

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України  
Донецький національний технічний університет

Кафедра "Вища математика"

**Збірник науково-методичних робіт**

Випуск 7

Донецьк -2011

УДК 5:371.214.114, 621.923, 517.95(09), 531.18, 915.77.54, 531.38, 517.9,  
517, 518, 531, 517.8, 539.5, 517.926.

Рекомендовано до друку Радою Донецького Національного технічного  
університету  
Протокол № 5 від 20.05.2011 р.

**Збірник науково-методичних робіт.** - Вип. 7. - Донецьк: ДонНТУ, 2011. –353 с.

В збірнику представлено деякі проблеми та аспекти викладання вищої математики у технічному вузі, також різні напрямки застосування математичних методів до розв'язання інженерних задач, а саме, задач механіки твердого тіла, фізики магнітних явищ, статистичної фізики та інших.

Науково-методичні роботи є узагальненням досвіду викладачів кафедри по удосконалюванню математичної підготовки спеціалістів.

Видання розраховано на широке коло наукових робітників, а також аспірантів та студентів старших курсів технічних університетів.

**Редакційна колегія:** проф. Улітін Г.М. - редактор, проф. Петренко О.Д., проф. Лесіна М.Ю, проф. Косолапов Ю.Ф., проф. Скафа О.І., доц. Евсеєва О.Г. , ст. викл. Локтионов И.К.

Адреса редакційної колегії : Україна, 83050, м. Донецьк, вул. Артема, 96, ДонНТУ, 3-й учбовий корпус, кафедра "Вища математика", тел. (062) 3010901.

© Донецький Національний технічний університет, 2011 р.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ С  
ДВУХПАРМЕТРИЧЕСКИМИ ОСЦИЛЛИРУЮЩИМИ ПОТЕНЦИАЛАМИ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

**Локтионов И.К., Шевченко Т.С.**

*Донецкий национальный технический университет*

*Для опису теплофізичних властивостей рідких металів застосовуються осцилюючі потенціали взаємодії. Отримані рівняння стану і співвідношення, що зв'язують критичні параметри модельних систем з параметрами потенціалів. Виконано порівняння температурних залежностей ентропії і ізобарної теплоємності з відповідними експериментальними результатами.*

Прямая задача статистической физики состоит, как известно, в определении теплофизических свойств веществ на основе имеющейся информации о силах взаимодействия между частицами вещества.

Цель настоящей работы заключается в установлении функциональных зависимостей между измеряемыми свойствами щелочных металлов и микроскопическими параметрами потенциалов взаимодействия. Одним из последовательных подходов к решению этой задачи является подход Гиббса, для реализации которого необходимо вычислить конфигурационный интеграл системы частиц, зависящий, как известно, от межчастичного потенциала.

Стартовой позицией для всех расчётов является полученное в [1] выражение для свободной энергии однокомпонентной системы  $N$  размещенных в объеме  $V$  и взаимодействующих посредством парного центрального потенциала  $v(|\vec{r}|)$

$$F = -\frac{1}{\beta} \ln Z = F_{id} - \frac{N}{2} (v_0 - nw) + \frac{V}{2\beta} \int_{\Omega} \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \ln(1 + n\beta\tilde{v}(k)), \quad (1)$$

где  $\beta = 1/k_B T$  – обратная температура,  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $n = N/V$  – плотность числа частиц,  $v(r)$ ,  $\tilde{v}(k)$  – парный центральный потенциал взаимодействия и его фурье-образ, соответственно,  $\Omega$  – область определения функции  $\tilde{v}(k)$ ,  $v_0 = v(0)$  – значение потенциала при  $r = 0$ ,  $w = \tilde{v}(0)$  – значение фурье-образа при  $k = 0$ ,  $F_{id} = Nk_B T \ln(n \cdot \lambda^3)$ ,  $\lambda = h/\sqrt{2\pi m k_B T}$  – длина волны де Бройля,  $h$  – постоянная Планка,  $m$  – масса частицы. Выражение (1) позволяет получить с помощью стандартных соотношений термодинамики все искомые характеристики (свойства) системы.

Расчёты парных взаимодействий жидких металлов, выполненные Харрисоном [2] показывают, что в качестве потенциалов парных взаимодействий могут служить осциллирующие потенциалы. Поэтому для дальнейших расчетов

мы будем использовать следующие двухпараметрические осциллирующие потенциалы вида

$$v(r) = \frac{A}{4\pi a^2} \frac{\exp(-ar/\sqrt{2})}{r} \sin\left(\frac{ar}{\sqrt{2}}\right), \quad (2)$$

$$\tilde{v}(k) = A/(k^4 + a^4), \quad (3)$$

$$v(r) = \frac{A}{12\pi a^4} \frac{\exp(-ar/2)}{r} \left( \exp\left(\frac{-ar}{2}\right) + 2 \sin\left(\frac{\sqrt{3}ar}{2} - \frac{\pi}{6}\right) \right), \quad (4)$$

$$\tilde{v}(k) = A/(k^6 + a^6), \quad (5)$$

где  $A, a$  - положительные параметры потенциалов. Для каждого из потенциалов (2) и (4) приводятся соответствующие им фурье-образы (3) и (5).

Задание аналитической формы потенциалов позволяет установить связь некоторых свойств щелочных металлов с параметрами потенциалов взаимодействия (2), (4) и является достаточным для сравнения теплофизических характеристик с экспериментальными данными, поскольку в силу принципа соответственных состояний молярные свойства не зависят, как это будет показано ниже, от параметров потенциалов. Однако вычисление числовых значений параметров  $a$  и  $A$  представляет интерес для сопоставления модельных потенциалов (2), (4) с другими потенциалами, используемыми в расчётах термодинамических свойств жидких металлов.

Различные способы нахождения  $a$  и  $A$  используют соотношения, связывающие эти параметры с измеряемыми на опыте величинами. Один из них, требующий минимальной экспериментальной информации, основан на определении критической точки (КТ), в которой выполняются условия

$$\left\{ \left( \frac{\partial P}{\partial n} \right)_T = 0, \quad \left( \frac{\partial^2 P}{\partial n^2} \right)_T = 0 \right\}, \quad (6)$$

где  $P$  — давление, вычисляемое через свободную энергию  $F$ :  $P = -(\partial F / \partial V)_T$ .

Отсюда найдём уравнение состояния (УС)

$$P = P_{id} + \frac{n^2 w}{2} - \frac{1}{2\beta} \int_{\Omega} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \left[ \ln(1 + n\beta \tilde{v}(k)) - n \frac{\partial}{\partial n} \ln(1 + n\beta \tilde{v}(k)) \right] \quad (7)$$

Интегрирование (7) по  $k$  с фурье-образами (3) и (5) приводит к следующим УС

$$P = \frac{n}{\beta} + \frac{n^2 w}{2} - \frac{a^3}{6\pi\sqrt{2}\beta} \left[ \frac{3 + q^2(x)}{4\sqrt{q(x)}} - 1 \right], \quad w = A/a^4, \quad (8)$$

$$P = \frac{n}{\beta} + \frac{n^2 w}{2} - \frac{a^3}{12\pi\beta} \left[ \frac{1 + q^2(x)}{2q(x)} - 1 \right], \quad w = A/a^6, \quad (9)$$

здесь  $x = n\beta w$ ,  $q(x) = \sqrt{1+x}$ ,

Система (6) сводится к одному уравнению делением первого уравнения на второе и в случае потенциалов (2), (4) имеет точное (и единственное) решение

$$a = \left(50\pi\sqrt{2}n_c(9/5)^{9/4}\right)^{1/3}, \quad A = a^4 x_c / n_c \beta_c, \quad x_c = n_c \beta_c w = 4/5, \quad (10)$$

$$a = \left(108\pi n_c(5/3)^{5/2}\right)^{1/3}, \quad A = a^6 x_c / n_c \beta_c, \quad x_c = n_c \beta_c w = 2/3. \quad (11)$$

Таким образом, для получения числовых значений  $a$  и  $A$  нужно использовать только экспериментальные значения плотности и температуры в КТ. Следующая таблица содержит значения параметров  $a$  и  $A$ , а так же расчётные значения  $P_c^{теор.}$  для пяти щелочных металлов.

Таблица. Параметры осциллирующих потенциалов (2), (4)

	<b>Li</b>	<b>Na</b>	<b>K</b>	<b>Rb</b>	<b>Cs</b>
$T_c, K$	3610	2656	2305	2017	1924
$\rho_c, \text{кг/м}^3$	100	196	189	292	379
$P_c^{эксп.}, \text{МПа}$	71	37.3	19.8	12.45	9.25
$M, 10^{-3} \text{кг/моль}$	6.94	22.99	39.10	85.47	132.91
$a, 10^{10} \text{1/м} \quad (2)$	1.934	1.624	1.434	1.197	1.127
$A, 10^{-8} \text{Дж/м} \quad (2)$	64.290	39.709	28.523	22.234	19.968
$P_c^{теор.}, \text{МПа} \quad (2)$	118.460	51.565	25.373	15.696	12.495
$a, 10^{10} \text{1/м} \quad (4)$	2.193	1.842	1.524	1.359	1.279
$A, 10^{13} \text{Дж/м}^3 \quad (4)$	42.686	18.582	9.143	5.656	4.503
$P_c^{теор.}, \text{МПа} \quad (4)$	118.877	51.748	25.463	15.752	12.539

Экспериментальные данные по давлению, температуре и плотности для Li, Na, K заимствованы из [3], а для Rb и Cs из [4].

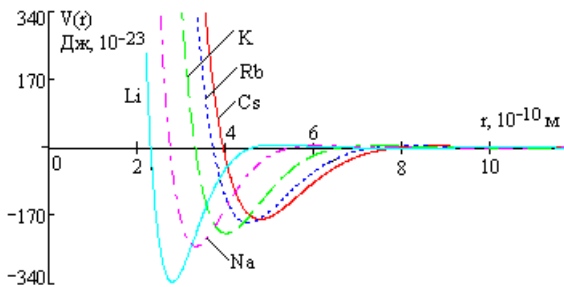


Рис.1. Потенциальные кривые, построенные для потенциала (2) с параметрами из таблицы. Очевидно, что глубина потенциальной ямы увеличивается с ростом критической температуры, при этом точка минимума смещается влево с уменьшением критической плотности. Аналогичная картина наблюдается и в случае потенциала

(4). Взаимное расположение кривых с характерным изменением минимума в зависимости от  $T_c$  и точки минимума — от  $n_c$  наблюдается и на рисунке 2, на котором представлены потенциалы Морзе [5], параметры которых рассчитаны с использованием кристаллических свойств щелочных металлов (литий отсутствует в этом списке).

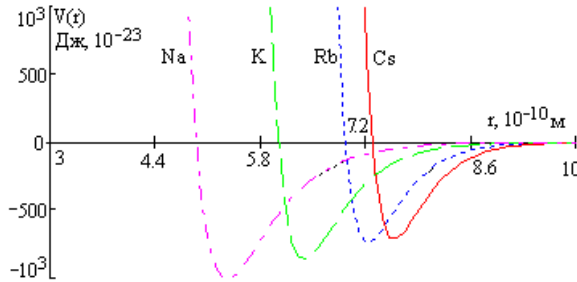


Рис.2. Потенциальные кривые, построенные для потенциала Морзе по данным [5].

Соотношения (10) и (11) позволяют привести УС (8) и (9) к безразмерной форме (порядок записи уравнений соответствует порядку введения потенциалов в статье)

$$\pi(\omega, \tau) = \frac{1}{Z_c} \left( \tau\omega + \frac{x_c \omega^2}{2} - 27 \left( \frac{9}{5} \right)^{1/4} \cdot \tau \left[ \frac{q^2(\omega, \tau) + 3}{4\sqrt{q(\omega, \tau)}} - 1 \right] \right), Z_c = 0,274$$

$$\pi(\omega, \tau) = \frac{1}{Z_c} \left( \tau\omega + \frac{x_c \omega^2}{2} - 9 \left( \frac{5}{3} \right)^{5/2} \cdot \tau \left[ \frac{q^2(\omega, \tau) + 1}{2q(\omega, \tau)} - 1 \right] \right), Z_c = 0,275,$$

где  $\tau = T/T_c$ ,  $\omega = n/n_c$ ,  $\pi = P/P_c$  — приведенные температура, плотность и давление,  $q(\omega, \tau) = \sqrt{1 + x_c \omega/\tau}$ . Изотермы, построенные в приведенных координатах  $\omega - \pi$  имеют характерные ван дер ваальсовы петли, что свидетельствует о происходящем в системе фазовом переходе 1-го рода (изотермы здесь не представлены в силу широчайшей известности их вида).

Плотности сосуществующих фаз определяются из условий равенства давлений и химических потенциалов, т.е. из решения системы нелинейных уравнений

$$\{\pi(\omega_1, \tau) = \pi(\omega_2, \tau); \quad \mu(\omega_1, \tau) = \mu(\omega_2, \tau)\}, \quad (12)$$

Химический потенциал  $\mu$  и свободная энергия  $F$  системы связаны соотношением

$$\mu = \left( \frac{\partial F}{\partial N} \right)_{T,V} = \mu_{id} + n\omega - \frac{v_0}{2} + \frac{1}{2\beta} \int_{\Omega} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{\beta \tilde{v}(k)}{1 + n\beta \tilde{v}(k)}. \quad (13)$$

Для модельных потенциалов (2), (4) замкнутые выражения химических потенциалов найдем путем вычисления интеграла по  $k$  в (13) с фурье-образами (3) и (5):

$$\mu = \frac{\tau}{\beta_c} \left( \ln(n_c \omega \lambda^3) + \frac{x_c \omega}{\tau} - \frac{5}{2\tau} \left( \frac{9}{5} \right)^{9/4} \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{q(\omega, \tau)}} \right) \right),$$

$$\mu = \frac{\tau}{\beta_c} \left( \ln(n_c \omega \lambda^3) + \frac{x_c \omega}{\tau} - \frac{3}{\tau} \left( \frac{5}{3} \right)^{3/2} \left( 1 - \frac{5}{3q(\omega, \tau)} \right) \right).$$

Эти формулы сохраняют особенности, присущие конкретному веществу в виде  $\beta_c$ ,  $n_c$  и  $\lambda$ .

Система (12) решена численно. Результаты решения в виде линий сосуществующих фаз в координатах  $\omega - \tau$  представлены на рисунке 3.

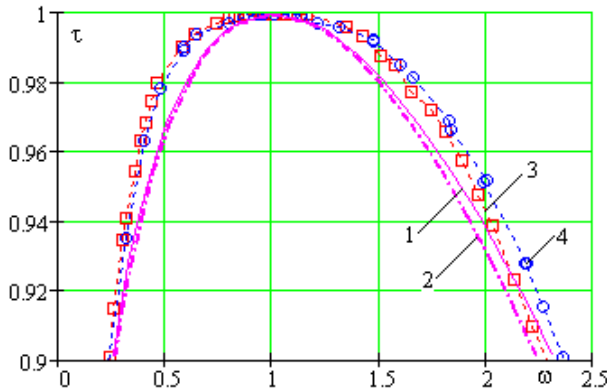


Рис.3. Линия 1 - расчёт для потенциала ОСЦ-4 (2); линия 2 - расчет для потенциала ОСЦ-6 (4); кривые 3 и 4 построены по экспериментальным данным [4] для цезия и рубидия соответственно.

Молярная энтропия  $S$  в рамках рассматриваемого подхода вычисляется по формуле

$$S = -\frac{\partial F}{\partial T} = S_{id} - \frac{R}{2} \int_{\Omega} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \left[ \ln(1 + n\beta\tilde{v}(k)) - n \frac{\partial}{\partial n} \ln(1 + n\beta\tilde{v}(k)) \right], \quad (14)$$

где 
$$S_{id} = R \left[ \frac{5}{2} - \ln \left( \frac{\omega}{\tau^{3/2}} n_c \lambda_c^3 \right) \right], \quad \lambda_c = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T_c}}, \quad R = k_b N_A -$$

универсальная газовая постоянная,  $N_A$  — число Авогадро,  $h$  — постоянная Планка,  $m$  — масса частицы. Очевидно, что давление (7) и энтропия (14) определяются одинаковыми интегралами по  $k$ , поэтому энтропия в моделях с потенциалами (2) и (4) соответственно будет иметь вид

$$S(\omega, \tau) = S_{id} - \frac{27R}{\omega} \left(\frac{9}{5}\right)^{1/4} \cdot \left[ \frac{3 + q^2(\omega, \tau)}{4\sqrt{q(\omega, \tau)}} - 1 \right], \quad (15)$$

$$S(\omega, \tau) = S_{id} - \frac{9R}{\omega} \left(\frac{5}{3}\right)^{5/2} \cdot \left[ \frac{1 + q^2(\omega, \tau)}{2q(\omega, \tau)} - 1 \right], \quad (16)$$

Для определения значения изобарной теплоемкости  $C_p$  при температуре  $\tau = T/T_c$  и давлении  $\pi = P/P_c$  по формулам

$$C_p^M = C_v^M - \tau \cdot R \frac{(\partial \pi / \partial \tau)_\varphi^2}{(\partial \pi / \partial \varphi)_\tau}$$

$$C_v^M = -T \left( \frac{\partial^2 F}{\partial T^2} \right)_V = C_v^{id} + \frac{R}{2n} \int_{\Omega} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \left( \frac{n\beta \tilde{v}(k)}{1 + n\beta \tilde{v}(k)} \right)^2, \quad C_v^{id} = \frac{3}{2} R, \quad (\text{связь}$$

между молярной и удельной теплоёмкостями определяется равенством  $C_p^{\acute{o}a\ddot{u}\acute{u}\acute{u}\acute{u}} = C_p^M / M$ ), необходимо найти плотность  $\omega = n/n_c$ . Искомая плотность дается решением уравнения

$$\pi(\omega, \tau) - \pi = 0,$$

где  $\pi(\omega, \tau)$  — одно из УС для потенциала (2) или (4). Здесь необходимо упомянуть о том, что  $\omega$  используется также и в расчётах энтропии.

Нахождение изобарной теплоёмкости, как видно, связано, во-первых, с вычислением конфигурационной части  $C_v^M$  т.е. интеграла по  $k$  с фурье-образом (2) или (4) и, во-вторых, с дифференцированием соответствующего УС по  $\tau$  и  $\varphi = 1/\omega$ . Ниже приводятся результаты этой рутинной работы в виде вполне обозримых формул. Для потенциала ОСЦ-4 (2):

$$C_v^M = C_v^{id} + \frac{R(9/5)^{9/4} \omega}{\tau^2 q^{5/2}(\omega, \tau)}, \quad \frac{\partial \pi}{\partial \tau} = \omega - 27 \cdot 4 \sqrt[4]{\frac{9}{5}} \left[ \frac{25\tau^2 + 25\tau\omega + \omega^2}{25\tau^2 q^{5/2}(\omega, \tau)} - 1 \right].$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial \varphi} = -\tau \omega^2 \left[ q^2(\omega, \tau) - \frac{(9/5)^{9/4} \omega}{\tau^2 q^{5/2}(\omega, \tau)} \right].$$

Для ОСЦ-6 (4):

$$C_v^M = C_v^{id} + \frac{R(5/3)^{5/2} \omega}{\tau^2 q^3(\omega, \tau)}, \quad \frac{\partial \pi}{\partial \tau} = \omega - 9 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{5/2} \left[ \frac{9\tau^2 + 9\tau\omega + \omega^2}{9\tau^2 q^3(\omega, \tau)} - 1 \right].$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial \varphi} = -\tau \omega^2 \left[ q^2(\omega, \tau) - \frac{(5/3)^{5/2} \omega}{\tau^2 q^3(\omega, \tau)} \right].$$



Заметим, что эти формулы не содержат индивидуальных параметров вещества, а входящие в них величины определены выше.

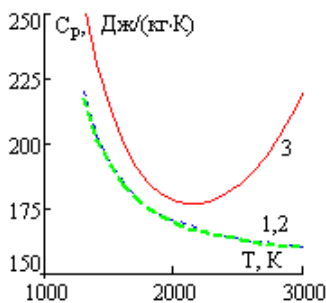


Рис.4.

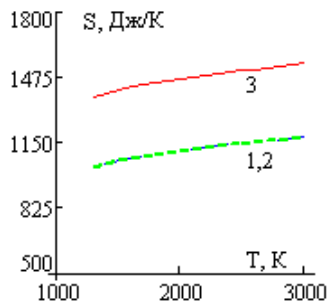


Рис.5.

На рисунке 4. представлены теоретические зависимости  $C_p(T)$  при  $P = 1 \text{ МПа}$  — кривые 1,2, построенные для систем с потенциалами (2) и (4) с параметрами для цезия (см. табл.); кривая 3 – экспериментальные данные по цезию [6] при давлении  $P = 1 \text{ МПа}$ .

На рисунке 5. кривые 1,2 и 3 представляют теоретические для потенциалов (2) и (4) и экспериментальную зависимости энтропии  $S(T)$  цезия при  $P = 1 \text{ МПа}$  соответственно. На рисунках 4 и 5 экспериментальные точки соединены плавной линией 3. Все кривые построены в диапазоне температур от 1200 К до 3000 К с шагом 100 К.

Следует отметить, подобная картина поведения  $C_p(T)$  и  $S(T)$  цезия наблюдается и при давлениях  $P < 1 \text{ МПа}$ . Аналогичные расчёты были выполнены и для рубидия. Сравнительный анализ расчётов для  $C_s$  и  $Rb$  в указанных на рисунках диапазонах температур не позволил обнаружить какие-либо качественные преимущества расчётов для  $C_s$  и  $Rb$  при сопоставлении с экспериментальными данными. Количественные отличия не имеют принципиального значения.

### Литература

1. А.Ю. Захаров, И.К. Локтионов, ТМФ. Т. 119. №1. 167 (1999).
2. Харрисон У. Псевдопотенциалы в теории металлов. М., Мир, 1968.
3. Vargaftik N.B., Kozhevnikov V.F., Ermilov P.N. High Temp.-High Pres., 1984, V.16, P.233.
4. S. Jungst, B. Knuth, F. Hensel, Physical Review Letters. V.55. №20. P.2160 (1985).
5. L.A. Girifalco, V.G. Weizer. Physical Review. V.114. #3. P.687. (1959).
6. Н.Б. Варгафтик. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Физматгиз, 1972. 720 С.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Улитин Г.М., Лесина М.Е., Косолапов Ю.Ф. История кафедры высшей математики им. В.В.Пака .....	3
2. Азарова Н.В., Азарова А.Э. Применение симплексного метода для решения оптимизационных задач строительства и архитектуры .....	13
3. Азарова Н.В., Маленко А.Н. Применение непараметрической статистики к исследованию рабочей поверхности шлифовального круга .....	18
4. Азарова Н.В., Маленко Андреас. Применение методов линейного программирования для оптимизации севооборотов.....	24
5. Азарова Н.В., Муравская А.В. Применение дифференциального и интегрального исчисления к решению задач электротехники.....	29
6. Александрова О. В. Применение группового анализа к вычислению первых интегралов стохастических систем .....	34
7. Алексеева І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О., Коновалова Н. Р., Федорова Л. Б. Досвід створення і використання навчально-методичних комплексів з вищої математики.....	40
8. Берьозкіна І. А. Шляхи удосконалення математичної підготовки майбутніх студентів технічних спеціальностей .....	46
9. Буркина Н.В. Реализация межпредметных связей как важный фактор повышения эффективности обучения математике студентов .....	53
10. Власенко К. В. Характеристика складових навчально-методичного комплексу з вищої математики для майбутніх інженерів .....	60
11. Гененко Ю.А., Лупаску Д. К. Математическое моделирование деградации в сегнетоэлектриках по механизму дрейфа заряженных дефектов в локальных деполяризационных полях .....	66
12. Герасимчук В.С. Професійно спрямоване викладання математики та методи його реалізації .....	72
13. Гребьонкіна О. С. Ділова гра як форма активного навчання .....	77
14. Гусак Л.П. Формування навичок самостійної роботи студентів в процесі вивчення вищої математики .....	84
15. Данильчук О.М. Самостійна робота студентів як умова їх професійного становлення .....	89
16. Дем'яненко А.Г. Стан, проблеми, деякі концепції та заходи підвищення якості інженерної освіти в Україні .....	93
17. Дремов В.В., Минакова О.А. Аналитический расчет нестационарных температур в жидкой и твердой фазах металла с определением скорости движения фронта затвердевания .....	99

18. Євсєєва О.Г. Поетапне освоєння предметних дій при навчанні математики у ВТНЗ .....	107
19. Євсєєва О.Г., Прокопенко Н.А. Знання та вміння з векторної алгебри, необхідні для розв'язання задач з аналітичної геометрії у просторі.....	114
20. Емельянова Т. В., Ярхо Т.А., Полтавская О.С., Гавриш И.П. Высшая математика в примерах и задачах для инженеров-экологов. Системы дифференциальных уравнений .....	121
21. Ехилевский С.Г., Гурьева Н.А., Голубева О.В. Группы и подгруппы в курсе геометрии и алгебры .....	129
22. Косолапов Ю.Ф. К практике условного экстремума .....	141
23. Косолапов Ю.Ф., Шупанова Е. К методике условного экстремума .....	134
24. Кухарева О.С. Програма-тест для перевірки знань учнів з початків аналізу в старшій школі в умовах модульного навчання .....	148
25. Лаврик І. В., Фортуна В. В. Дослідження залежності ціни за квадратний метр квартир міста Донецька від центру .....	155
26. Лебедева И.А., Гуржий Д. Доказательство числовых неравенств с помощью классических неравенств.....	160
27. Лебедева И.А., Рубцова О.А. Особенности преподавания курса высшей математики студентам технических специальностей .....	164
28. Левін В.М. Математичні спецкурси у інженерній освіті .....	170
29. Лесина М.Е, Зиновьева Я.В. Уравнения годографов в опорном базисе для задачи о движении по инерции системы двух гироскопов Лагранжа .....	179
30. Локтионов И.К., Гусар Г.А., Шевченко Т.С. Применение трёхпараметрического потенциала взаимодействия в статистической модели жидкого состояния .....	195
31. Локтионов И.К., Шевченко Т.С. Статистическая модель металлической жидкости с двухпараметрическими осциллирующими потенциалами взаимодействия .....	206
32. Лукашук Т.І., Москаленко А.С., Проценко Б.В. Особливості математичної підготовки випускників технікумів у вищих навчальних закладах.....	214
33. Маевская С.И., Журба В.В., Абдулин Р.Н. Сопровождающий трёхгранник локсодромы кругового цилиндра (винтовой линии) .....	223
34. Малашенко В.В. Использование теории возмущений для исследования специфических особенностей скольжения винтовых дислокаций в примесных кристаллах.....	227
35. Малашенко В.В., Малашенко Т.И. Математическое моделирование процессов дислокационной динамики в наноматериалах и тонких пленках.....	233
36. Малашенко В.В., Малашенко Т.И. Применение метода функций Грина при	

анализе динамического взаимодействия краевых дислокаций с дислокационными петлями .....	238
37. Мартиненко М.А., Мартиненко В.П., Ткачук А.М. Роль фундаментальных наук в сучасній інженерній освіті України.....	242
38. Мироненко Л.П., Кайда С.В. Теорема умножения определителей и правило Крамера .....	247
39. Мироненко Л.П., Рубцова О.А., Бреус С. Единый подход к методу обратной матрицы и правилу Крамера.....	251
40. Николайчук Т.И., Улицкая Н.Ю. Методические аспекты изучения темы «Неопределенный интеграл» в техническом ВУЗ.....	255
41. Николайчук Т. И., Улицкая Н.Ю., Ларина А. Использование математических моделей в биологических исследованиях .....	261
42. Паниотов Ю.Н. Приложение операционного исчисления в математической физике .....	267
43. Пелашенко А.В. Решение задач управления запасами при случайном спросе.....	271
44. Перегуда Ю. М. Організація контролю результатів навчальної діяльності студентів в умовах кредитно-модульної системи навчання .....	275
45. Перетолчина Г. Б., Глянецв П. Пример реализации профессиональной направленности курса «Теории вероятностей и математическая статистика».....	281
46. Петренко А.Д., Петренко Е.А. Экономико-математическая модель ценовой конкуренции монополий .....	287
47. Петренко А.Д., Петренко Е.А. Компетентностный подход в подготовке квалифицированных специалистов.....	294
48. Пуханова Л.С. Сучасні підходи до вдосконалення системи педагогічного контролю .....	298
49. Румянцев Н.В. Проблемы повышения качества преподавания математики для современного инженера .....	304
50. Торбіна Т.В. Взаємоз'язок спеціальних і математичних дисциплін в професійній підготовці фахівців електротехнічних систем.....	308
51. Улитин Г.М. Некоторые приёмы приведения линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами к известным уравнениям.....	314
52. Улитин Г.М., Савин А.И. Опыт проведения вузовских олимпиад по высшей математике в ДонНТУ .....	319

1. Абдулин Р.Н. Об одном примере стабилизации движения неголономной системы .....	324
2. Александрова О. В., Гордеев Г. Г., Ковалев И. Н. Моделирование движения системы связанных твердых тел – носителя и носимого тела .....	326
3. Александрова О. В., Ковалев И.Н. О методике организации самостоятельно работы студентов на занятиях по высшей математике .....	327
4. Вилкова И.В. Формула Ньютона-Лейбница и одно из условий ее применимости .....	329
5. Гончаров А.Н. О применении рядов в теории вероятностей .....	331
6. Гордеев Г.Г. Алгоритмы решения диофантовых уравнений и упаковка индексов степеней полиномов .....	334
7. Дегтярев В.С. О применении передаточной функции при решении линейных дифференциальных уравнений операционным способом .....	335
8. Кононыхин Г.А. Об условия существования прецессионных движений в задачах динамики твердых тел .....	337
9. Мироненко Л.П., Улитин Г.М. Формула Эйлера и некоторые следствия из неё .....	339
10. Паниотов Ю.Н., Перетолчина Г.Б. К изложению темы выпуклость и вогнутость кривой.....	341
11. Руссиян С.А. Математическая модель одного из известных случаев в истории .....	343
12. Чудина Е.Ю., Деханова В.В. Игры с точки зрения теории вероятностей...	346
13. V. Kochergin, L. Neely, I.N. Krivorotov, E.V. Kochergin, K.L. Wang Плазмонное усиление сверхбыстрого оптического перемагничивания .....	348