ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА И АНАЛИЗА РАЗВЕТВЛЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ, ВКЛЮЧАЮЩИХ ТРЕУГОЛЬНИК И ЗВЕЗДУ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕЗИСТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Федоров М. М., Денник В. Ф., Ткаченко А. А.

Рассмотрен метод расчета электрических цепей с нелинейными элементами путем формирования вольтамперных характеристик в массивах координатных точек. Предложен алгоритм расчета вольтамперных характеристик ветвей звезды и плечей треугольника нелинейных элементов, результирующей характеристики. С помощью полученного массива формируется аналитическое выражение вольтамперной характеристики, с помощью которого определяются контурные токи схемы активного трехполюсника.

Розглянуто метод розрахунку електричних ланцюгів з нелінійними елементами шляхом формування вольтамперних характеристик в масивах координатних точок. Запропоновано алгоритм розрахунку вольтамперних характеристик гілок зірки та плечей трикутника нелінійних елементів, результуючої характеристики. За допомогою отриманого масиву формується аналітичний вираз вольтамперної характеристики, за допомогою якого визначаються контурні струми схеми активного трьохполюсника.

The method of calculating the electrical circuits with nonlinear elements by forming a current-voltage characteristics of arrays in coordinate points. Proposed algorithm was used for calculating the current-voltage characteristics of the branches of the stars and shoulders of a triangle of nonlinear elements, and the resulting characteristics. Resulting array is formed by an analytic expression-voltage characteristics, which are defined by contour currents scheme active three-point.

Федоров М. М. — д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой ДонНТУ

Денник В. Ф. — канд. техн. наук, проф. ДонНТУ

Ткаченко А. А. — канд. техн. наук, ст. преп. кафедры ЭСА ДГМА

Tkachenko.aat@gmail.com

ДонНТУ – Донецкий национальный технический университет, г. Донецк

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск

УДК 621.3.011

Федоров М. М., Денник В. Ф., Ткаченко А. А.

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА И АНАЛИЗА РАЗВЕТВЛЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ, ВКЛЮЧАЮЩИХ ТРЕУГОЛЬНИК И ЗВЕЗДУ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕЗИСТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Расчет и анализ разветвленных электрических цепей постоянного тока, включающих треугольник и звезду нелинейных сопротивлений (НС), имеет определенные трудности. Это относится как к точности расчетов, так и к выбору алгоритма решения.

Известны методы, позволяющие определить ток, напряжение и мощность в одной отдельной ветви электрической цепи путем представления оставшейся части разветвленной электрической цепи как активного двухполюсника, в том числе и для нелинейных цепей [1], Графические построения дают весьма низкую точность расчета [2]. В этой связи разработка эффективных методов расчета цепей, содержащих треугольник или звезду НС, является актуальной задачей.

Цель работы – разработка методов расчета разветвленных электрических цепей, включающих звезду и треугольник резистивных нелинейных элементов (НЭ).

Точность расчетов цепей с НС в значительной степени определяется точностью задания вольтамперных характеристик (ВАХ) НС. Параметры ВАХ могут быть заданы в виде графика или массива координатных точек (U, I), представленных с помощью таблиц. При осуществлении эквивалентных преобразований рационально использовать и аналитические выражения ВАХ в виде $U(I)$ либо $I(U)$, которые могут быть получены известными методами. Так для НС, ВАХ которых симметричны относительно начала координат, можно использовать полиномы с произвольным количеством нечетных степеней:

$$U(I) = a_n I^n + a_{n-2} I^{n-2} + a_{n-4} I^{n-4} + \cdots + a_1 I + a_0; \quad (1)$$

$$I(U) = b_n U^n + b_{n-2} U^{n-2} + b_{n-4} U^{n-4} + \cdots + b_1 U + b_0. \quad (2)$$

При более сложных формах ВАХ НС (отсутствие симметрии и пр.) можно использовать метод кусочно-линейной (или другой) аппроксимации:

$$U(I) = \begin{cases} a_0 I + a_1 & \text{в интервале от } -\infty \text{ до } I_1 \\ a_2 I + a_3 & \text{в интервале от } I_1 \text{ до } I_2 \\ a_4 I + a_5 & \text{в интервале от } I_2 \text{ до } I_3 \\ \dots\dots\dots\dots & \\ a_{2n} I + a_{2n+1} & \text{в интервале от } I_n \text{ до } \infty \end{cases} \quad (3)$$

$$I(U) = \begin{cases} b_0 U + b_1 & \text{в интервале от } -\infty \text{ до } U_1 \\ b_2 U + b_3 & \text{в интервале от } U_1 \text{ до } U_2 \\ b_4 U + b_5 & \text{в интервале от } U_2 \text{ до } U_3 \\ \dots\dots\dots\dots & \\ b_{2n} U + b_{2n+1} & \text{в интервале от } U_n \text{ до } \infty \end{cases} \quad (4)$$

Использование аналитических выражений ВАХ НС обеспечивает точность расчетов при эквивалентных преобразованиях соизмеримой с точностью задания параметров ВАХ НС.

В общем случае в разветвленных цепях можно выделить звезду или треугольник НС, а остальную часть схемы представить в виде активного трехполюсника (рис. 1)

В схеме со звездой НС активный трехполюсник заменяют эквивалентной схемой в виде трехлучевой звезды [3]. В этом случае схема будет иметь вид (рис. 2).

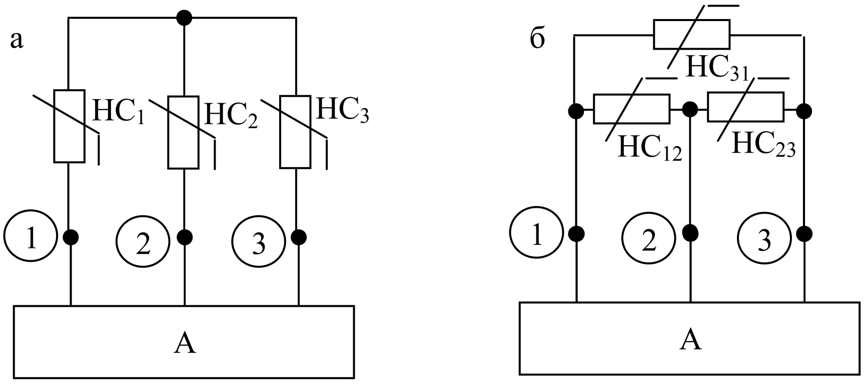

Рис. 1. Схема НС с активным трехполюсником:
а – звезды; б – треугольника

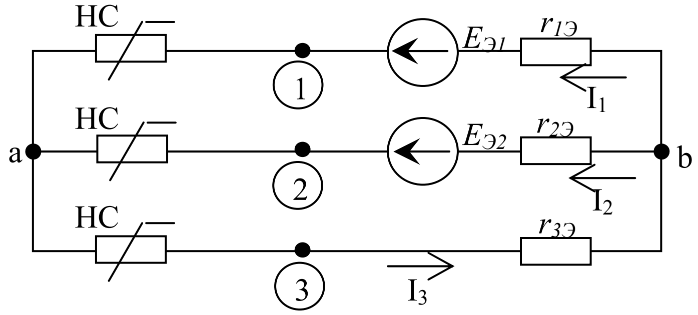

Рис. 2. Звезда НС с эквивалентной схемой активного трехполюсника

Здесь $E_{Э1}$ и $E_{Э2}$ – ЭДС ветви, равная напряжению холостого хода активного трехполюсника [3]:

$$E_{Э1} = U_{X31} \text{ и } E_{Э2} = U_{X32}\,. \tag{5}$$

$r_{Э1}$, $r_{Э2}$ и $r_{Э3}$ – сопротивления ветвей эквивалентной схемы трехполюсника, которые можно определить с помощью входных сопротивлений трехполюсника относительно зажимов 1–2 ($rвх_{12}$), 2–3 ($rвх_{23}$) и 3–1 ($rвх_{31}$). Они соответственно равны [3]:

$$r_{Э1} = \frac{1}{2}(rвх_{12} + rвх_{31} - rвх_{23})\,; \tag{6}$$

$$r_{Э2} = \frac{1}{2}(rвх_{12} + rвх_{23} - rвх_{13})\,; \tag{7}$$

$$r_{Э3} = \frac{1}{2}(rвх_{23} + rвх_{31} - rвх_{12})\,. \tag{8}$$

Полученную схему можно рассчитывать методом двух узлов [3]. Для этого на первом этапе сформируем ВАХ отдельных ветвей $U_{ab}(I_1)$, $U_{ab}(I_2)$ и $U_{ab}(I_3)$. Согласно 2-му закону Кирхгофа аналитические выражения, характеризующие ВАХ ветвей, имеют вид:

$$U_{ab} = E_{Э1} - U_{HC1} - I_1 r_{Э1}\,; \tag{9}$$

$$U_{ab} = E_{Э2} - U_{НС2} - I_2 r_{Э2}; \qquad (10)$$

$$U_{ab} = U_{НС3} + I_3 r_{Э3}. \qquad (11)$$

Используя (9–11), составим алгоритм формирования ВАХ ветвей. Так для первой ветви он будет следующим. Задаваясь различными токами I_{1j} на заданном рациональном интервале от I_{11} до I_{1k} (например, через выбранную величину ΔI), с помощью аналитического выражения ВАХ НС$_1$ определяют величины напряжений ($U_{НС11}$, $U_{НС12}$, ... , $U_{НС1K}$), а затем по формулам (9–11) определяем напряжение U_{abj}, соответствующие току I_{1j}.

Подобным образом формируем массивы координатных точек ВАХ для второй и третьей ветвей. Алгоритм формирования ВАХ ветвей представлен в табл. 1.

Таблица 1

Алгоритм формирования ВАХ ветвей

	I	I_1	$I_2 = I_1 + \Delta I$	$I_3 = I_1 + 2\Delta I$	...	$I_k = I_1 + (k-1)\Delta I$
$U_{ab}(I_1)$	$U_{НС1}$	$U_{НС11}$	$U_{НС12}$	$U_{НС13}$	...	$U_{НС1k}$
	$I_1 r_{Э1}$	$I_{11} r_{Э1}$	$I_{12} r_{Э1}$	$I_{13} r_{Э1}$	...	$I_{1k} r_{Э1}$
	U_{ab}	U_{ab1}	U_{ab2}	U_{ab3}	...	U_{abk}
$U_{ab}(I_2)$	$U_{НС2}$	$U_{НС21}$	$U_{НС22}$	$U_{НС23}$	...	$U_{НС2k}$
	$I_2 r_{Э2}$	$I_{21} r_{Э2}$	$I_{22} r_{Э2}$	$I_{23} r_{Э2}$	...	$I_{2k} r_{Э2}$
	U_{ab}	U_{ab1}	U_{ab2}	U_{ab3}	...	U_{abk}
$U_{ab}(I_3)$	$U_{НС3}$	$U_{НС31}$	$U_{НС32}$	$U_{НС33}$	...	$U_{НС3k}$
	$I_3 r_{Э3}$	$I_{31} r_{Э3}$	$I_{32} r_{Э3}$	$I_{33} r_{Э3}$	...	$I_{3k} r_{Э3}$
	U_{ab}	U_{ab1}	U_{ab2}	U_{ab3}	...	U_{abk}

Полученные массивы координатных точек ВАХ ветвей используют для формирования аналитических выражений ВАХ ветви в виде $U(I)$ и $I(U)$.

На следующем этапе формируют результирующую ВАХ трех параллельно соединенных ветвей $I_p(U_{ab})$. Здесь I_p согласно 1-му закону Кирхгофа равно $I_p = I_1 + I_2 - I_3$. Алгоритм формирования результирующей ВАХ следующий.

Задаемся различными величинами напряжений U_{abj}, например, с шагом ΔU_1 на выбранном рациональном интервале от U_{11} до U_{1k}, и с помощью выражений $I_1(U_{ab})$, $I_2(U_{ab})$ и $I_3(U_{ab})$ определяем токи в ветвях I_{1j}, I_{2j} и I_{3j}. Далее вычисляем результирующий ток $I_{pj} = I_{1j} + I_{2j} - I_{3j}$, соответствующий заданному напряжению U_{abj}. Алгоритм формирования результирующей ВАХ приведен в табл. 2.

Таблица 2

Алгоритм формирования результирующей ВАХ

U	U_1	$U_2 = U_1 + \Delta U$	$U_3 = U_1 + 2\Delta U$	...	$U_k = U_1 + (k-1)\Delta U$
I_1	I_{11}	I_{12}	I_{13}	...	I_{1k}
I_2	I_{21}	I_{22}	I_{23}	...	I_{2k}
I_3	I_{31}	I_{33}	I_{33}	...	I_{3k}
I_p	I_{p1}	I_{p2}	I_{p3}	...	I_{pk}

Используя полученный массив координатных точек результирующей ВАХ, формируем ее аналитическое выражение в виде $U_{ab}(I_p)$, с помощью которого определяем напряжение U_{ab}

эквивалентной схемы (рис. 2), приняв $I_p = 0$, так при этом выполняется первый закон Кирхгофа. По полученным значениям U_{ab}, с помощью ВАХ ветвей $I_1(U_{ab})$, $I_2(U_{ab})$ и $I_3(U_{ab})$, определяем токи ветвей (следовательно, и токи НС звезды) I_1, I_2 и I_3.

В схеме с треугольником НС активный трехполюсник заменяют эквивалентной схемой в виде треугольника [3] (рис. 3).

Здесь величины сопротивлений $r_{Э12}$, $r_{Э23}$ и $r_{Э31}$ определяются с помощью известных формул преобразования звезды сопротивлений ($r_{Э1}$, $r_{Э2}$, $r_{Э3}$) в треугольник сопротивлений [1].

ЭДС $E_{Э12}$, $E_{Э23}$ и $E_{Э31}$ определяются с использованием величин $E_{Э1}$ и $E_{Э2}$ с помощью эквивалентных преобразований [2] и равны $E_{Э12} = E_{Э2} - E_{Э1}$, $E_{Э23} = E_{Э2}$, $E_{Э31} = E_{Э1}$.

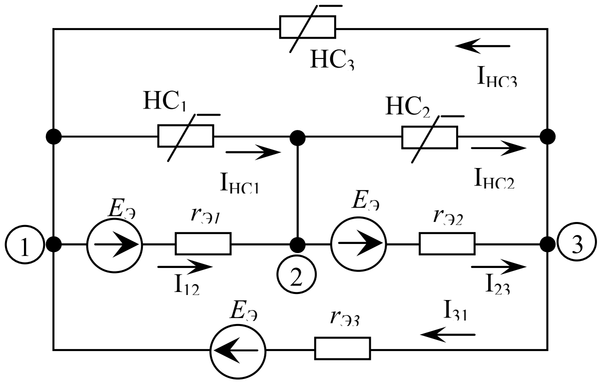

Рис. 3. Треугольник НС с эквивалентной схемой активного трехполюсника

Параллельно соединенные ветви с НС12 и $r_{Э12}$, НС23 и $r_{Э23}$, НС31 и $r_{Э31}$ заменяют эквивалентными, ВАХ которых соответственно имеют вид $I(U_{12})$, $I(U_{23})$ и $I(U_{31})$. Для формирования этих ВАХ запишем формулы для расчета токов I_{12}, I_{23} и I_{31}:

$$I_{12} = \frac{E_{Э12} - U_{12}}{r_{Э12}}, \tag{12}$$

$$I_{23} = \frac{E_{Э23} - U_{23}}{r_{Э23}}, \tag{13}$$

$$I_{31} = \frac{E_{Э31} - U_{12}}{r_{Э31}}. \tag{14}$$

Используя формулы (11–13), а также аналитические выражения ВАХ НС треугольника ($I_{HC12}(U_{12})$, $I_{HC23}(U_{23})$ и $I_{HC31}(U_{31})$), формируем ВАХ $I(U_{12})$, $I(U_{23})$ и $I(U_{31})$. Так для ВАХ $I(U_{12})$ алгоритм будет следующий. Задаваясь различными значениями напряжения U_{12j} на определенном интервале от U_{12-1} до U_{12-k}, с помощью аналитических выражений ВАХ НС12 определяем ток I_{HC12j}, а по формуле (9–11) I_{12j} и далее ток $I_j = I_{HC12j} + I_{12j}$, соответствующий напряжению U_{12j}. Подобным образом формируем ВАХ $I(U_{23})$ и $I(U_{31})$. Полный алгоритм представлен в табл. 3.

Полученные массивы координатных точек ВАХ используют для формирования аналитических выражений ВАХ в виде $U_{12}(I)$, $U_{23}(I)$ и $U_{31}(I)$.

Таблица 3

Алгоритм формирования ВАХ $I(U_{12})$, $I(U_{23})$ и $I(U_{31})$

	U	U_1	$U_2 = U_1 + \Delta U$	$U_3 = U_1 + 2\Delta U$	...	$U_k = U_1 + (k\text{–}1)\Delta U$
$I(U_{12})$	$I_{НС12}$	$I_{НС12\text{-}1}$	$I_{НС12\text{-}2}$	$I_{НС12\text{-}3}$	...	$I_{НС12\text{-}k}$
	I_{12}	$I_{12\text{-}1}$	$I_{12\text{-}2}$	$I_{12\text{-}3}$	...	$I_{12\text{-}k}$
	$I_Э$	$I_{Э\text{-}1}$	$I_{Э\text{-}2}$	$I_{Э\text{-}3}$	...	$I_{Э\text{-}k}$
$I(U_{23})$	$I_{НС23}$	$I_{НС23\text{-}1}$	$I_{НС23\text{-}2}$	$I_{НС23\text{-}3}$	...	$I_{НС23\text{-}k}$
	I_{23}	$I_{23\text{-}1}$	$I_{23\text{-}2}$	$I_{23\text{-}3}$	...	$I_{23\text{-}k}$
	$I_Э$	$I_{Э\text{-}1}$	$I_{Э\text{-}2}$	$I_{Э\text{-}3}$	...	$I_{Э\text{-}k}$
$I(U_{31})$	$I_{НС31}$	$I_{НС31\text{-}1}$	$I_{НС31\text{-}2}$	$I_{НС31\text{-}3}$	...	$I_{НС31\text{-}k}$
	I_{31}	$I_{31\text{-}1}$	$I_{31\text{-}2}$	$I_{31\text{-}3}$	...	$I_{31\text{-}k}$
	$I_Э$	$I_{Э\text{-}1}$	$I_{Э\text{-}2}$	$I_{Э\text{-}3}$	...	$I_{Э\text{-}k}$

На следующем этапе формируем результирующую ВАХ $U_p(I)$. Здесь U_p, согласно 2-му закону Кирхгофа, равно $U_p(I) = U_{12} + U_{23} + U_{31}$.

Алгоритм для формирования ВАХ следующий. Задаваясь различными значениями токов I_j на заданном рациональном интервале от I_1 до I_k, с помощью выражений $U_{12}(I)$, $U_{23}(I)$ и $U_{31}(I)$ определяем напряжения U_{12j}, U_{23j} и U_{31j}. Далее вычисляем результирующее напряжение $U_{pj} = U_{12j} + U_{23j} + U_{31j}$, соответствующее заданному току I_j. Алгоритм формирования результирующей ВАХ приведен в табл. 4.

Таблица 4

Алгоритм формирования результирующей ВАХ

I	I_1	$I_2 = I_1 + \Delta I$	$I_3 = I_1 + 2\Delta I$	...	$I_k = I_1 + (k\text{–}1)\Delta I$
U_{12}	$U_{12\text{-}1}$	$U_{12\text{-}2}$	$U_{12\text{-}3}$	...	$U_{12\text{-}k}$
U_{23}	$U_{23\text{-}1}$	$U_{23\text{-}2}$	$U_{23\text{-}3}$	...	$I_{23\text{-}k}$
U_{31}	$U_{31\text{-}1}$	$U_{31\text{-}2}$	$U_{31\text{-}3}$	...	$U_{31\text{-}k}$
U_p	U_{p1}	U_{p2}	U_{p3}	...	U_{pk}

С помощью полученного массива координатных точек результирующей ВАХ формируем ее аналитическое выражение в виде $I(U_p)$, с помощью которого определяем контурный ток I эквивалентной схемы (рис. 3), приняв $U_p = 0$, так как при этом выполняется второй закон Кирхгофа. По величине контурного тока I с помощью ВАХ $U_{12}(I)$, $U_{23}(I)$ и $U_{31}(I)$ определяем соответственно напряжения U_{12}, U_{23} и U_{31} на зажимах треугольника НС и далее токи НС.

ВЫВОДЫ

Предложена методика определения токов НС звезды (треугольника), позволяющая с помощью законов Кирхгофа определить токи в ветвях схемы активного трехполюсника.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоров М. М. Методы расчета и анализа разветвленных цепей цепочного типа с нелинейными резистивными элементами / М. М. Федоров, В. Е. Михайлов, А. В. Корощенко // Електромеханічні і енергозберігаючі системи : щоквартальний науково-виробничий журнал. – Кременчук : КрНУ, 2011. – Вип. 1/2011 (13). – С. 39–43.

2. Зевеке Г. В. Основы теории цепей : учебник для вузов / Г. В. Зевеке. – М. : Энергия, 1975. – 752 с.

3. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. – [10-е изд., перераб. и доп.]. – М. : Гардарики, 2006. – 640 с.

Статья поступила в редакцию 17.11.2011 г.