

Разработка математической модели и синтез наблюдателя состояния системы с прямым цифровым управлением

Коцегуб П. Х., Губарь Ю. В.
Кафедры ЭАПУ и ЭВМ ДонНТУ
gubar@cs.dgtu.donetsk.ua

Abstract

Kotsegub P.H., Gubar Y.V. Development of a mathematical model and synthesis of a state watcher for the system with direct digital control. The synthesis of the transitional processes of the digital watcher of the state of the fourth order for system of velocities regulation with multiple period of the slicing in sidebar of the current and velocities was researched and performed.

Введение

В технике электропривода все больше внимания уделяется проблеме использования наблюдателей состояния для улучшения динамических и статических характеристик систем управления [1, 2]. Многократные импульсные системы автоматического управления (системы, содержащие импульсные элементы с несколькими частотами прерывания) находят все более широкое использование на практике, особенно в связи с применением микропроцессоров и микроЭВМ для целей управления. В то же время анализу и синтезу таких систем с наблюдателями состояния в известной литературе [3 - 5] уделено относительно небольшое внимание. В связи с этим целью данной работы является синтез наблюдателя состояния четвертого порядка для однократно - интегрирующей системы подчиненного регулирования электропривода с прямым цифровым управлением [6], а также моделирование и исследование показателей его работы.

Описание исследуемой системы

Одна из возможных систем регулирования скорости (СРС) двигателя постоянного тока с прямым цифровым управлением представлена на рис. 1 [6]. Она включает внешний контур регулирования скорости (КРС) и внутренний контур регулирования тока якоря двигателя (КРТ). Регуляторы тока (РТ) и скорости (РС)

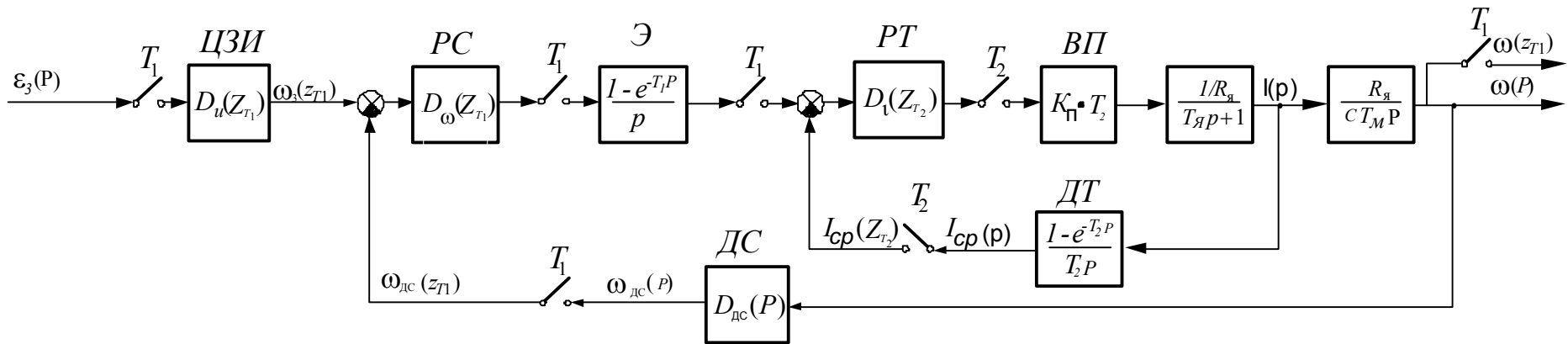


Рисунок 1 - Структурная схема однократно - интегрирующей системы регулирования скорости

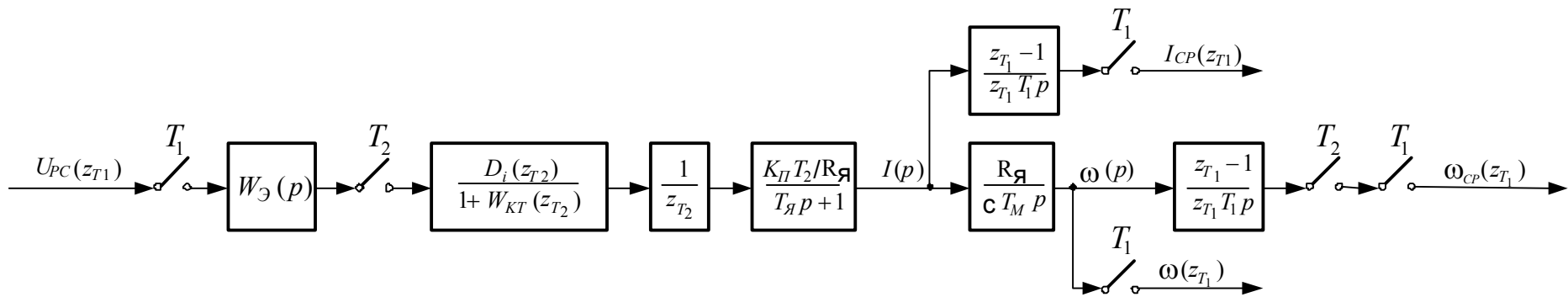


Рисунок 2 - Исходная схема силовой цепи СРС

являются цифровыми и имеют кратные периоды квантования T_2 и $T_1 = k T_2$, где k - целое число.

Дискретные передаточные функции (ПФ) регуляторов тока и скорости на рис.1 обозначены соответственно через $D_\omega(Z_{T_1})$ и $D_i(Z_{T_2})$, где $Z_{T_2} = \exp(p T_2)$, $Z_{T_1} = \exp(pk T_2) = Z_{T_2}^k$.

Период квантования в КРТ принят равным дискретности вентильного преобразователя (ВП). Последний представлен в виде идеального импульсного элемента с коэффициентом усиления по напряжению K_{Π} . В КРТ осуществляется замыкание по среднему значению тока $I_{\text{ср}}$. Датчик тока имеет передаточную функцию

$$D_{\text{дт}}(p) = \frac{1 - \exp(-T_2 p)}{T_2 p} = \frac{z_{T_2} - 1}{z_{T_2} T_2 p}. \quad (1)$$

В системе возможно замыкание по мгновенному (ПФ датчика скорости $D_{\text{дс}}(p) = 1$) и по среднему за период измерения T_1 значению скорости $\omega_{\text{ср}}$ с передаточной функцией равной

$$D_{\text{дс}}(p) = \frac{1 - \exp(-T_1 p)}{T_1 p} = \frac{z_{T_1} - 1}{z_{T_1} T_1 p}. \quad (2)$$

Между регулятором тока и скорости установлен экстраполятор нулевого порядка (Э) с фиксацией на период квантования T_1 . Его передаточная функция имеет вид

$$W_\omega(p) = \frac{1 - \exp(-T_1 p)}{p} = \frac{z_{T_1} - 1}{z_{T_1} p}. \quad (3)$$

Сигнал заданной скорости $\omega_3(Z_{T_1})$ формирует цифровой задатчик интенсивности (ЦЗИ) с ПФ $D_{\text{и}}(Z_{T_1})$, на вход которого подан сигнал заданного ускорения $\varepsilon_3(Z_{T_1})$. Кроме того, используются общепринятые обозначения: $T_{\text{я}}$ - электромагнитная постоянная времени силовой цепи преобразователь - двигатель; $T_{\text{м}}$ - электромеханическая постоянная времени привода; $R_{\text{я}}$ - активное сопротивление силовой цепи; C - конструктивная постоянная двигателя.

Синтез параметров системы

На рис. 2 показана силовая часть системы регулирования скорости. Сигнал $U_{PC}(z_{T1})$ подается с периодом квантования T_1 с выхода цифрового регулятора скорости (РС) на вход экстраполятора нулевого порядка. Выходные сигналы тока $I_{CP}(z_{T1})$ и скорости $\omega_{CP}(z_{T1})$, $\omega(z_{T1})$ подаются с соответствующих датчиков ДТ и ДС.

Регулятор тока настроен в соответствии с методикой [7], согласно с которой в качестве выходного сигнала КРТ рассматривается среднее за период T_2 значение тока I_{CP} , а в качестве желаемого характера его изменения принят экспоненциальный закон

$$I_{CP}(nT_2) = 1 - \exp\left(-\frac{nT_2}{T_{ж}}\right) = 1 - \exp(-\gamma n), \quad (4)$$

где $T_{ж}$ - желаемая постоянная времени экспоненты; $\gamma = T_2/T_{ж}$.

Регулятор тока в этом случае представляет собой аналог ПИ-регулятора с передаточной функцией [6]

$$D_i(z_{T2}) = \frac{1}{K_{П}} \cdot \frac{1 - d_{ж}}{1 - d_i} \cdot \frac{z_{T2} - d_i}{z_{T2} - 1}, \quad (5)$$

где $d_{ж} = \exp(-\gamma n)$, $d_i = \exp(-T_2/T_{я})$.

Передаточная функция разомкнутого КРТ без учета запаздывания имеет вид [6]

$$W_{КТ}(z_{T2}) = \frac{1 - d_{ж}}{z_{T2} - 1}. \quad (6)$$

Запаздывание на период квантования T_2 в КРТ может быть скомпенсировано при помощи импульсной коррекции [7]. При этом само запаздывание как - бы выносится из контура тока в контур скорости.

Преобразуем силовую часть системы с целью исключения смешанной формы (z и p) обозначения дискретных и непрерывных сигналов. С этой целью воспользуемся схемой рис. 2. Используя известный метод преобразования многоконтурных импульсных систем [3, 4], можно выделить следующие дискретные передаточные функции СРС:

$$\frac{\omega(z_{T1})}{U_{PC}(z_{T1})} = Z_{T1} \left\{ W_{\Theta}(z_{T2}) \cdot \frac{D_i(z_{T2})}{1 + W_{KT}(z_{T2})} \cdot \frac{1}{z_{T2}} \cdot Z_{T2} \left\{ \frac{K_{II} T_2}{T_M p (T_{Я} p + 1)} \right\} \right\}; \quad (7)$$

$$\frac{I_{CP}(z_{T1})}{U_{PC}(z_{T1})} = Z_{T1} \left\{ W_{\Theta}(z_{T2}) \cdot \frac{D_i(z_{T2})}{1 + W_{KT}(z_{T2})} \cdot \frac{1}{z_{T2}} \cdot D_{дГ}(z_{T1}) \right\}; \quad (8)$$

$$\frac{\omega_{CP}(z_{T1})}{U_{PC}(z_{T1})} = Z_{T1} \left\{ W_{\Theta}(z_{T2}) \cdot \frac{D_i(z_{T2})}{1 + W_{KT}(z_{T2})} \cdot \frac{1}{z_{T2}} \cdot Z_{T2} \left\{ \frac{K_{II} T_2 D_{дС}(p)}{T_M p (T_{Я} p + 1)} \right\} \right\}; \quad (9)$$

$$W_{\Theta}(z_{T2}) = Z_{T2} \left\{ \frac{1 - \exp(-T_1 p)}{p} \right\} = \frac{z_{T2} (z_{T2}^k - 1)}{(z_{T2} - 1) \cdot z_{T2}^k}; \quad (10)$$

Здесь $W_{\Theta}(z_{T2})$ - передаточная функция экстраполятора;

В соотношениях (7) - (10) символы Z_{T1} и Z_{T2} используются для обозначения Z - преобразований соответствующих сигналов с периодами квантования T_1 и T_2 .

Выполнив соответствующие Z - преобразования в (7) - (9) с использованием справочных формул [3], имеем:

$$\frac{I_{CP}(z_{T1})}{U_{PC}(z_{T1})} = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{1}{1 - d_{Ж}} \cdot \frac{b_0 + b_1 z_{T1}}{z_{T1} - d_{Ж}^k} \cdot \frac{1}{z_{T1}}; \quad (11)$$

$$\frac{\omega(z_{T1})}{U_{PC}(z_{T1})} = \frac{R_{Я} T_2}{c T_M} \cdot \frac{1}{1 - d_{Ж}} \cdot \frac{b_0 + b_1 z_{T1}}{(z_{T1} - 1)(z_{T1} - d_{Ж}^k)} = \frac{I_{CP}(z_{T1})}{U_{PC}(z_{T1})} \cdot \frac{\omega(z_{T1})}{I_{CP}(z_{T1})}; \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{CP}(z_{T1})}{U_{PC}(z_{T1})} &= \frac{(1 - d_{Ж}) R_{Я}}{c T_M} \cdot \frac{T_2^2}{T_1} \cdot \beta \cdot \frac{c_3 z_{T1}^3 + c_2 z_{T1}^2 + c_1 z_{T1} + c_0}{2 \cdot (1 - d_{Ж})^3 \cdot z_{T1}^2 \cdot (z_{T1} - 1) \cdot (z_{T1} - d_{Ж}^k)} = \\ &= \frac{\omega(z_{T1})}{U_{PC}(z_{T1})} \cdot \frac{\omega_{CP}(z_{T1})}{\omega(z_{T1})}. \end{aligned} \quad (13)$$

В уравнениях (11) - (13) введены следующие обозначения:

$$c_0 = -2 \cdot A' \cdot (k - 1) \cdot d_{Ж}^k \cdot (2k - 1) - 2 \cdot k^2 \cdot A' \cdot d_{Ж}^k + 2 \cdot B' \cdot d_{Ж}^k + 2 \cdot D' \cdot (d_{Ж}^k - d_{Ж}^{k-1});$$

$$c_1 = A' \cdot (k - 1) \cdot [(k - 2) \cdot (1 + d_{Ж}^k) - 3 \cdot k \cdot (1 - d_{Ж}^k)] + 2 \cdot k^2 \cdot A' + 2 \cdot B' \cdot [(k - 1) d_{Ж}^k - (1 + d_{Ж}^k)] + 6 \cdot D' \cdot d_{Ж}^{k-1} - 2 \cdot D' \cdot (1 + 2 \cdot d_{Ж}^k);$$

$$\begin{aligned}
c_2 &= A' \cdot (k-1) \cdot [(3 \cdot k - (k-2) \cdot (2 + d_{ж}^k)] + 2 \cdot B' [1 - (k-1) \cdot (1 + d_{ж}^k)] + \\
&\quad + 2 \cdot D' \cdot (2 + d_{ж}^k) - 6 \cdot D' \cdot d_{ж}^{k-1}; \\
c_3 &= A' \cdot (k-1) \cdot (k-2) + 2 \cdot B' \cdot (k-1) - 2 \cdot D' \cdot (1 - d_{ж}^{k-1}); \\
A' &= (\lambda + 1) \cdot (1 - d_{ж})^2; \quad B' = (1 - d_{ж}) \cdot (1 - 2 \cdot d_{ж} - \lambda \cdot d_{ж}); \\
D' &= -d_{ж} \cdot (\lambda + d_{ж}); \\
\beta &= \frac{1}{1 - d_i} - \frac{T_я}{T_2}; \quad \lambda = \frac{T_я \cdot (1 - d_i) - d_i \cdot T^2}{T_2 - T_я \cdot (1 - d_i)}; \quad d_i = \exp(-\frac{T_2}{T_я}); \quad k = \frac{T_1}{T_2}; \\
b_0 &= 1 - k \cdot d_{ж}^k + k \cdot d_{ж}^{k+1} - d_{ж}^k; \quad b_1 = k - 1 - k \cdot d_{ж}^k + d_{ж}^k;
\end{aligned}$$

С учетом выражений (11) - (13) исходная структурная схема якорной цепи рис. 2 может быть преобразована к виду, представленному на рис. 3.

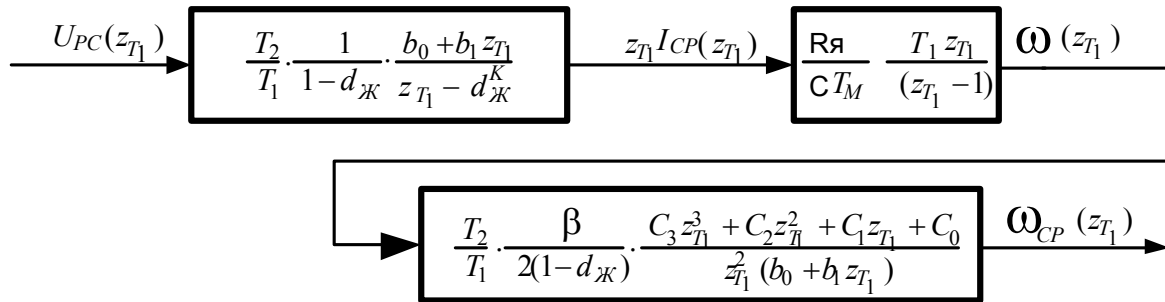


Рисунок 3 - Преобразованная схема силовой цепи СРС

Если выражение

$$z_{T1}^3 + \frac{c_2}{c_3} \cdot z_{T1}^2 + \frac{c_1}{c_3} z_{T1} + \frac{c_0}{c_3}, \quad (14)$$

находящееся в числителе передаточной функции (13), можно разложить на простые сомножители вида $(z_{T1} - \gamma_1)(z_{T1} - \gamma_2)(z_{T1} - \gamma_3)$, где γ_1, γ_2 и γ_3 - корни полинома (14), то выражение для передаточной функции от $\omega(z_{T1})$ до $\omega_{CP}(z_{T1})$ приобретает вид, показанный на рис. 4.

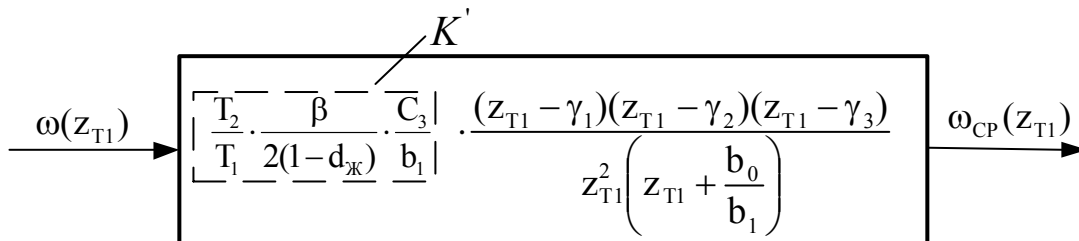


Рисунок 4 - Преобразованная схема силовой цепи по скорости

Примем в качестве координаты состояния $\hat{X}_4(nT_1) = \hat{\Gamma}(nT_1)$, а в качестве сигнала, по которому восстанавливаются наблюдаемые координаты - среднее значение скорости $\hat{\Gamma}_{CP}(nT_1)$. Если в качестве управления использовать выход регулятора скорости (сигнал задания тока), то развернутая схема цифрового наблюдателя четвертого порядка (НС4) принимает вид, показанный на рис. 5.

Уравнение НС4 в векторно - матричной форме может быть записано в виде:

$$\hat{X}(nT_1 + 1T_1) = [A_H - LC_H] \hat{X}(nT_1) + B_H U_{PC}(nT_1) + L\hat{\Gamma}_{CP}(nT_1), \quad (15)$$

где

$$A_H = \begin{bmatrix} 0 & \hat{\Gamma}_3 & \hat{\Gamma}_3 \cdot \left(\hat{\Gamma}_3 - \frac{b_0}{b_1} \right) & \hat{\Gamma}_3 \cdot k' \\ 0 & 0 & \hat{\Gamma}_2 \cdot \left(\hat{\Gamma}_3 - \frac{b_0}{b_1} \right) & \hat{\Gamma}_2 \cdot k' \\ 0 & 0 & -\frac{b_0}{b_1} & k' \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \hat{X} = \begin{bmatrix} \hat{X}_1 \\ \hat{X}_2 \\ \hat{X}_3 \\ \hat{X}_4 \end{bmatrix}; \quad L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \end{bmatrix};$$

$$C_H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \left(\hat{\Gamma}_3 - \frac{b_0}{b_1} \right) & k' \end{bmatrix}; \quad B_H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{T_1}{T_M} \end{bmatrix}^T; \quad k' = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{\hat{\Gamma}_A}{2 \cdot (1 - d_{Ж})} \cdot \frac{c_3}{b_1};$$

\mathbf{I} - единичная матрица;

\hat{X} - вектор состояния наблюдателя.

Задача синтеза цифрового НС4 состоит в определении коэффициентов обратных связей вектора \mathbf{L} . Это осуществляется из условия, что характеристический полином наблюдателя $G_4(z_{T1})$ или знаменатель передаточной функции НС4, совпадает с желаемым полиномом $G_{4Ж}(z_{T1})$.

$$G_4(z_{T1}) = \det |z_{T1} \cdot \mathbf{I} - \mathbf{A}_H + \mathbf{L} \cdot \mathbf{C}_H| = z_{T1}^4 - a_3 \cdot z_{T1}^3 + a_2 \cdot z_{T1}^2 - a_1 \cdot z_{T1} + a_0,$$

$$\text{где} \quad a_0 = l_4 \cdot k' \cdot \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_3 - l_3 \cdot \left(\gamma_1 - \frac{b_0}{b_1} \right) \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_3 - l_2 \cdot \frac{b_0}{b_1} \cdot \gamma_3;$$

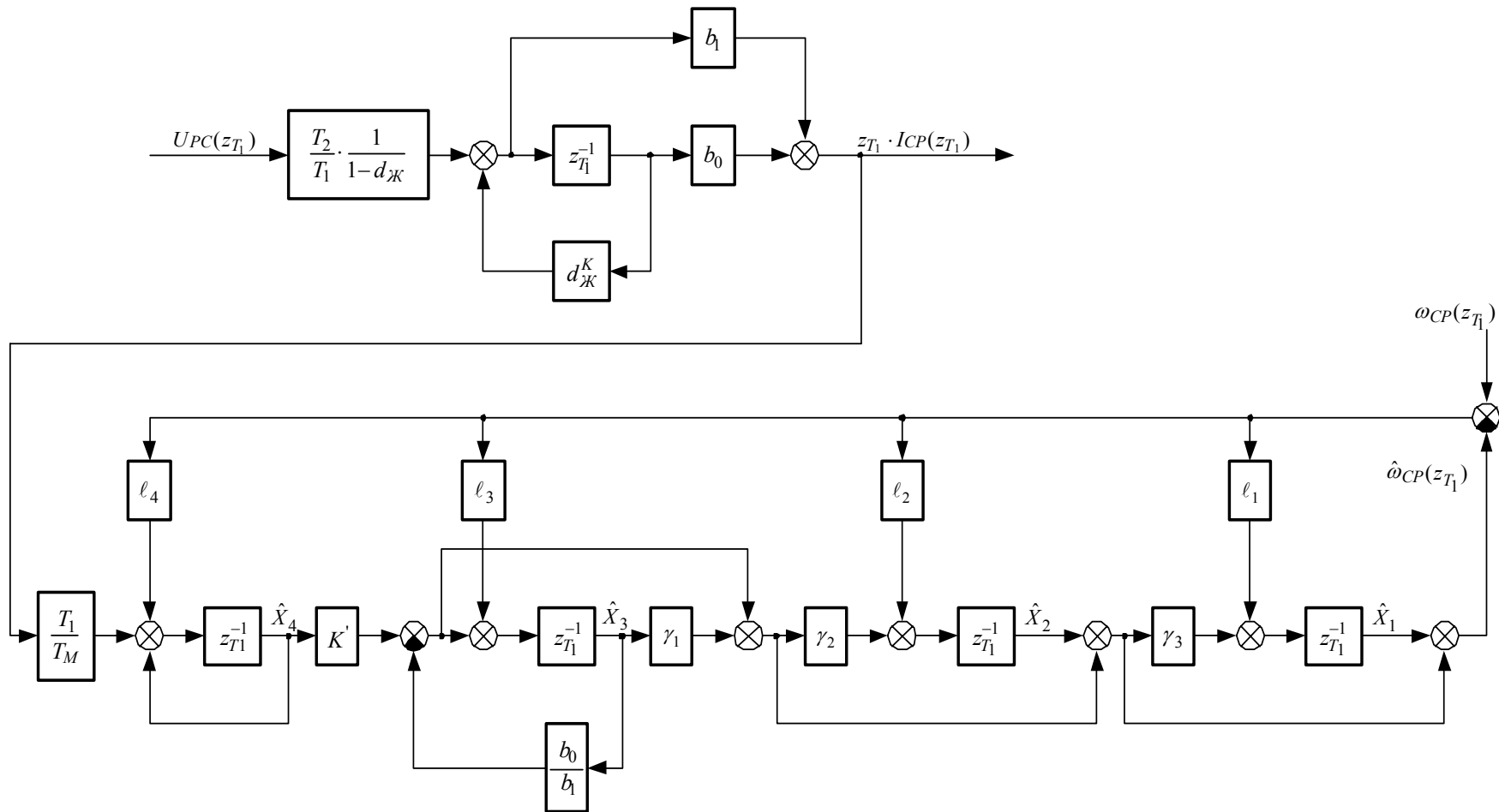


Рисунок 5 - Структурная схема цифрового наблюдателя состояния

$$\begin{aligned}
a_1 &= l_3 \cdot \left[\left(\gamma_1 - \frac{b_0}{b_1} \right) \cdot \gamma_3 \cdot \gamma_2 - \left(\gamma_1 - \frac{b_0}{b_1} \right) (\gamma_2 + \gamma_3) \right] + \\
&+ l_4 \cdot k' (\gamma_1 \cdot \gamma_2 + \gamma_1 \cdot \gamma_3 + \gamma_2 \cdot \gamma_3) + l_2 \cdot \left[\left(\frac{b_0}{b_1} - 1 \right) \cdot \gamma_3 - \frac{b_0}{b_1} \right] - l_1 \cdot \frac{b_0}{b_1}; \\
a_2 &= l_2 \cdot \left(\gamma_3 - 1 + \frac{b_0}{b_1} \right) + l_3 \cdot \left[\left(\gamma_1 - \frac{b_0}{b_1} \right) \cdot (\gamma_2 + \gamma_3) - \gamma_1 + \frac{b_0}{b_1} \right] + \\
&+ l_4 \cdot k' \cdot (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) + l_1 \cdot \left(\frac{b_0}{b_1} - 1 \right) - \frac{b_0}{b_1}; \\
a_3 &= l_1 + l_2 + l_3 \cdot \left(\gamma_1 - \frac{b_0}{b_1} \right) + l_4 \cdot k' + \frac{b_0}{b_1} - 1.
\end{aligned}$$

В качестве желаемого полинома $G_{4Ж}(z_{T1})$ принимается

$$G_{4Ж}(z_{T1}) = \prod_{i=1}^4 (z_{T1} - z_i), \quad (15)$$

где z_i ($i=1,2,\dots,4$) - желаемое распределение полюсов ПФ наблюдателя. С целью использования большого опыта применения непрерывных стандартных форм распределения полюсов целесообразно z_i принять равными

$$z_i = \exp(p_i T_1), \quad (16)$$

где p_i ($i=1,2,\dots,4$) - желаемое распределение полюсов ПФ непрерывной системы. Если, например, принять в качестве желаемого распределения полюсов полинома четвертого порядка "технический оптимум" [2], то

$$p_{1,2} = (-\alpha_1 \pm i\beta_1)\Omega_H; \quad p_{3,4} = (\alpha_2 \pm i\beta_2)\Omega_H;$$

$$\alpha_1 = \beta_1 = 0,7102; \quad \alpha_2 = \beta_2 = 0,7040; \quad i = \sqrt{-1};$$

Ω_H - собственная частота наблюдателя, определяющая его быстродействие.

Тогда желаемый дискретный полином имеет вид

$$G_{4Ж}(z_{T1}) = z_{T1}^4 - a_{3Ж} \cdot z_{T1}^3 + a_{2Ж} \cdot z_{T1}^2 - a_{1Ж} \cdot z_{T1} + a_{0Ж}, \quad (17)$$

где $a_{3Ж} = 2 \cdot [\exp(-\alpha_1 T_1 \Omega_H) \cdot \cos(\beta_1 T_1 \Omega_H) + \exp(-\alpha_2 T_1 \Omega_H) \cdot \cos(\beta_2 T_1 \Omega_H)]$;
 $a_{2Ж} = \exp(-2\alpha_1 T_1 \Omega_H) + \exp(-2\alpha_2 T_1 \Omega_H) + 4 \cdot \exp(-(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot T_1 \Omega_H) \cdot \cos(\beta_1 T_1 \Omega_H) \cdot \cos(\beta_2 T_1 \Omega_H)$;

$$a_{1Ж} = 2 \cdot \left[\exp(-(\alpha_1 + 2\alpha_2) \cdot T_1 \Omega_H) \cdot \cos(\beta_1 T_1 \Omega_H) + \exp(-(\alpha_2 + 2\alpha_1) \cdot T_1 \Omega_H) \cdot \cos(\beta_2 T_1 \Omega_H) \right];$$

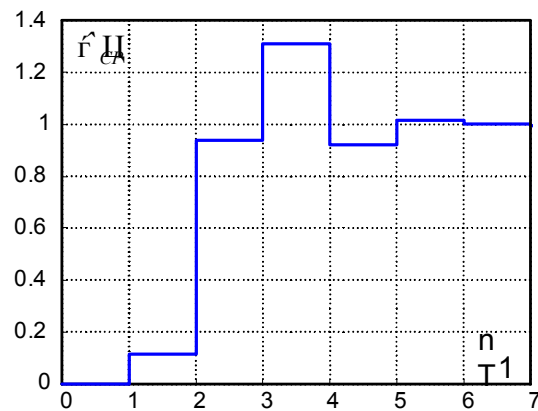
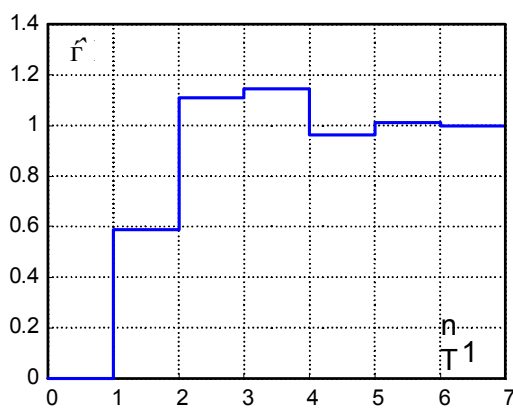
$$a_{0Ж} = \exp(-2 \cdot (\alpha_1 + \alpha_2) \cdot T_1 \Omega_H).$$

Частоту наблюдателя Ω_H обычно выбирают в $2 \div 3$ раза больше собственной частоты объекта Ω_0 . Приравнявая выражения при одинаковых степенях оператора Z_{T_1} полиномов $G_4(Z_{T_1})$ и $G_{4Ж}(Z_{T_1})$, находят коэффициенты вектора \mathbf{L} (аналитические выражения не приведены из-за их громоздкости).

В табл.1 для различных значений параметра γ при $k=3$, $T_2=3,3$ мс, $T_1=k T_2=9,9$ мс приведены рассчитанные значения параметров наблюдателя.

Таблица 1. Параметры наблюдателя состояния

γ	l_1	l_2	l_3	l_4
1	-0,2655	1,2298	-0,3505	0,5253
2	-0,0429	0,1749	0,0161	0,6173
3	-0,0037	0,0950	0,0565	0,6496



а)

б)

Рисунок 6 – Графики переходных функций в ЦНС

а) – $\hat{r}(nT_1)$;

б) – $\hat{r}_{\text{ср}}(nT_1)$

На рис. 6 приведены реакции среднего $\hat{r}_{\text{ср}}(nT_1)$ и мгновенного $\hat{r}(nT_1)$ значений скорости наблюдателя на единичный скачок задания $U_{PC}(nT_1)$ при синтезе ЦНС из условий "технического оптимума", подтверждающие правильность основных расчетных соотношений: перерегулирование в переходной функции $\hat{r}(nT_1)$ составляет 16,4%, в переходной функции $\hat{r}_{\text{ср}}(nT_1)$ - 32,5% [2]. Переходные процессы были

сняты при следующих параметрах: $T_1 = 3,3$ мс; $T_2 = 1,65$ мс; $k' = 0,25$; $d_{ж} = 0,36$; $l_1 = -0,39$; $l_2 = 1,96$; $l_3 = -0,46$; $l_4 = 0,47$; $\beta = 0,52$; $b_0 = 0,704$; $b_1 = 0,41$; $d_1 = 0,82$; $T_{я} = 5T_2$; $\Omega_{н} = 1200$ с⁻¹; $C_3 = 0,51$; $\gamma_1 = 6,44$; $\gamma_2 = 1,14$; $\gamma_3 = -0,34$. Величины T_M и C при проведении исследований условно приняты равными единице.

Выводы

1. Разработана методика синтеза, определены структура и параметры цифрового наблюдателя состояния четвертого порядка для системы регулирования скорости с прямым цифровым управлением и датчиком среднего значения скорости.

2. Проведены исследования, подтверждающие правильность полученных расчетных соотношений.

3. Разработанный ЦНС может быть использован в однократно - интегрирующей СРС [6] с целью улучшения динамики системы.

Литература

1. Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика. - Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного технического университета (технические науки). Тематический выпуск. - Днепродзержинск, 2007. - 606 с.
2. Толочко О. І. Аналіз та синтез електромеханічних систем зі спостерігачами стану. - Донецьк: НОРД - ПРЕС, 2004. - 298 с.
3. Джури Э. Импульсные системы автоматического регулирования. - М.: Физматгиз, 1963. - 456 с.
4. Ту Ю. Цифровые и импульсные системы автоматического управления. - М.: Машиностроение, 1964. - 704 с.
5. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. - М.: Физматгиз, 1963. - 968 с.
6. Коцегуб П. Х., Баринберг В. А. Синтез однократно - интегрирующей цифровой системы подчиненного регулирования электропривода с двумя периодами квантования. - Известия вузов. Электромеханика, 1991, №2. - С.51 -58.
7. Файнштейн В. Г., Файнштейн Э. Г. Микропроцессорные системы управления тиристорными электроприводами. - М.: Энергоатомиздат, 1986. - 240 с.

Дата надходження до редакції 27.11.2007 р.