому використовується гіпотеза Вінклера для оцінки взаємодії підкріплення та масиву порід, розрахунки базуються на методах будівельної механіки.
3. Розрахунок кріплення ведеться при нерозривному зв'язку з розрахунком масиву. Використовуються методи натурних вимірювань, досліди на моделях та аналітичні методи механіки суцільного середовища.

Розв'язок задачі про взаємодію кріплення та оточуючого його середовища методами механіки суцільного середовища — досить складна задача, тому наукових праць, присвячених саме цьому питанню, небагато.

За допомогою теорії функцій комплексної змінної Н.С. Буличевим розроблений метод розрахунку кільцевого кріплення тунелю глибокого закладання [1]. Кріплення не кругової форми розглядала Н.Н. Фотієва [2]. В обох цих роботах гірський масив моделюється нескінченною пружною площиною, що зменшує кількість граничних умов і дещо спрощує процедуру розв'язання. Авторіві відома лише одна робота [3], де розглядається пружний шар з підкріпленим еліптичним отвором при дії власної ваги, та з склепінчастим отвором при дії розподіленого по поверхні шару навантаження, але підкріплення вважаються абсолютно жорсткими.

У поданій роботі масив з кріпленням тунелю розглядається як пружний шар з отворами, що мають пружні підкріплення, тобто порівняно з [1, 2] ускладнено граничні умови, що говорить про наукову новизну. У доступній автору літературі такі задачі не розглядались, тому проблему розрахунку тунелю мілкового закладання методами теорії пружності слід визнати актуальною.

З огляду на складність представляється доцільним розв'язувати такі задачі за допомогою чисельних методів — *методу скінчених елементів* чи *методу граничних елементів*. Для розв'язування поставленої задачі буде застосовано варіант методу граничних елементів — *метод фіктивних навантажень* (МФН) [4].

### Мета роботи

У роботі розглянуто напружений стан (НС) шару з двома отворами кругової форми з підкріпленнями (а також НС підкріплення) при дії рівномірно розподіленого навантаження, прикладеного до поверхні шару над отворами. Задача, що розглядається, відноситься до *плоскої задачі* теорії пружності.

### Основна частина

Розглянемо нескінченний шар  $|x| \leq \infty$ , який при побудові програми обрізається до розміру  $|x| \leq L/2$ , оскільки при використанні МФН неможливо моделювати таку нескінченну область, як шар (тобто фактично розглядається прямокутна область). Розмір  $L$  вибирається з урахуванням можливостей обчислювальної машини так, щоб НДС при  $|x| = L/2$  був близький до НДС на нескінченності  $|x| = \infty$  (а саме переміщення та напруження прямують до нуля).

Шар (рис. 1) ослаблений двома симетрично розташованими круглими отворами з кільцевими підкріпленнями і зазнає дії рівномірно розподіленого навантаження  $q = \text{const} = 10^{-3} \cdot E_1$ . Тут  $E_1$  – модуль пружності шару. У задачі всі напруження будуть подані у відношенні до  $q$ .

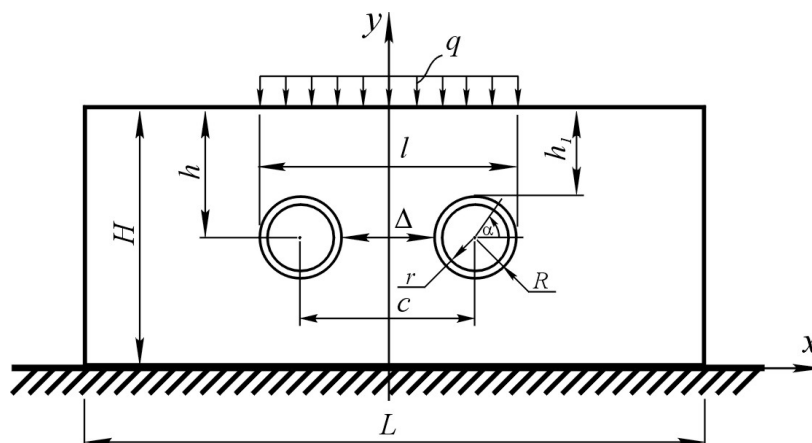


Рис. 1. Схема досліджуваної області шару з навантаженням

Граничні умови прийняті такі:

- нижня грань шару ( $y = 0$ ) жорстко закріплена ( $u_x \equiv u_s = 0, u_y \equiv u_n = 0$ ; локальна система координат, пов'язана з кожним елементом, позначена через  $s, n$ );
- на верхній грані під навантаженням  $|x| \leq l/2, y = H, \sigma_y = -q$ ; дотичні напруження дорівнюють нулю на всій грані ( $\sigma_s \equiv \sigma_{xy} = 0, |x| \leq l/2, y = H$ ), а нормальні є відсутніми за межами навантаження ( $\sigma_n \equiv \sigma_y = 0, |x| > l/2, y = H$ );
- на бокових гранях  $|x| = L/2$  прийняті такі умови:  $u_x \equiv u_s = 0, \sigma_s \equiv \sigma_{xy} = 0$ , тобто задача може розглядатись як періодична;
- на внутрішньому контурі підкріплення навантаження відсутнє.

Співвідношення між геометричними параметрами приймалися такими:  $L = 2,4H, h = 0,5H, h_1 = h - R, l = c + 2R, \Delta = c - 2R$ . Матеріал шару ізотропний. Пружні характеристики приймалися для шару  $E_1 = 1,5 \times 10^3 \text{ МПа}$  ( $G = 600 \text{ МПа}$ ),  $\nu_1 = 0,25$ ; для підкріплення  $E_2 = 3 \times 10^4 \text{ МПа}$  ( $G_2 = 1,25 \times 10^4 \text{ МПа}$ ),  $\nu_2 = 0,2$ , тобто  $E_2/E_1 = 20$ . Припустимість приймання гіпотези про пружні властивості гірських порід при малих деформаціях, що мають місце в даному випадку, обґрунтована, наприклад, у [5, 6].

При розрахунках границі шару та підкріплення розбивались на сукупність прямолінійних елементів довжиною  $2a_i, i = 1, \dots, N$ . Загальна кількість граничних елементів складає  $N = 768$  (у задачі використовувались умови симетрії, тобто розглядалась половина області  $x > 0$ ).

Фіктивні навантаження ( $P_s^j = const$  – дотичне,  $P_n^j = const$  – нормальне) на  $j$ -му елементі границі, які використовуються при розв’язанні задачі, до розв’язання не відомі. Напруження та переміщення на  $i$ -му елементі (в локальній системі координат  $s, n$ , пов’язаній з  $i$ -им елементом) можна записати так

$$\sigma_s^i = \sum_{j=1}^N (A_{ss}^{ij} P_s^j + A_{sn}^{ij} P_n^j), \quad \sigma_n^i = \sum_{j=1}^N (A_{ns}^{ij} P_s^j + A_{nn}^{ij} P_n^j); \quad (1)$$

$$u_s^i = \sum_{j=1}^N (B_{ss}^{ij} P_s^j + B_{sn}^{ij} P_n^j), \quad u_n^i = \sum_{j=1}^N (B_{ns}^{ij} P_s^j + B_{nn}^{ij} P_n^j), \quad (2)$$

де  $A_{ss}^{ij}, \dots, B_{nn}^{ij}$  – відомі *граничні коефіцієнти впливу*. Детально МФН, який ґрунтується на розв’язку задачі Кельвіна, описаний у [4].

Згідно з граничними умовами складається система з  $2N$  лінійних рівнянь з  $2N$  невідомими  $P_s^j, P_n^j$ . Розв’язавши отримані системи рівнянь, визначаємо  $P_s^j, P_n^j$ , а далі за формулами, схожими з (1) та (2) [4], знаходимо напруження чи переміщення в будь-якій точці всередині тіла.

Робота складеної автором за методикою [4] програми перевірялась на результатах робіт [7, 8], де застосовані аналітичні методи. Розбіжність результатів за умов різної кількості граничних елементів становить  $1,7 \div 5,5$  %. Значення величин  $L, H$  обрані при тестуванні програми на результатах [8].

### Напружений стан пружного шару

При розрахунках змінювався радіус отворів  $R$  та відстань між їх центрами  $s_i$ , як наслідок, ширина “перемички”  $\Delta$  (целік) та розміру  $h_1$ , що характеризує заглиблення отвору. Величини  $L, H$  та  $h$  залишались незмінними. Товщина підкріплення  $\delta = const = 0,3$  м.

Для оцінки НС будувались поля напружень  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}$  та  $\sigma_{xy}$  в області навколо отвору  $0 < x < 0,5l + R; 0 < y < H$ . При цьому параметр  $h_1 / R$  приймав значення 2; 4; 6,5 (або  $h_1 / D = 1; 2; 3,25$ ), а параметр  $\Delta / R = 1; 2; 3$ . Такі поля напружень для випадку  $h_1 / R = 2, \Delta / R = 1$ , який є найбільш не вигідним, наведені на рисунку 2.

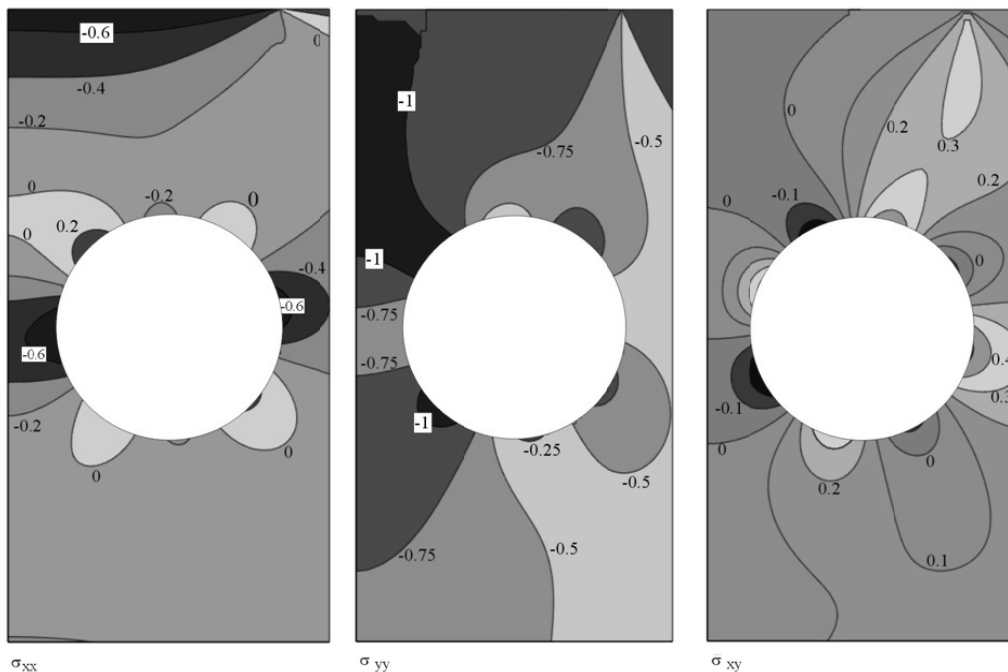


Рис. 2. Поля напружень в області  $0 < x < 0,5(1 + R); 0 < y < H$

Спадання напружень  $\sigma_{yy}$  у межах целіка уповільнюється й навіть спостерігається їх зростання при  $\Delta / R = 1$ . Для  $\sigma_{xx}$  показово виникнення замкнутої області додатних (розтягуючих) значень, яка розділяється на дві менші зони при збільшенні параметрів  $h_1 / R$  та  $\Delta / R$ , причому більш вигідно збільшувати  $\Delta / R$ . Таке положення справедливе й для зменшення  $\sigma_{yy}$ . Так, при  $\Delta / R = 2; 3$  напруження  $\sigma_{yy}$  тільки спадають.

### Напружений стан на контурі отвору та у підкріпленні

На контурі отвору знаходились тангенціальні  $\sigma_\theta$ , радіальні  $\sigma_r$  та дотичні  $\sigma_{\theta r}$  напруження (рис. 3а). У підкріпленні визначались тангенціальні напруження  $\sigma_\theta$  на внутрішньому контурі та тангенціальні напруження  $\sigma_\Theta$  на зовнішньому контурі (рис. 3б).

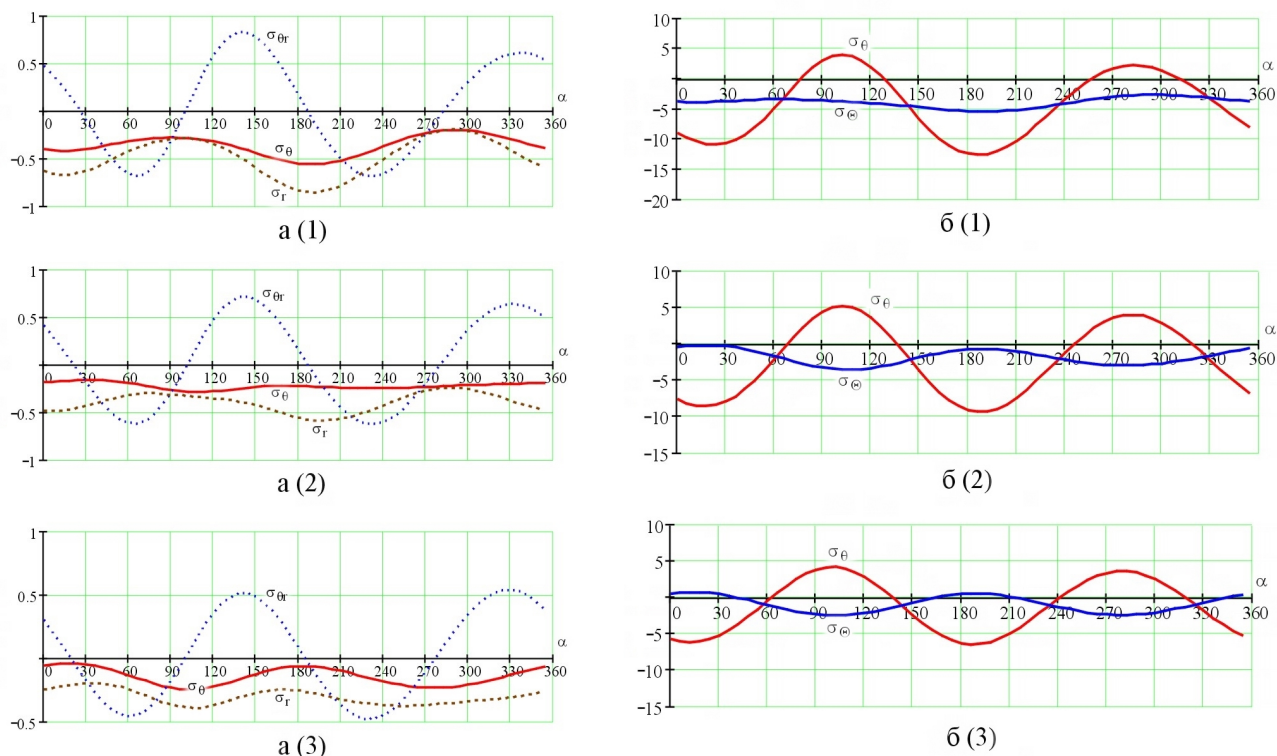


Рис. 3. Розподіл тангенціальних  $\sigma_\theta$ , радіальних  $\sigma_r$ , дотичних  $\sigma_{\theta r}$  напружень по контуру отвору (а) та тангенціальних напружень на внутрішньому  $\sigma_\theta$  й зовнішньому  $\sigma_\Theta$  контурі підкріплення (б), МПа

На рисунку 3 наведені графіки зміни вищезгаданих напружень при  $\Delta / R = 2$  в залежності від кута  $\alpha$ , град, який вимірюється як показано на рисунку 1. При інших значеннях параметру  $\Delta / R$  графіки змінюються лише кількісно. Рисунки а(1), а(2), а(3), як і б(1), б(2), б(3), відповідають значенням  $h_1 / R = 2; 4; 6,5$ . Обчислення показали, що зміна величини  $\Delta / R$  впливає на розподіл напружень лише кількісно. Якісний вплив чинить зміна величини  $h_1 / R$ .

Видно, що зі збільшенням  $h_1 / R$  мінімуми напружень  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_r$  у шарі переходять у максимуми й навпаки. Абсолютні значення цих напружень в цілому зменшуються. Видно, що абсолютні значення  $\sigma_r$  завжди більші за  $\sigma_\theta$ , крім того обидва ці напруження завжди від'ємні (стискаючі). Від'ємність  $\sigma_r$  свідчить, зокрема, про нерозривність підкріплення та масиву. Дотичне напруження якісних змін не зазнає. Відмітимо, що екстремуми  $\sigma_{\theta r}$  завжди є більшими за екстремуми  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_r$ . Про великі значення дотичних напружень зазначається також у [2].

Тангенціальні напруження  $\sigma_\theta$  на внутрішньому контурі принципових змін не зазнають, лише зменшуються абсолютні значення екстремумів зі збільшенням  $h_1 / R$ , причому переважно зменшуються мінімуми. Паралельно з цим серед суто від'ємних напружень  $\sigma_\Theta$  на

зовнішньому контурі при  $h_1/R = 2$  спочатку виникають майже нульові значення при  $h_1/R = 4$ , а при  $h_1/R = 6,5$  з'являються розтягуючі напруження. Вірогідно, це пов'язано зі збільшенням впливу на підкріплення згину порівняно зі стисканням.

Значення екстремумів тангенціальних  $\sigma_\theta$ , радіальних  $\sigma_r$ , дотичних  $\sigma_{\theta r}$  напружень по контуру отвору приведені в таблиці 1. Значення екстремумів тангенціальних напружень на внутрішньому  $\sigma_\theta$  й зовнішньому  $\sigma_\Theta$  контурі підкріплення приведені в таблиці 2.

Таблиця 1

Екстремуми напружень  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_r$ ,  $\sigma_{\theta r}$  по контуру отвору, МПа

$\frac{h_1}{R}$	екстремуми напружень	$\Delta/R = 1$			$\Delta/R = 2$			$\Delta/R = 3$		
		$\sigma_\theta$	$\sigma_r$	$\sigma_{\theta r}$	$\sigma_\theta$	$\sigma_r$	$\sigma_{\theta r}$	$\sigma_\theta$	$\sigma_r$	$\sigma_{\theta r}$
2	min	-0,559	-0,855	-0,687	-0,56	-0,856	-0,687	-0,567	-0,865	-0,683
	max	-0,189	-0,185	0,823	-0,198	-0,194	0,825	-0,209	-0,21	0,824
4	min	-0,261	-0,553	-0,577	-0,285	-0,586	-0,623	-0,567	-0,865	-0,683
	max	-0,147	-0,228	0,657	-0,164	-0,244	0,715	-0,176	-0,265	0,754
6,5	min	-0,214	-0,338	-0,406	-0,247	-0,391	-0,477	-0,272	-0,436	-0,523
	max	-0,033	-0,168	0,484	-0,04	-0,197	0,538	-0,046	-0,222	0,578

Таблиця 2

Екстремуми тангенціальних напружень на внутрішньому  $\sigma_\theta$  й зовнішньому  $\sigma_\Theta$  контурі підкріплення, МПа

$\frac{h_1}{R}$	екстремуми напружень	$\Delta/R = 1$		$\Delta/R = 2$		$\Delta/R = 3$	
		$\sigma_\theta$	$\sigma_\Theta$	$\sigma_\theta$	$\sigma_\Theta$	$\sigma_\theta$	$\sigma_\Theta$
2	min	-11,773	-5,441	-12,68	-5,428	-12,853	-5,509
	max	4,071	-2,58	3,978	-2,685	3,789	-2,799
4	min	-8,18	-3,217	-9,347	-3,531	-9,947	-3,737
	max	4,849	-0,156	5,249	-0,186	5,357	-0,23
6,5	min	-5,586	-2,127	-6,459	-2,443	-7,06	-2,675
	max	3,794	0,662	4,245	0,743	4,557	0,789

### Висновки та перспективи подальших досліджень

У ході розв'язання задачі знайдено радіальний  $\sigma_r$  і дотичний  $\sigma_{\theta r}$  тиск на кріплення тунелю збоку масиву (рис. 3а). Інтенсивність тиску на кріплення є нерівномірною й змінюється як кількісно, так і якісно при заглибленні й взаємному віддаленні тунелів. Водночас за спрощеною методикою з глибиною лише зменшується інтенсивність вертикального рівномірно розподіленого навантаження  $q = q_0 (a_0/a)$  (рис. 4а), яке потім прикладається до конструкції кріплення, відокремленого від масиву порід (рис. 4б). Порівняння якісного розподілу нормального тиску на кріплення, отриманого в роботі й наведеного для спрощеної методики на рис. 4б, виявляє їх принципову розбіжність, адже при зміні глибини  $h$  за спрощеною методикою можна виявити лише кількісні зміни тиску  $\sigma_r$ .

Застосування методів теорії пружності (а саме МФН) дозволяє виявляти усі особливості напруженого стану кріплення та масиву, причому НС кріплення може визначатись без визначення силової взаємодії його з масивом, у чому полягає практична значимість роботи.

У роботі розглянуто вплив навантаження на поверхні масиву порід на НС кріплення тунелю. У деяких випадках основним навантаженням на кріплення тунелю є вага порід масиву, що його оточує. Тому перспективу подальших досліджень становить розв'язання поставленої та аналогічних задач з урахуванням власної ваги матеріалу шару з метою порівняння величин напружень, викликаних навантаженням на шар та його вагою.

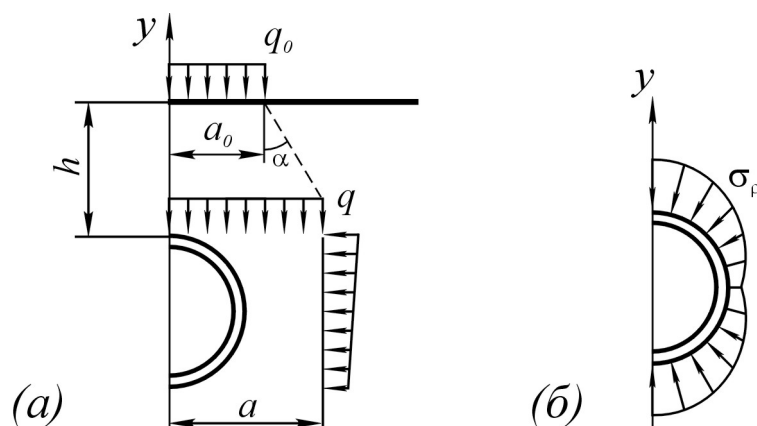


Рис. 4. Визначення навантаження на кріплення тунелю за спрощеною методикою

### Список літератури

1. Булычев Н.С. Расчёт крепи капитальных горных выработок / Н.С. Булычев, Б.З. Амосин, А.Г. Оловянный. — М.: Недра, 1974. — 320с.
2. Фотиева Н.Н. Расчёт обделок тоннелей некругового поперечного сечения / Н.Н. Фотиева. — М.: Стройиздат, 1974. — 240 с.
3. Мельников Ю.О. Пружна смуга з регулярним рядом жорстко обкантованих отворів складної форми / Ю.О. Мельников // Доповіді АН УРСР. Серія А. Фізико-математичні та технічні науки. — 1977. — № 7.
4. Крауч С. Методы граничных элементов в механике твердого тела / С. Крауч, А. Старфилд. — М.: Мир, 1987. — 328 с.
5. Алексеенко С.Ф., Мележик В.П. Физика горных пород. Горное давление. — К.: Вища шк. Головное изд-во, 1987. — 278с.
6. Ершов Л.В. Механика горных пород / Л.В. Ершов, Л.К. Либерман, И.Б. Нейман. — М.: Недра, 1987. — 192 с.
7. Мироненко Н.И. Напряжённое состояние полосы с одним или двумя упругоупреплёнными круговыми отверстиями / Н.И. Мироненко // Известия Академии наук СССР. Механика твёрдого тела. — М., 1982. — № 6. — с. 73-80.
8. Араманович И.Г. О распределении напряжений в упругой полуплоскости, ослабленной подкреплённым круговым отверстием / И.Г. Араманович // Доклады Академии наук СССР. 1955. — Т. 104, №3. — С. 372-375.

Стаття надійшла до редакції 27.11.08

© Неклюдов М.В., 2008