

## ВЛИЯНИЕ КОНСТРУКТИВНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ ОБСАДНОЙ КОЛОННЫ НА ЕЕ УСТОЙЧИВОСТЬ (Форум горняков)

*Улитин Г.М., Царенко С.Н. Донецкий национальный технический университет,  
Украина*

Исследовано влияние граничных условий и параметров подкрепления на устойчивость обсадных труб. Приведено обоснование выбора эффективной жесткости силовых шпангоутов. Даны рекомендации к выбору рационального способа возведения крепи.

Обсадные трубы в процессе эксплуатации (при засорении дренажных каналов) и при монтаже подвергается внешнему гидростатическому, а в некоторых случаях и горному давлению. В работе [1] рассмотрен вопрос определения параметров конструктивных элементов колонны из условия обеспечения их прочности. При этом, учитывая габариты трубы и характер действующих нагрузок, возникает необходимость конструктивно обеспечить не только прочность, но и сохранение устойчивости.

Величина критического давления, воспринимаемого трубой, определяет:

- выбор способа монтажа (секциями или на плаву);
- высоту разового заполнения цементным раствором;
- глубину участка при осушении ствола;
- количество и частоту дренажных отверстий.

Конструктивными особенностями, влияющими на величину давления, являются:

1. Геометрия трубы (длина, радиус и толщина);
2. Параметры бандажа (изгибная жесткость и шаг);
3. Условия закрепления на торцах.

Наиболее полный анализ устойчивости, с учетом всех вышеперечисленных особенностей, позволяет провести полубезмоментная теория оболочек, которая соответствует случаю внешнего давления. В качестве расчетной схемы (рис. 1) рассмотрим оболочку длиной  $l$ , радиусом  $R$  и толщиной  $\delta$ , нагруженную внешним давлением  $q$ . Уравнение полубезмоментной теории, соответствующее принятой схеме, имеет вид [2]

$$\frac{E\delta}{R} \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^4} + \frac{D}{R^3} \left( \frac{\partial^8 w}{\partial \varphi^8} + 2 \frac{\partial^6 w}{\partial \varphi^6} + \frac{\partial^4 w}{\partial \varphi^4} \right) + q \left( \frac{\partial^6 w}{\partial \varphi^6} + \frac{\partial^4 w}{\partial \varphi^4} \right) = 0 \quad (1)$$

где  $D = \frac{E\delta^3}{12}$  – изгибная жесткость оболочки,  $\alpha = \frac{x}{R}$  –

безразмерная координата.

Решение уравнения (1) ищем в виде

$$w = X(\alpha) \sin n\varphi. \quad (2)$$

В результате подстановки (2) в (1) получим:

$$\frac{d^4 X}{d\alpha^4} - \beta^4 X = 0; \quad (3)$$

здесь  $\beta^4 = \frac{qR}{E\delta} n^4 (n^2 - 1) - D \frac{n^4 (n^2 - 1)^2}{E\delta R^2}$ , отсюда найдем выражение для критического давления  $q$ :

$$q = \beta_1^4 \frac{E\delta}{R} \frac{1}{n^4 (n^2 - 1)} + (n^2 - 1) \frac{D}{R^3}, \quad (4)$$

где  $\beta_1$  – наименьшее собственное значение уравнения (3) для заданного варианта краевых условий,  $n$  – число полуолн, соответствующее минимуму  $q$ . Решение уравнения (3) имеет вид

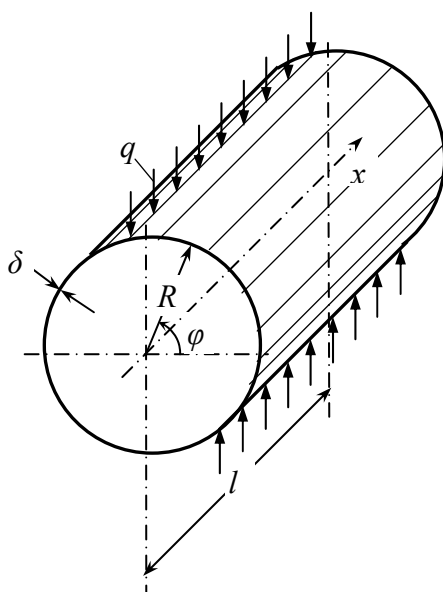


Рис. 1 – Расчетная схема для случая внешнего давления.

$$X(\alpha) = C_1 \sin \alpha\beta + C_2 \cos \alpha\beta + C_3 \operatorname{sh} \alpha\beta + C_4 \operatorname{ch} \alpha\beta. \quad (5)$$

Уравнения перемещений и усилий можно определить по формулам [2]:

$$u = \frac{1}{n^2} \frac{dX}{d\alpha} \sin n\varphi, \quad T_x = \frac{E\delta}{Rn^2} \frac{d^2 X}{d\alpha^2} \sin n\varphi, \quad S = -\frac{E\delta}{Rn^3} \frac{d^3 X}{d\alpha^3} \cos n\varphi. \quad (6)$$

Полученное решение не удобно использовать для оболочек имеющих несколько промежуточных участков (при наличии шпангоутов), поэтому с практической точки зрения более целесообразно воспользоваться методом начальных параметров [3]. Подставив решение (5) в выражение (2) с учетом зависимостей (6) и выразив постоянные  $C_{1-4}$  через начальные параметры:  $w_0, u_0, T_{x0}, S_0$ , получим выражения для:

– радиальных перемещений

$$w(\alpha, \varphi) = \left( w_0 A_{\alpha\beta} + u_0 \frac{n^2}{\beta} B_{\alpha\beta} + T_{x0} \frac{Rn^2}{E\delta\beta^2} C_{\alpha\beta} - S_0 \frac{Rn^3}{E\delta\beta^3} D_{\alpha\beta} \right) \sin n\varphi; \quad (7)$$

– осевых перемещений

$$u(\alpha, \varphi) = \left( w_0 \frac{\beta}{n^2} D_{\alpha\beta} + u_0 A_{\alpha\beta} + T_{x0} \frac{R}{E\delta\beta} B_{\alpha\beta} - S_0 \frac{Rn}{E\delta\beta^2} C_{\alpha\beta} \right) \sin n\varphi; \quad (8)$$

– осевых усилий

$$T_x(\alpha, \varphi) = \left( w_0 \frac{E\delta\beta^2}{Rn^2} C_{\alpha\beta} + u_0 \frac{E\delta\beta}{R} D_{\alpha\beta} + T_{x0} A_{\alpha\beta} - S_0 \frac{n}{\beta} B_{\alpha\beta} \right) \sin n\varphi; \quad (9)$$

– касательных усилий

$$S(\alpha, \varphi) = \left( -w_0 \frac{E\delta\beta^3}{Rn^3} B_{\alpha\beta} - u_0 \frac{E\delta\beta^2}{Rn} C_{\alpha\beta} - T_{x0} \frac{\beta}{n} D_{\alpha\beta} + S_0 A_{\alpha\beta} \right) \cos n\varphi, \quad (10)$$

где  $A_{\alpha\beta}, B_{\alpha\beta}, C_{\alpha\beta}, D_{\alpha\beta}$  – динамические функции А.Н. Крылова [3].

Не сложно проследить аналогию уравнений (3.7)-(3.10) с соответствующими уравнениями при колебании балки с распределенными параметрами [3].

В работе [4] рассмотрен вопрос потери устойчивости оболочки усиленной шпангоутом и при этом возможны следующие варианты: если шпангоут упругий, то происходит общая потеря устойчивости рис. 2 а); если жесткий – местная рис. 2 б).

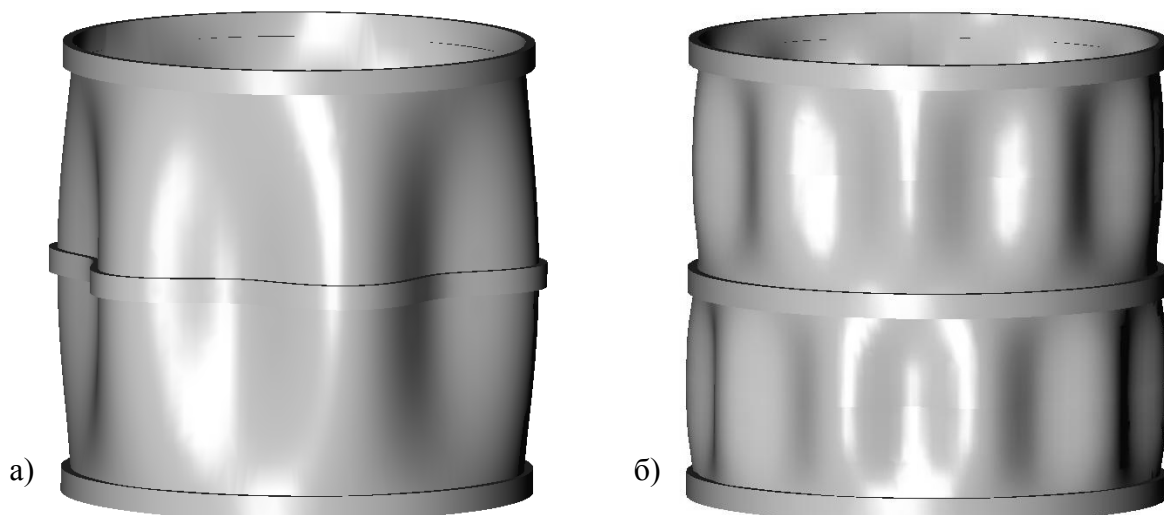


Рис. 2 – Потеря устойчивости секции трубы: а) – общая; б) – местная.

Определим условия, при которых возникает переход от одной формы к другой. Рассмотрим схему (рис. 3). На расстоянии  $a$  от края оболочки находится шпангоут с изгибной жесткостью  $EI_x$ , тогда для данной схемы уравнение (7) можно представить в виде

$$w(\alpha, \varphi) = \left( u_0 \frac{n^2}{\beta} B_{\alpha\beta} - S_0 \frac{Rn^3}{E\delta\beta^3} D_{\alpha\beta} - S_{uu} \frac{Rn^3}{E\delta\beta^3} D_{(\alpha-\gamma)\beta} \right) \sin n\varphi, \quad (11)$$

где  $\gamma = \frac{a}{R}$  – безразмерное расстояние, а  $S_{uu}$  – реакцию со стороны шпангоута можно определить из зависимости

$$\frac{EJ_x}{R^4} \left( \frac{d^5 w_{uu}}{d\varphi^5} + 2 \frac{d^3 w_{uu}}{d\varphi^3} + \frac{dw_{uu}}{d\varphi} \right) = S_{uu}$$

Приравняв, согласно условию совместности деформаций кольца и оболочки ( $w_{uu} = w(\gamma, \varphi)$ ), получим

$$S_{uu} = \frac{EI_x n (n^2 - 1)^2}{R^4} \left( u_0 \frac{n^2}{\beta} B_{\gamma\beta} - S_0 \frac{Rn^3}{E\delta\beta^3} D_{\gamma\beta} \right) \cos n\varphi. \quad (12)$$

Подставив зависимость (12) в выражение (11) и собрав коэффициенты при  $u_0$  и  $S_0$  получаем

$$w(\alpha, \varphi) = \left( u_0 \frac{n^2}{\beta} \left( B_{\alpha\beta} - \frac{I_x n^4 (n^2 - 1)^2}{R^3 \delta \beta^3} B_{\gamma\beta} D_{(\alpha-\gamma)\beta} \right) - S_0 \frac{Rn^3}{E\delta\beta^3} \left( D_{\alpha\beta} - \frac{I_x n^4 (n^2 - 1)^2}{R^3 \delta \beta^3} D_{\gamma\beta} D_{(\alpha-\gamma)\beta} \right) \right) \sin n\varphi. \quad (13)$$

Неизвестные параметры  $u_0$  и  $S_0$  определим из условия закрепления на втором торце оболочки

$$\begin{cases} w\left(\frac{l}{R}, n\right) = 0 \\ T_x\left(\frac{l}{R}, n\right) = 0 \end{cases}. \quad (14)$$

Из первого условия (14) выразим  $u_0$  через  $S_0$

$$u_0 = S_0 \frac{nl^2}{E\delta\lambda^2 R} \frac{D_\lambda \lambda^3 - \bar{I}_x D_{\lambda\xi} D_{\lambda(1-\xi)}}{B_\lambda \lambda^3 - \bar{I}_x B_{\lambda\xi} D_{\lambda(1-\xi)}} \quad (15)$$

Здесь введены обозначения:  $\lambda = \frac{l\beta}{R}$ ,  $\xi = \frac{a}{l}$ ,

$\bar{I}_x$  – безразмерный осевой момент сопротивления:

$$\bar{I}_x = \frac{I_x l^3 n^4 (n^2 - 1)^2}{R^6 \delta}. \quad (16)$$

Подставив зависимость (15) во второе условие (14) и с учетом, что  $S_0 \neq 0$ , получаем окончательное уравнение устойчивости относительно параметра  $\lambda$

$$\frac{D_\lambda \lambda^3 - \bar{I}_x D_{\lambda\xi} D_{\lambda(1-\xi)}}{B_\lambda \lambda^3 - \bar{I}_x B_{\lambda\xi} D_{\lambda(1-\xi)}} (D_\lambda \lambda^3 - \bar{I}_x B_{\lambda\xi} B_{\lambda(1-\xi)}) - (B_\lambda \lambda^3 - \bar{I}_x D_{\lambda\xi} B_{\lambda(1-\xi)}) = 0. \quad (17)$$

Анализ уравнения (17) показал, что изменение  $\bar{I}_x$  от 0 до  $\bar{I}_{\varphi}$  приводит к изменению  $\lambda_1$  от  $\lambda_{\min} = \pi$  до  $\lambda_{\max} = 2\pi$  и дальнейшее увеличение  $\bar{I}_x$  не влияет на значения  $\lambda_1$ . Определим из уравнения (17) величину  $\bar{I}_{\varphi}$

$$\bar{I}_{\varphi} = \lambda_1^3 \frac{B_{\lambda_1}^2 - D_{\lambda_1}^2}{B_{\lambda_1} (D_{\lambda_1\xi} B_{\lambda_1(1-\xi)} + B_{\lambda_1\xi} D_{\lambda_1(1-\xi)}) - D_{\lambda_1} (B_{\lambda_1\xi} B_{\lambda_1(1-\xi)} + D_{\lambda_1\xi} D_{\lambda_1(1-\xi)})} \quad (18)$$

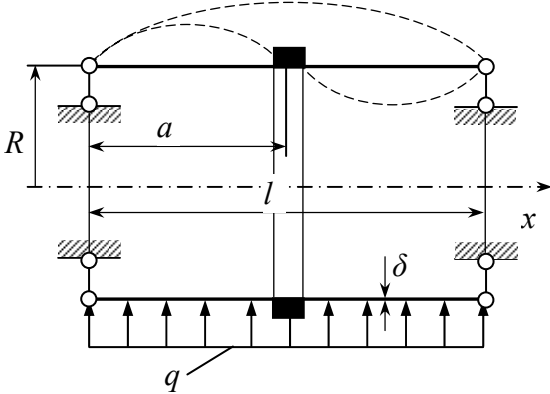


Рис. 3 Схема для определения эффективной жесткости шпангоута

Подставляя  $\lambda = \lambda_{\max} = 2\pi$  найдем  $\bar{I}_{\text{эф}} \approx 996$ . Число полуволн  $n$  определим минимизируя выражение (4) по  $n$ , при условии  $\frac{1}{n^2} \ll 1$  получим

$$n = \sqrt[8]{\frac{36\lambda^4 R^6}{l^4 \delta^2}}. \quad (19)$$

Так как  $n$  и  $\lambda$  являются взаимозависимыми, проанализируем характер поведения функции (4). Для того, что бы произошел переход от общей формы потери устойчивости к местной должно выполняться условие

$$q(\lambda_{\max}, n_{\max}) \leq q(\bar{\lambda}, \bar{n}) \quad (20)$$

где  $n_{\max, \min} = n(\lambda_{\max, \min})$ ,  $\bar{\lambda}, \bar{n}$  – промежуточные значения. Если учесть, что возможно всего два варианта потери устойчивости – общая при  $n = n_{\min}$  и местная при  $n = n_{\max}$ , то условие (20) можно записать в виде

$$q(\lambda_{\max}, n_{\max}) \leq q(\bar{\lambda}, n_{\min}) \quad (21)$$

Подставив выражение (4) с учетом зависимости (19) в условие (21) получаем

$$\bar{\lambda} = \lambda_{\min} \sqrt[4]{4 \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} - 3} \quad (22)$$

Таким образом, подставив выражения (22) и (19) в зависимость (16) и упростив, окончательно получим

$$I_{\text{эф}} = \frac{\bar{I}_{\text{эф}} \delta^3 l}{36 \bar{\lambda}^4} K_n \quad \text{или} \quad EI_{\text{эф}} = \frac{\bar{I}_{\text{эф}}}{3 \bar{\lambda}^4} K_n D l. \quad (23)$$

В выражение (23) введен коэффициент  $K_n = \frac{n_{\min}^4}{(n_{\min}^2 - 1)^2}$ , учитывающий погрешность, связанную с условием  $\frac{1}{n^2} \ll 1$ .

Если полученные результаты сравнить с представленными в [4], то различия в значениях эффективной жесткости, в зависимости от  $n$ , составят 2% – 15%.

Для длинных оболочек наличие силового шпангоута может и не приводить к изменению формы по числу  $n$ . Длину такой оболочки приблизительно можно определить из зависимости (19), подставив  $n = 2$  и  $\lambda = \bar{\lambda}$

$$l = \frac{\bar{\lambda} R}{4} \sqrt{\frac{6R}{\delta}} \quad (24)$$

В силу того, что дальнейшее увеличение длины не оказывает влияние на  $n$ , то величину эффективной жесткости можно определить из выражения (16) положив  $n = 2$

$$EI_{\text{эф}} = \frac{\bar{I}_{\text{эф}} R^6 \delta E}{144 l^3} \quad (25)$$

Рассмотрим теперь случай, когда на участке располагается несколько упругих шпангоутов. Вывод уравнения типа (13) при большом числе ребер представляет определенную сложность. Рассмотрим две схемы (рис. 4.) в первом случае шпангоут находится на произвольном расстоянии, во втором – по середине пролета. Выпишем уравнения устойчивости для обеих схем – для первой оно будет иметь вид (17), а для второй

$$\frac{D_\lambda \lambda^3 - \chi \bar{I}_x D_{0,5\lambda}^2}{B_\lambda \lambda^3 - \chi \bar{I}_x B_{0,5\lambda} D_{0,5\lambda}} (D_\lambda \lambda^3 - \chi \bar{I}_x B_{0,5\lambda}^2) - (B_\lambda \lambda^3 - \chi \bar{I}_x D_{0,5\lambda} B_{0,5\lambda}) = 0 \quad (26)$$

Положим, схема б) и а) имеют одинаковые значения  $q_{кр}$ , тогда определив из (17)  $\lambda$ , для произвольно расположенного ребра и подставив в выражение (26) можно определить коэффициент приведения

$$\chi = \frac{\lambda^3}{\bar{I}_x} \frac{B_\lambda^2 - D_\lambda^2}{2B_\lambda D_{0,5\lambda} B_{0,5\lambda} - D_\lambda (B_{0,5\lambda}^2 + D_{0,5\lambda}^2)}. \quad (27)$$

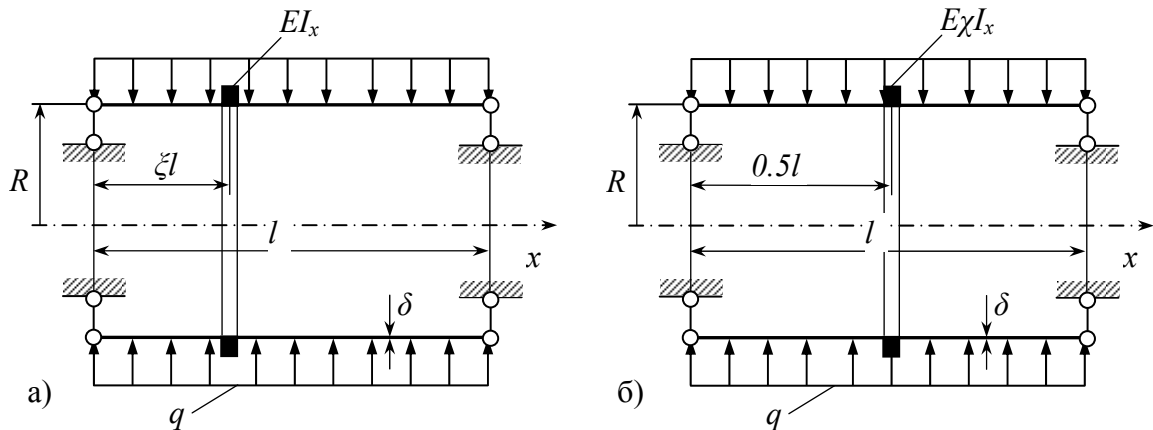


Рис. 4. Схема для определения приведенной жесткости шпангоута

Таким образом, если есть участок с некоторым числом  $k_u$  промежуточных шпангоутов и при этом жесткость не у одного из них не достигает эффективной величины, то, определив коэффициент приведения  $\chi_i$  для каждого ребра отдельно, можно найти приведенный осевой момент сопротивления

$$\bar{I}_{np} = \sum_{i=1}^{k_u} \bar{I}_{xi} \chi_i \quad (28)$$

Подставив  $\bar{I}_{np}$  вместо  $\chi \bar{I}$  и решив уравнение (26), можно определить значение критической нагрузки для такого участка.

Если на заданном участке число ребер значительно, и они имеют одинаковую жесткость и расположены с постоянным шагом, то такую конструкцию можно рассматривать как ортотропную и при этом жесткость ребер «размазывается». Тогда выражение (4) принимает вид

$$q = \frac{\lambda^4 R^3 E \delta}{l^4} \frac{1}{n^4 (n^2 - 1)} + (n^2 - 1) \frac{D_{np}}{R^3}, \quad (29)$$

где  $\lambda$  – соответствует собственному значению уравнения устойчивости для гладкой оболочки согласно заданной схеме,  $D_{np} = D + \frac{EI_x}{s}$  – приведенная жесткость оболочки,  $s$  – шаг шпангоутов.

При одновременном действии внешнего давления и осевого сжатия на оболочку значение критической нагрузки можно определить из уравнения [2]

$$\frac{p}{p_{0,s}} + \frac{q}{q_{0,s}} = 1, \quad (30)$$

где  $p, q$  – соответственно осевая нагрузка и внешнее давление,  $p_{0,s}, q_{0,s}$  – соответственно критические значения нагрузки осевого сжатия и внешнего давления, приложенные отдельно друг от друга.

Критическая нагрузка осевого сжатия определяется по формуле [2]

$$p_s = \frac{1}{\sqrt{3(1 - \mu^2)}} E \frac{\delta}{R}. \quad (31)$$

В качестве примера, рассмотрим спуск обсадной колонны диаметром  $d = 4,3$  м на плаву в скважину глубиной  $l = 600$  м при помощи буровой установки грузоподъемностью  $G_y = 3200$  кН.

Методика проведения монтажных работ описана в работе [5]. Данные кавернограммы ствола показали, что верхний участок длиной 250 м можно обсаживать одной секцией. Удельный вес промывочной жидкости в скважине составляет  $\gamma_{жс} = \rho g = 11760 \text{ Н/м}^3$ . Колонна представляет собой трубу с толщиной стенки  $\delta = 0,016 \text{ м}$ , и диаметром  $d = 4,3 \text{ м}$ , погонный вес колонны  $\gamma_T = m_T g$ , где  $m_T$  – погонная масса трубы,  $m_T = 1695 \text{ кг}$ . Определим необходимое снижение веса на крюк установки:

$$\Delta G = \gamma_T L - G_y = 1695 \cdot 9,8 \cdot 250 - 3200 \cdot 10^3 = 953 \text{ кН.}$$

Требуемая высота опорожнения колонны согласно [5] будет

$$H = \frac{\Delta G}{0,785 d^2 \gamma_{жс}} = \frac{953 \cdot 10^3}{0,785 \cdot 4,3^2 \cdot 11760} = 5,6 \text{ м.}$$

Спуск трубы осуществляется следующим образом: колонна наращивается на длину  $l_n$ , как и при секционном способе пока нагрузка на буровую вышку не составит  $3/4 G_y$ ,  $l_n = 3/4 G_y / \gamma_T \approx 145 \text{ м}$ , после чего устанавливается стальное днище. Далее спуск проводится с постоянным контролем уровня жидкости над днищем с условием, что нагрузка на буровую установку не превысит  $G_y$ .

Таким образом, участок трубы длиной  $l = L - l_n - H \approx 100 \text{ м}$  будет нагружен постоянным внешним давлением  $q = \gamma_{жс} H = 11760 \cdot 5,6 = 0,067 \text{ МПа}$ , и сжимающей нагрузкой

$$p = \Delta G / \pi d \delta = 953 \cdot 10^3 / \pi \cdot 4,3 \cdot 0,016 = 4,4 \text{ МПа,}$$

тогда расчетная нагрузка на крепь по (30) с учетом (31) составит  $q_p \approx 0,0673 \text{ МПа}$ . Определим критическую величину давления, которое может воспринимать загруженный участок крепи по следующей методике:

1. Выберем схему, отвечающую граничным условиям – если днище считать жестким, а крепления сверху шарнирными, то схема будет иметь вид (рис. 6).

2. Для выбранной схемы, определим первый корень уравнения устойчивости  $\lambda_1 = 3,93$  (см. соответствующую схему колебания балки с распределенными параметрами [3]).

3. По зависимости (18) определим число полуволн:  $n = 1,55$ , т.е. принимаем  $n = 2$

4. Подставим полученные значения и геометрические характеристики колонны в выражение (4):  $q_{кр} = 0,022 \text{ МПа}$ .

Очевидно, что жесткость такой конструкции не достаточна для выбранного способа спуска. Возможно несколько вариантов повышения жесткости.

Первый вариант заключается в усилении конструкции упругими шпангоутами, равномерно расположенными по всей длине участка. В этом случае, предвари-

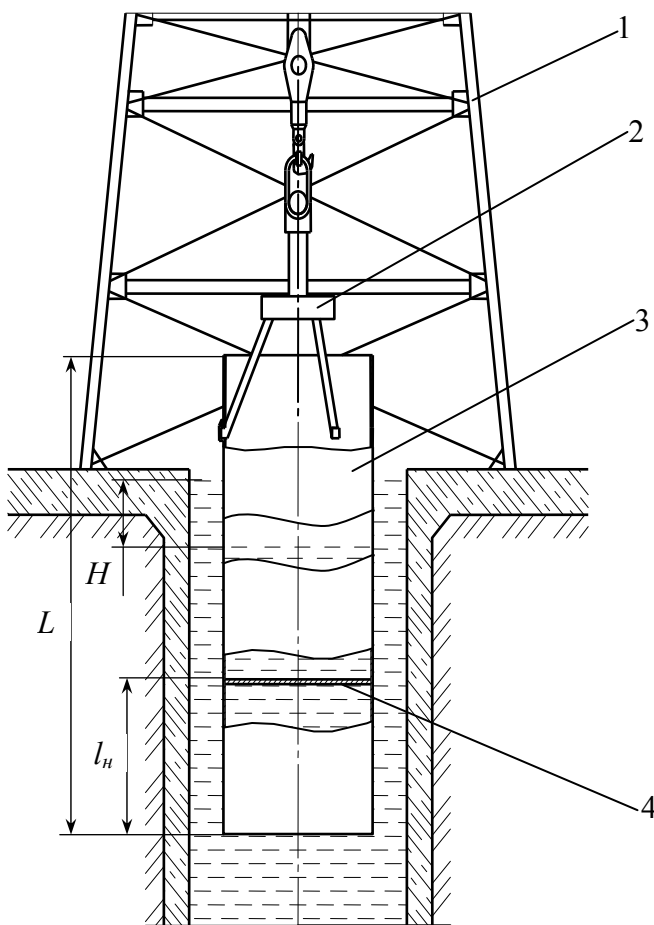


Рис. 5 – Схема спуска обсадной колонны на плаву: 1 – буровая вышка; 2 – прицепное устройство; 3 – обсадная колонна; 4 – днище.

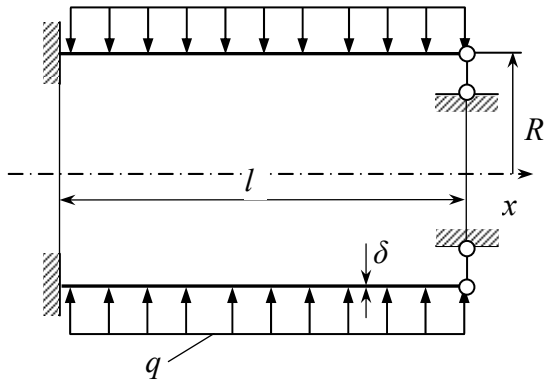


Рис. 4.6 Расчетная схема спуска обсадной колонны на плаву

тельно задавшись одним из параметров ребра (шагом или моментом сопротивления) по зависимости (29) можно определить второй. Например, из условия технологичности изготовления труб в качестве ребер жесткости принимаем швеллер №16 ( $I_x = 63,6 \text{ см}^4$ ), тогда шаг составит  $s = 0,86 \text{ м}$ . Такой вариант приводит к увеличению массы колонны на 13%.

Второй вариант заключается в установке на время монтажа жестких съемных бандажей. Необходимое расстояние между бандажами можно определить из выражения (4) приняв  $n = 3$ , так же надо учесть, что  $\lambda_1 = 3,93$  соответствует только первому участку трубы со стороны дни-

ща, для остальных будет  $\lambda_1 = \pi$ . Длина промежуточного участка составит  $l = 25 \text{ м}$ , т.е. на всю секцию понадобится 3 бандажа. Недостаток такого варианта состоит в снижении эксплуатационной надежности крепи в случае воздействия на нее горного давления, т.к. уменьшение изгибной жесткости трубы приводит к возникновению вмятин и других дефектов.

Таким образом, наиболее рациональный способ возведения крепи можно обеспечить из следующих соображений – параметры шпангоутов необходимо выбирать из условий возможного взаимодействия обсадных труб с горным массивом, а прочность и жесткость в процессе монтажа обеспечивать дополнительными приспособлениями.

#### Список литературы

1. Улитин Г.М. Царенко С.Н. Исследование напряженно-деформированного состояния обсадной колонны при спуске на плаву. Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: „Гірничо-геологічна”. Випуск 105. – Донецьк, ДонНТУ, 2006. – С. 114-117.
2. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984 с.
3. Сопротивление материалов. Специальный курс. Метод начальных параметров: Уч. пособие/ Ф.Л. Шевченко. С.А. Жеданов. – К.: УМК ВО, 1992. – 184 с.
4. Алфутов Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем. – М.: Машиностроение, 1978. – 312 с.
5. Добровольский Г.Б., Казикаев Д.М., Петриченко В.П. Крепление скважин большого диаметра. – М.: Недра, 1988. – 238 с.