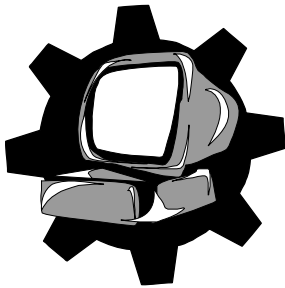


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Французький технічний факультет



Кафедра “ОСНОВИ ПРОЕКТУВАННЯ МАШИН”

RM-01

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**до самостійного виконання розрахункових робіт
з опору матеріалів**

РОЗРАХУНКИ СТРИЖНІВ ТА БАЛОК НА МІЦНІСТЬ
(французькою мовою, для студентів напрямку “Інженерна механіка”)

Донецьк
2006

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Французький технічний факультет

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до самостійного виконання розрахункових робіт
з дисципліни „ОПР МАТЕРІАЛІВ”

(французькою мовою, для студентів напрямку “Інженерна механіка”)

ЗАТВЕРДЖЕНО:
на засіданні кафедри
Основи проектування машин
Протокол № 2 від 22.09.2005 р.

ЗАТВЕРДЖЕНО:
на засіданні
учбово-методичної ради
Інституту міжнародного
співробітництва ДонНТУ
Протокол № 21
від 10.10.2006 р.

ДонНТУ 2006

УДК 621.10 (075.8)

Методичні вказівки до самостійного розрахункових робіт з дисципліни „Опір матеріалів” (для студентів напрямку “Інженерна механіка”) / Автори: Оніщенко В.П., Сидорова О.В. Мова французька. - Донецьк: ДонНТУ, 2006 – 64 с.

Приведені завдання, короткі теоретичні зведення, послідовність розрахунків, а також питання для самоконтролю при виконанні самостійних робіт по проектуванню брусів за умовами забезпечення їх міцності у випадках розтягування (стиску) і згинання. Наведено приклади виконання розрахунків стрижнів та балок.

Автори: Оніщенко В.П., д.т.н., проф.
Сидорова Е.В., студ.

Рецензенти: В.А. Богуславській, доц. каф. “Технологія машинобудування”, ДонНТУ
І.Г. Альошина, доцент, канд. філолог. наук, факультет іноземних мов Донецького національного університету

Відповідальний за випуск: Зав. каф. “Основи проектування машин” д.н.т., проф. Нечепасєв В.Г.

©Донецький національний технічний університет, 2006р.

MINISTERE DE L'EDUCATION ET DES SCIENCES D'UKRAINE
UNIVERSITE NATIONALE TECHNIQUE DE DONETSK
Département Français des Sciences Techniques

**MATERIEL DIDACTIQUE
TRAVAUX INDIVIDUELS
Cours “Résistance de matériaux”
CALCUL DES TIGES ET DES POUTRES A LA RESISTANCE**

(Orientation professionnelle “Mécanique d'ingénieur”)

Donetsk 2006

Classification Universelle Décimale (УДК) 621.10 (075.8)

Matériel didactique, travaux individuels, cours «Résistance de matériaux». Calcul des tiges et des poutres à la résistance (orientation professionnelle “Mécanique d’ingénieur”) / Les auteurs: V.Onichtchenko, E.Sidorova. Donetsk, DonNTU, 2006. – 44 p.

Le matériel didactique comprend des devoirs individuels, des informations brèves sur la théorie du calcul des éléments des constructions à la résistance. Les exemples de la projection des barres en cas de la traction (compression) et de la flexion sont représentés. Pour vérifier ses connaissances des étudiants peuvent utiliser des questions d'autocontrôle.

Les auteurs: V.Onichtchenko, Dr d’Etat, prof. de la chaire «Bases de la projection des machines»
E.Sidoriva, étudiante

Les critiques: V. Boguslawski, prof. de la chaire «Technologie de construction mécanique»
I. Aliochina, l’agrégée des lettres, Faculté des langues étrangères, Université Nationale de Donetsk

Le responsable de l’édition: V.Neczepaev, Dr d’Etat, prof., chef de la chaire «Bases de la projection des machines»

© UNIVERSITE NATIONALE TECHNIQUE DE DONETSK, 2006

Table des matières

Introduction	6
1. Travail No 1 «Calcul de la tige à la traction (compression)»	6
1.1. Devoir et marche à suivre du travail No 1	6
1.2. Renseignements brefs théoriques du calcul des tiges	7
1.3. Exemple du calcul des tiges à la traction (compression)	12
1.3.1. <i>Détermination des réactions des appuis</i>	13
1.3.2. <i>Calcul des efforts intérieurs</i>	14
1.3.3. <i>Construction de l'épure des efforts intérieurs</i>	15
1.3.4. <i>Détermination des dimensions des sections transversales de la tige</i>	16
1.3.5. <i>Construction des épures des contraintes normales et des déplacements longitudinaux des sections de la tige</i>	18
1.3.6. <i>Analyse de l'état de contraintes dans un point de la tige</i>	20
1.4. Questions d'autocontrôle sur le travail No 1.	21
2. Travail No 2 «Calcul de la poutre à la flexion»	22
2.1. Devoir et marche à suivre du travail No 2	22
2.2. Renseignements brefs théoriques du calcul des poutres à la résistance	24
2.3. Exemple du calcul de la poutre à la flexion	27
2.3.1. <i>Détermination des réactions des appuis</i>	28
2.3.2. <i>Calcul et construction des épures des forces intérieures transversales et moments intérieurs fléchissants</i>	30
2.3.3. <i>Détermination des dimensions des sections transversales de la poutre</i> .	35
3.4. Questions d'autocontrôle sur le travail No 2.	38
Index bibliographique	39
Annexes	40

INTRODUCTION

Les travaux individuelles favorisent à l'approfondissement de la compréhension et de la fixation des connaissances théoriques de la discipline étudiée, et aussi à l'acquisition de l'expérience en matière de la pratique de la construction mécanique y compris la présentation de la documentation technique.

On choisit le devoir des travaux individuels selon les tableaux 1.1 et 2.1. Tout d'abord l'étudiant doit écrire son nom par lettres russes (si le nombre des lettres du nom est inférieur au nombre des colonnes des données dans ces tableaux, il faut ajouter encore des lettres de leurs noms). Puis il faut numéroter l'ensemble des lettres reçues. On choisit les données selon le numéro de la colonne et de la ligne sur laquelle il y a la lettre correspondante.

Par exemple : l'étudiant "ИВАНОВ" choisit des données pour le travail No 1. L'ensemble de 10 lettres est suivant - **ИВАНОВИВАН**:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Schéma	F_1	F_2	F_3	Matériel	l_1	l_2	l_3	l_4	α
И	В	а	Н	о	В	И	В	а	Н
Résultat du choix des données									
No4	30 kN	130 kN	70 kN	Acier 40X	0,3 m	0,9 m	0,5 m	1,4 m	70°

Après le travail individuel l'étudiant doit proposer son travail au professeur pour la vérification. Pour faciliter la préparation du travail à la fin de chaque exemple du calcul les questions d'autocontrôle sont proposées. Le travail est adopté après l'entretien entre le professeur et l'étudiant.

1. TRAVAIL No 1 CALCUL DE LA TIGE A LA TRACTION (COMPRESSION)

1.1. Devoir et marche à suivre du travail No 1

Les données initiales sont présentées dans le tableau 1.1. Le choix des données est décrit à l'introduction. Les schémas du devoir sont disposés sur la figure 1.1.

Il faut faire l'exécution du travail No 1 selon l'ordre suivant.

- Déterminer des réactions des appuis;
- Calculer des efforts intérieurs longitudinaux et construire leurs épures;
- Contrôler la construction des épures des efforts intérieurs;
- Déterminer des dimensions des sections transversales de la tige et les standardiser;
- Construire des épures des contraintes normales et des déplacements longitudinaux des tiges;
- Analyser l'état de contrainte dans un point à l'intérieur de la tige.

Devoir du travail à domicile No1

Lettres russes du nom	Schéma	F_1 kN	F_2 kN	F_3 kN	Matériaux	l_1 m	l_2 m	l_3 m	l_4 m	α degré
	1	2	3	4		5	6	7	8	9
а,б,в	1	30	130	110	Duralumin	0,3	1,2	0,5	1,4	30
г,д,е	2	40	140	100	Cuivre	0,4	1,1	0,6	1,3	40
ё,ж,з	3	50	150	90	Fonte	0,5	1,0	0,7	1,2	50
и,й,к	4	60	160	80	Bronze	0,6	0,9	0,8	1,1	60
л,м,н	5	70	170	70	Laiton	0,7	0,8	0,9	1,0	70
о,п,р	6	80	160	60	Acier 40Cr	0,8	0,7	1,0	0,9	80
с,т,у	7	90	150	50	Acier 45	0,9	0,6	1,1	0,8	-100
ф,х,ц	8	100	140	40	Acier St.3	1,0	0,5	1,2	0,7	-110
ч,ш,щ	9	110	130	30	Fonte	1,1	0,4	1,3	0,6	-120
ъ,ы,ь	0	120	120	20	Cuivre	1,2	0,3	1,4	0,5	-130
э,ю,я										

1.2. Renseignements brefs théoriques du calcul des tiges

Détermination de la réaction d'appui. Pour étudier l'état de la tige sous l'action des forces axiales il faut représenter cette tige comme le corps libre. Avec ce but on rejette l'appui et la remplace par la force de la réaction. On trouve cette réaction de la condition d'équilibre de la tige. C'est-à-dire la somme des projections de toutes forces y compris la réaction sur l'axe longitudinale de la tige doit être égale à zéro:

$$\sum_{i=1}^k F_i = 0, \quad (1.1)$$

où k - nombre des forces, qui agissent sur la tige.

La réaction de l'appui est déterminée de l'expression (1.1).

Détermination des efforts intérieurs longitudinaux. Sous l'action du système des forces extérieures la tige se trouve en équilibre et s'expose à la déformation de traction (compression). À l'intérieure de la tige les efforts intérieurs longitudinaux apparaissent comme la réaction sur l'action des forces extérieures.

Pour déterminer la valeur numérique et la direction de l'effort intérieur longitudinal on utilise la méthode des sections qui représente l'ensemble des opérations suivantes:

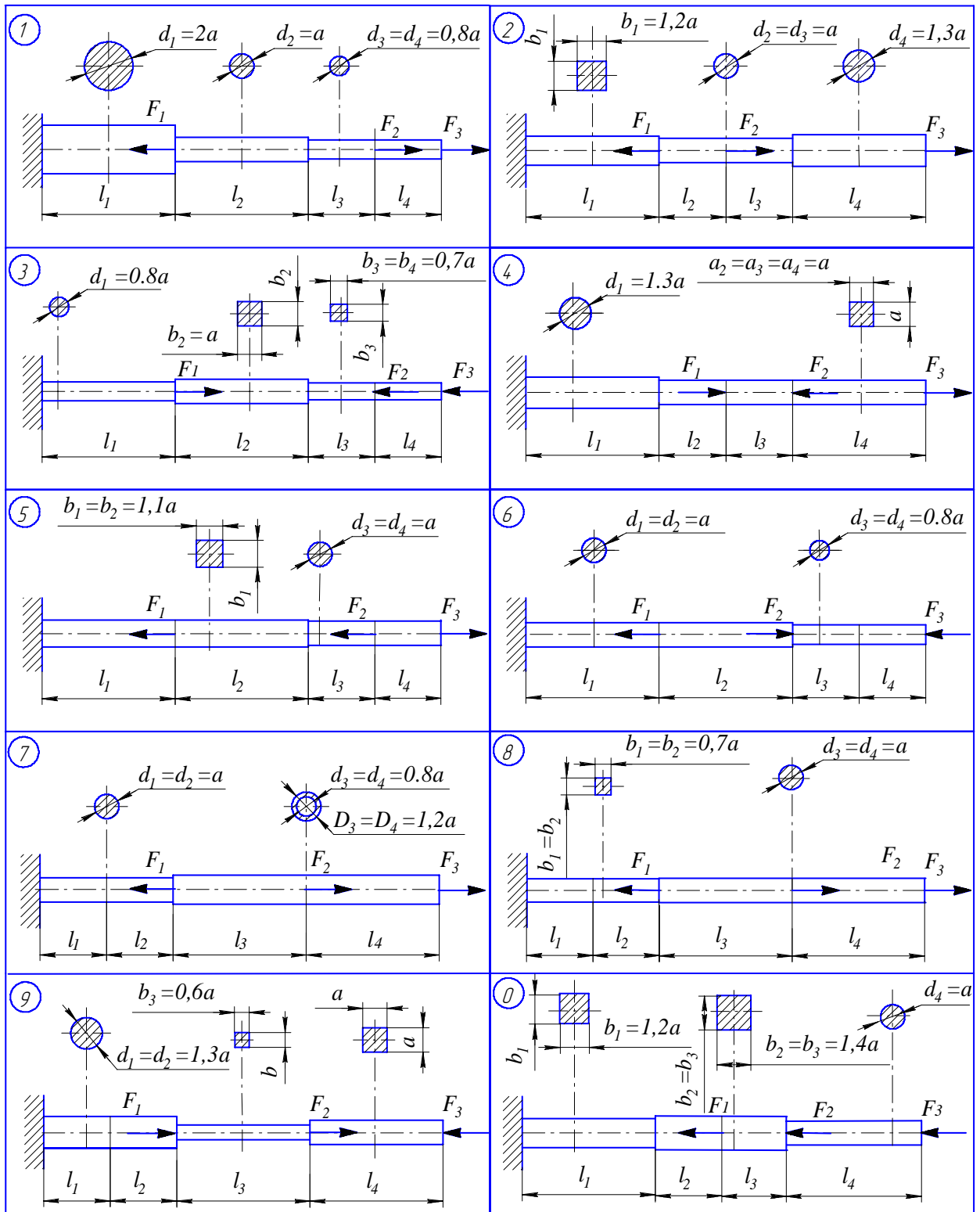


Fig. 1.1. Schémas des constructions et du chargements des tiges

- partager la tige en segments;
- couper la tige aux limites de chaque segment en deux parties par le plan qui est perpendiculaire à l'axe longitudinal de cette tige;
- rejeter une des parties de la tige (n'importe quelle) et examiner l'équilibre de la partie restée;

- trouver l'effort intérieur longitudinal de la condition d'équilibre ayant en fonction des forces extérieures qui agissent sur la partie examinée de la tige.

Le segment i c'est une partie de la tige pour laquelle:

- facteurs extérieurs sont constants (si l'on cherche l'effort intérieur);
- section transversale est constante (si l'on cherche les contraintes normales);
- matière de toutes les segments est la même (si l'on cherche les déformation de la tige).

On détermine l'effort intérieur longitudinal N d'après la formule suivante:

$$N_i = \sum_{j=1}^k F_j, \quad (1.2)$$

où F_j - force extérieure (y compris la réaction de l'appuie);

k - nombre des forces extérieures, qui agissent sur la partie coupée de la tige;

i - numéro du segment considéré de la tige.

En composant la somme des forces (1.2) il faut utiliser la **règle de signe**: une force est positive si elle allonge la partie coupée de la tige et au contraire: la force qui comprime la partie coupée de la tige est négative.

Par exemple, considérons l'ordre de la détermination des efforts intérieurs pour la tige chargée par le système des forces axiales (fig. 1.2a).

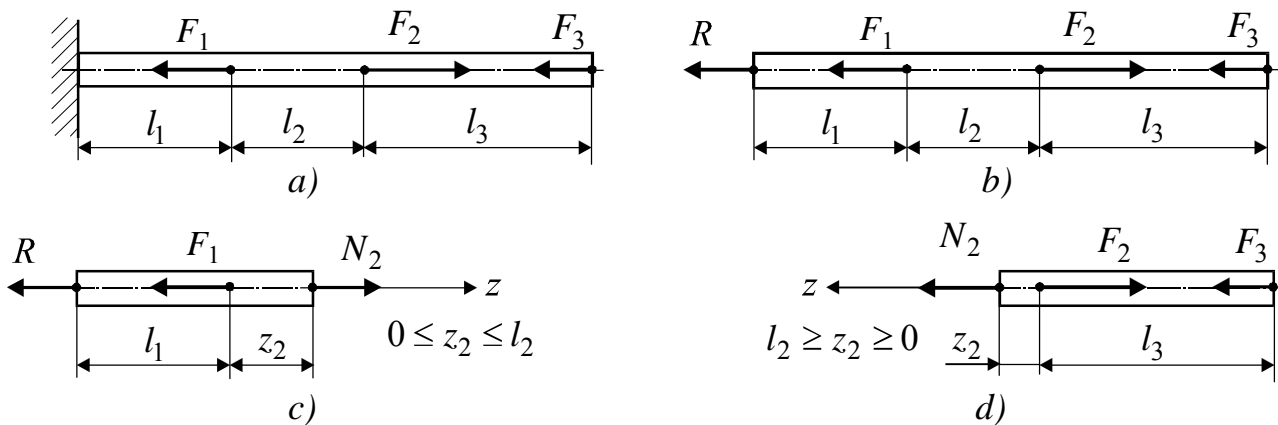


Fig. 1.2. Détermination de la réaction d'appui et des efforts intérieurs longitudinaux

Tout d'abord il faut rejeter l'appui et la remplacer par la réaction R (fig. 1.2b). Pour trouver la valeur numérique de cette réaction, on écrit la condition d'équilibre en forme de la projection de toutes les forces sur l'axe z :

$$\sum F_{iz} = -R - F_1 + F_2 - F_3 = 0. \quad (1.3)$$

D'où

$$R = -F_1 + F_2 - F_3. \quad (1.4)$$

Si $R < 0$ il faut changer la direction R en direction inverse sur la fig. 2b.

La tige représentée a trois segments (No1 – de la longueur l_1 , No2 – de la longueur l_2 et No3 – de la longueur l_3). Pour un des segments, par exemple No2, on trace la section transversale à la distance z_2 du début du segment. Cette section divise

la tige en deux parties – gauche (fig. 1.2c) et droite (fig. 1.2d).

Donc pour la partie gauche l'effort intérieur longitudinal est égale à:

$$N_2 = \sum_{j=1}^2 F_j = R + F_1. \quad (1.5)$$

Ou, respectivement, pour la partie droite l'effort intérieur est égale à:

$$N_2 = \sum_j^2 F_j = F_2 - F_3. \quad (1.6)$$

Pour vérifier la vérité du calcul de l'effort intérieur longitudinal il faut remplacer la valeur N_2 de la formule (1.5) par valeur N_2 de la formule (1.6):

$$R + F_3 = F_2 - F_1, \quad (1.7)$$

d'où

$$R = -F_3 + F_2 - F_1. \quad (1.8)$$

La comparaison du résultat reçu avec la formule (1.4) montre que le calcul de l'effort intérieur longitudinal N_2 est vrai.

La représentation graphique du changement de l'effort intérieur longitudinal en long de la tige s'appelle **l'épure** des efforts intérieurs longitudinaux (ou des forces longitudinales).

Calcul de la tige à la résistance.

Pour apprécier de la résistance de la tige chargée par les forces axiales on utilise la mesure de l'intensité de l'effort intérieur qui s'appelle les **contraintes normales**. Ces contraintes représentent le rapport de l'effort intérieur longitudinal N à la surface A de la section transversale de la tige:

$$\sigma = \frac{N}{A}. \quad (1.9)$$

Il est préférable d'introduire en formule (1.9) la valeur de l'effort intérieur en N (*Newton*) et la surface de la section en mm^2 . Donc, les contraintes normales seront en $\frac{N}{mm^2}$, c'est-à-dire en *MPa* (*MegaPascale*).

La résistance de la tige est assurée si les contraintes normales maximales de tous les segments ne dépassent pas les contraintes admissibles. C'est-à-dire:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]. \quad (1.10)$$

L'expression (1.10) s'appelle la condition de la résistance (condition de la sûreté) d'après les contraintes normales. Les contraintes admissibles sont égales à:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\lim}}{n} \quad (1.11)$$

où σ_{\lim} - contraintes limites (contraintes maximum, quand la tige encore garde sa capacité de travail);
 n - coefficient de la sûreté.

Le coefficient n dépend:

- du degré de la responsabilité de la tige,
- de l'authenticité de la détermination des charges extérieures,
- de l'homogénéité des propriétés de la matière et d'autres facteurs.

Le plus souvent on prend $n=2...3$. Il est possible de trouver des valeurs approximatives des contraintes admissibles de certains matériaux à l'annexe 1.

Le signe de la contrainte correspond au signe de la force longitudinale: pour la traction, les contraintes normales sont positives, pour la compression les contraintes normales sont négatives.

Si l'on trace par un point B à l'intérieure de la tige une section sous l'angle α à la section transversale, dans cette section les contraintes tangentielles apparaissent sauf des contraintes normales (fig. 3a):

$$\sigma_{\alpha} = \sigma \cos^2 \alpha . \quad (1.12)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha . \quad (1.13)$$

Ici σ sont les contraintes normales dans la section transversale de la tige, déterminées selon la formule (1.9).

On accepte les règles suivantes des signes :

- angle α est positif s'il a le sens de rotation inverse des aiguilles d'une montre de l'axe de la tige à la normale de la section inclinée;
- contraintes tangentielles sont positives si elles se tendent tourner la partie coupée de la tige dans le sens de rotation des aiguilles d'une montre.

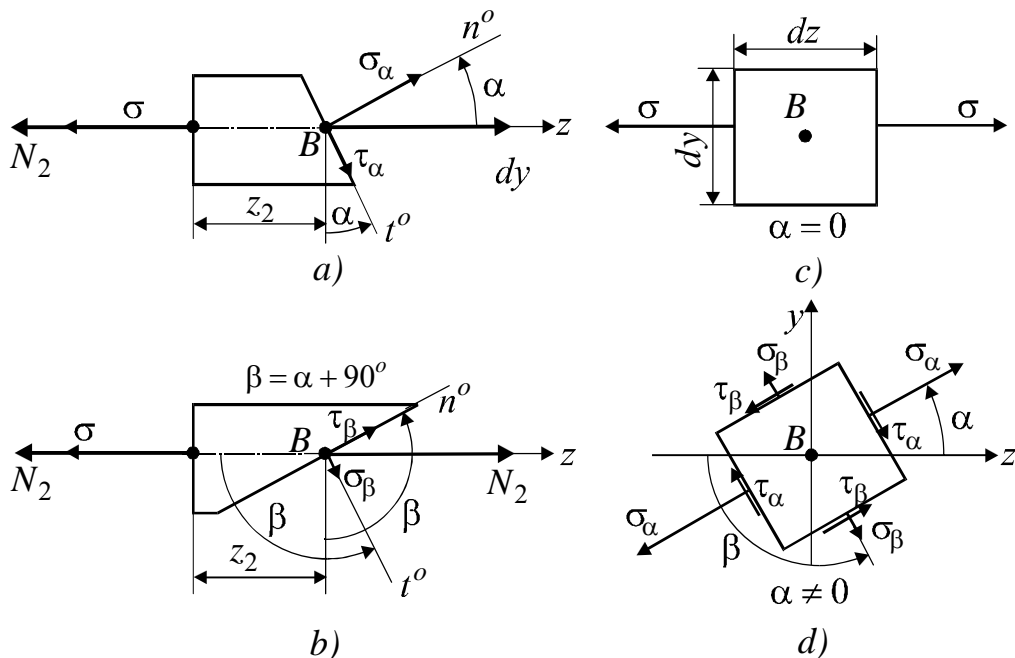


Fig. 1.3. L'état de contrainte dans un point de la tige

Si l'on trace par le point B une section sous l'angle $\beta = \alpha + 90^\circ$, les contraintes normales et les contraintes tangentielles seront les suivantes (fig. 1.3b):

$$\sigma_{\beta} = \sigma \sin^2 \alpha . \quad (1.14)$$

$$\tau_{\beta} = -\frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha. \quad (1.15)$$

L'ensemble infini des sections passées par le point B détermine **l'état de contrainte dans un point de la tige**. Pour diminuer le nombre de ces sections on construit un cube élémentaire au voisinage du point B sur les côtés duquel les contraintes σ_{α} et σ_{β} agissent (fig. 1.3d). Comme la surface des côtés de ce cube est très petite on suppose que ces contraintes sont les mêmes dans chaque point du cube.

La position du cube quand les contraintes tangentielles sont absentes s'appelle **la position générale** et ces côtés s'appellent **les côtés généraux** (fig. 1.3c). Respectivement les contraintes normales s'appellent les contraintes **générales**. On numérote ces contraintes générales par l'ordre de leurs diminutions (en tenant compte du signe des contraintes). Pour la fig. 6c il est possibles d'écrire: $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = 0$.

Détermination des déplacements des sections de la tige.

Le changement de la longueur z_i (sur la fig. 1.2c $z_i = z_2$) de i -ème segment de la tige subi à la traction (la compression) est déterminé selon la formule:

$$\Delta z_i = \frac{N_i z_i}{E_i A_i}, \quad (1.16)$$

où N_i - effort intérieur longitudinal du segment;

z_i - longueur de la partie coupée de ce segment;

A_i - surface transversale de la tige du segment considéré;

E_i - module de l'élasticité longitudinal (ou module de l'élasticité du première genre) du matière (ou le module le Young) du segment de la tige.

La formule (1.16) est l'expression analytique de la loi de Hooke. La valeur Δz_i s'appelle la déformation absolue de la partie coupée. Le signe de la déformation est déterminé par le signe de la force intérieure N_i . Respectivement la déformation absolue de tout le segment l_i est égale à:

$$\Delta l_i = \frac{N_i l_i}{E_i A_i}. \quad (1.17)$$

La formule (1.17) permet de trouver la déformation absolue de chaque segment de la tige et construire l'épure des déplacements d'une section par rapport au début de la tige (par rapport à l'appuie). Le déplacement de la section arbitraire d'une tige homogène (le matière de tous les segments est le même) est déterminé comme la somme algébrique des déplacements de tous les n segments:

$$\delta = \sum_{i=1}^n \Delta l_i = \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{E A_i} \quad (1.18)$$

1.3. Exemple du calcul de la tige à la traction (compression)

Devoir. Pour la tige, le schéma de laquelle est représenté sur le fig. 1.4, il faut faire le travail suivant:

- déterminer la réaction de l'appui;
- calculer des efforts intérieurs longitudinaux et construire leurs épures;
- vérifier la vérité de la construction de ces épures;
- déterminer des dimensions des sections transversales de la tige et les standardiser;
- construire des épures des contraintes normales et des déplacements des section;
- analyser l'état de contrainte dans en point à l'intérieure de la tige.

La tige a les dimensions longitudinales: $l_1 = 0,7\text{ m}$, $l_2 = 0,6\text{ m}$, $l_3 = 0,4\text{ m}$, $l_4 = 0,5$ est chargée par les forces extérieures axiales: $F_1 = 110\text{ kN}$, $F_2 = 50\text{ kN}$, $F_3 = 90\text{ kN}$; matière – acier 45, contraintes admissibles $[\sigma] = 160\text{ MPa}$ (ANNEXE 1). La position de la section de la tige sur laquelle il faut étudier l'état de contrainte est déterminée par l'angle $\alpha = 35^\circ$.

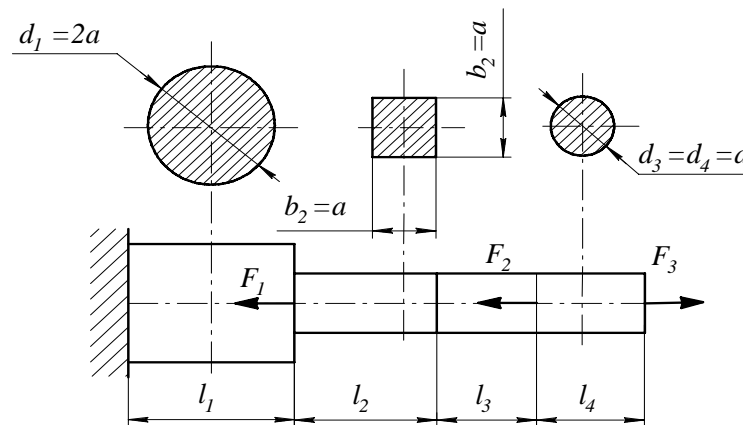


Fig. 1.4. Construction et schémas du chargement de la tige examinée

Détermination des réactions des appuis

En rejetant la liaison (l'appui) et la remplaçant par la réaction R (fig. 1.5) l'équation d'équilibre est écrite en forme de l'égalité à zéro de la somme des projections de toutes les forces sur l'axe z de la manière suivante:

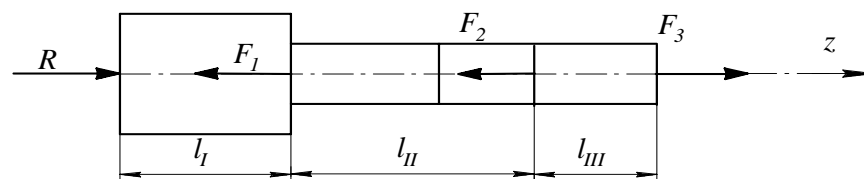


Fig. 1.5. Détermination de la réaction de l'annuie

$$\sum_{j=1}^4 F_{zi} = 0; \quad \text{ou} \quad R - F_1 - F_2 + F_3 = 0.$$

De l'expression (1.17) on détermine la réaction R :

$$R = F_1 + F_2 - F_3 = 110 + 50 - 90 = 70\text{ kN}$$

Le signe positive de la réaction R témoigne que sa direction était exactement fixée a priori.

1.3.2. Calcul des efforts intérieurs

Tout d'abord il faut partager la tige en segments le long desquels les forces extérieures ne se changent pas. La tige examinée a trois segments (fig. 1.5):

- I. $l_I = l_1 = 0,7 \text{ m}$,
- II. $l_{II} = l_2 + l_3 = 0,6 + 0,4 = 1,0 \text{ m}$,
- III. $l_{III} = l_4 = 0,5 \text{ m}$.

En utilisant la méthode des sections on détermine comment des efforts intérieurs se changent le long de chaque segment.

Le segment I.

On trace la section transversale qui divise la tige en deux parties: gauche et droite. Il est préférable de considérer cette partie au nombre minimale des forces extérieures. Pour la tige examinée c'est la partie gauche, dont la longueur est z_I (fig. 1.6a). Les limites du changement de la valeur z_I : $0 \leq z_I \leq l_I$.

L'effort intérieur en cette section est déterminé selon la formule (1.2):

$$N_I = \sum_{j=1}^1 F_j = -R = -70. \quad (1.19)$$

Donc l'équation du changement de l'effort intérieur le long du segment l_I est suivante:

$$N_I = -70. \quad (1.20)$$

Il faut souligner que l'équation (1.20) ne comporte pas la coordonnée z_I . Cela signifie que pour n'importe quelle valeur z_I de l'intervalle $0 \leq z_I \leq 0,7 \text{ m}$ l'effort intérieur N_I est le même - $N_I = -70 \text{ kN}$.

Le segment II.

On trace la section transversale par le segment l_{II} et considère la partie gauche, dont la longueur est z_{II} (fig. 1.6a). Les limites du changement de la valeur z_{II} : $0 \leq z_{II} \leq l_{II}$.

L'effort intérieur dans cette section est déterminé analogiquement à la section l_I :

$$N_{II} = \sum_{j=1}^2 F_j = -R + F_1 = -70 + 110 = 40. \quad (1.21)$$

Donc l'équation du changement de l'effort intérieur en long du segment l_{II} est suivante:

$$N_{II} = 40. \quad (1.22)$$

L'équation (1.22) ne comporte pas la coordonnée z_{II} . Cela signifie que pour n'importe quelle valeur z_{II} de l'intervalle $0 \leq z_{II} \leq 1,0$ l'effort intérieur N_{II} est le même - $N_{II} = 40 \text{ kN}$.

Le segment III.

On trace la section transversale par le segment l_{III} et considère la partie droite dont la longueur est z_{III} (fig. 1.6a). Les limites du changement de la valeur z_{III} : $l_{II} \geq z_{III} \geq 0$.

L'effort intérieur dans cette section est déterminé analogiquement à la section l_I :

$$N_{III} = \sum_{j=1}^1 F_j = F_3 = 90. \quad (1.23)$$

Donc l'équation du changement de effort intérieur en long du segment l_{III} est suivante:

$$N_{III} = 90. \quad (1.24)$$

L'équation (1.24) ne comporte pas la cordonnée z_{III} . Cela signifie que pour n'importe valeur z_{III} de l'intervalle $0,9m \geq z_{III} \geq 0$ l'effort intérieur N_{III} est le même - $N_{III} = 90kN$.

1.3.3. Construction de l'épure des efforts intérieurs

La construction de l'épure des efforts intérieurs se ramène à la représentation graphique des équations (1.20), (1.22) et (1.24). Ces formules représentent des équations des lignes droites parallèles à l'axe de l'ordonnée.

Après avoir pris l'échelle d'effort (nombre des *Newtons* dans un *mm* du dessin) on construit l'épure des efforts intérieurs qui représente sur la fig. 1.6b.

Pour vérifier la construction de l'épure des efforts intérieurs la méthode des sauts selon laquelle le changement de l'effort intérieur est égale à la force extérieure. Les valeurs des sauts des efforts intérieurs et les valeurs forces extérieures aux points de leur application (points *a, b, d* et *e* sur la fig. 6a) sont représentées au tableau 2.

Tableau 1.2.

Vérification de l'épure des efforts intérieurs

Point d'application de la force extérieure (fig. 6a)	Saut de l'effort intérieur (fig. 6b) kN	Force extérieure kN
<i>a</i>	70	$R = 70$
<i>b</i>	$40+70=110$	$F_1 = 110$
<i>d</i>	$90-40=50$	$F_2 = 50$
<i>e</i>	90	$F_3 = 90$

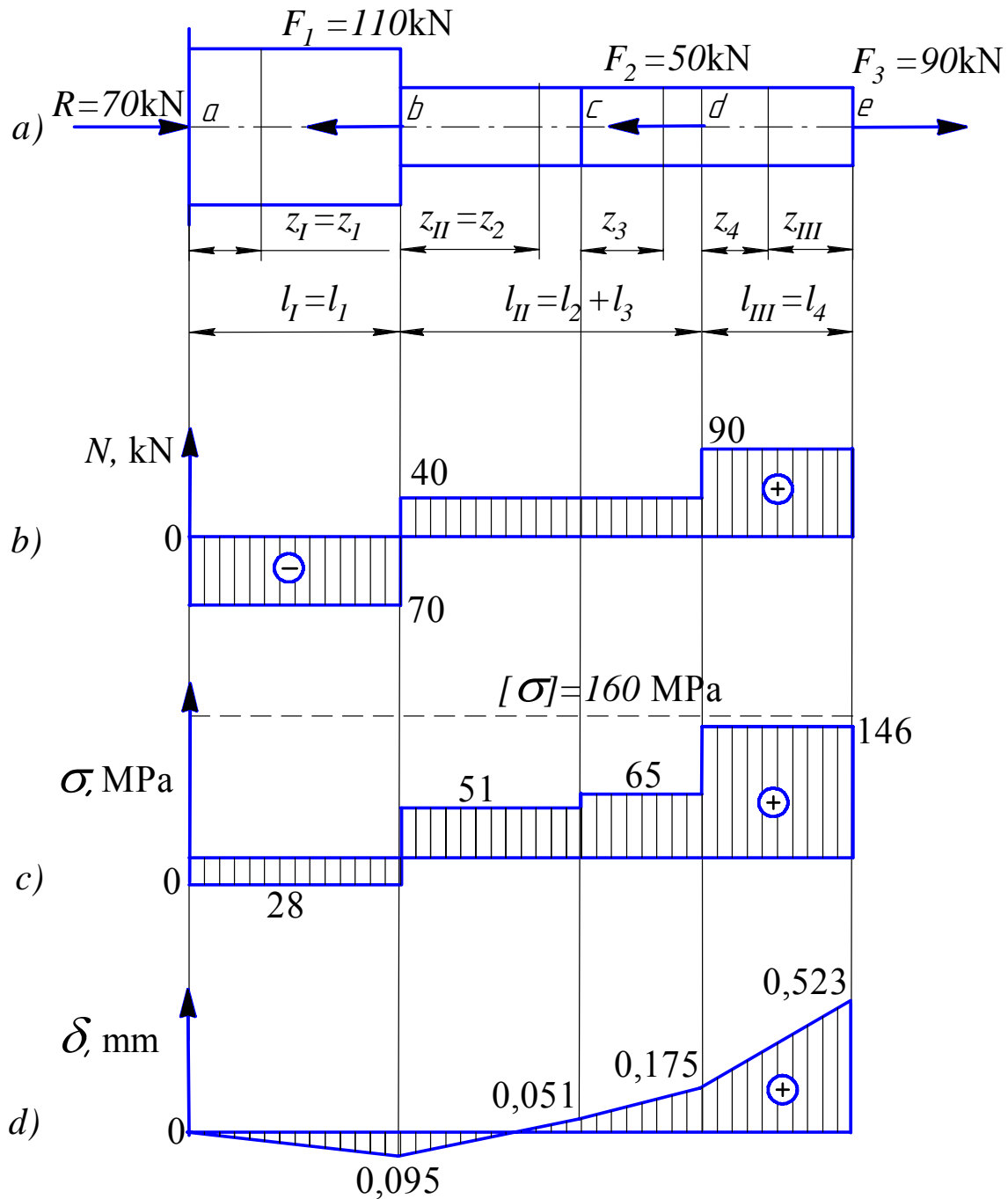


Fig. 1.6. Calcul de la tige à la traction (compression)

La comparaison montre que les sauts des efforts intérieur sont égale aux forces extérieures. Cela signifie que l'épure des efforts intérieur est vraie.

1.3.4. Détermination des dimensions des sections transversales de la tige

La tige examinée est composé de quatre segments des sections et des dimensions différentes (segment l_{II} a deux segments de la sections différentes). Les dimensions de chaque section dépendent de la même paramètre: a (fig. 1.4). Donc il faut trouver paramètre a pour chaque segment et choisir parmi eux la plus grande valeur (fig. 1.6).

Segment l₁.

La condition de la résistance:

$$\sigma'_1 = \frac{N_I}{A'_1} = \frac{N_I}{\frac{\pi(d'_1)^2}{4}} = \frac{N_I}{\frac{\pi(2a')^2}{4}} \leq [\sigma], \quad (1.25)$$

d'où

$$a'_1 \geq \sqrt{\frac{N_I}{\pi[\sigma]}} = \sqrt{\frac{70 \cdot 10^3}{\pi \cdot 160}} = 11,80 \text{ mm}. \quad (1.26)$$

Segment l₂.

La condition de la résistance:

$$\sigma'_2 = \frac{N_{II}}{A'_2} = \frac{N_{II}}{(b'_2)^2} = \frac{N_{II}}{(a'_2)^2} \leq [\sigma], \quad (1.27)$$

d'où

$$a'_2 \geq \sqrt{\frac{N_{II}}{[\sigma]}} = \sqrt{\frac{40 \cdot 10^3}{160}} = 15,81 \text{ mm}. \quad (1.28)$$

Segment l₃.

La condition de la résistance:

$$\sigma'_3 = \frac{N_{II}}{A'_3} = \frac{N_{II}}{\frac{\pi(d'_3)^2}{4}} = \frac{N_{II}}{\frac{\pi(a'_3)^2}{4}} \leq [\sigma], \quad (1.29)$$

d'où

$$a'_3 \geq \sqrt{\frac{4N_{II}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 40 \cdot 10^3}{\pi \cdot 160}} = 17,84 \text{ mm}. \quad (1.30)$$

Segment l₄.

La condition de la résistance:

$$\sigma'_4 = \frac{N_{III}}{A'_4} = \frac{N_{III}}{\frac{\pi(d'_4)^2}{4}} = \frac{N_{III}}{\frac{\pi(a'_4)^2}{4}} \leq [\sigma], \quad (1.31)$$

d'où

$$a'_4 \geq \sqrt{\frac{4N_{III}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 90 \cdot 10^3}{\pi \cdot 160}} = 26,76 \text{ mm}. \quad (1.32)$$

On peut voir que la valeur du paramètre a' qui assure la résistance de tout les segments est $a' = a'_4 = 26,76 \text{ mm}$. En fonction de ce paramètre on calcule les dimensions des sections transversales de tout les segments, puis il faut les standardiser et déterminer la surface des sections. Les résultats des calculs sont représenté au tableau 1.3.

Tableau 1.3.

Détermination et standardisation des dimensions transversales de la tige

Segment	Dimension calculée, mm	Dimension standardisée, mm (Annexe 2)	Surface de la section mm ²
l_1	$d'_1 = 2a' = 2 \cdot 26,76 = 53,52$	$d_1 = 56$	$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{\pi \cdot 56^2}{4} = 2463$
l_2	$b'_2 = a' = 26,76$	$b_2 = 28$	$A_2 = b_2^2 = 28^2 = 784$
l_3	$d'_3 = a' = 26,76$	$d_3 = 28$	$A_3 = \frac{\pi d_3^2}{4} = \frac{\pi \cdot 28^2}{4} = 616$
l_4	$d'_4 = a' = 26,76$	$d_4 = 28$	$A_4 = \frac{\pi d_4^2}{4} = \frac{\pi \cdot 28^2}{4} = 616$

En faisant la standardisation des dimensions il faut prendre la valeur la plus grande proche. Mais il est plus préférable d'utiliser le plus petit rang (Ra_{\min}). Que moins numéro du range, il est appliqué plus souvent à l'industrie.

1.3.5. Construction des épures des contraintes normales et des déplacements longitudinaux des sections de la tige

Construction des épures des contraintes normales.

On trouve les contraintes normales suivant la formule (1.9) pour chaque segment de la tige. Il faut souligner que l'effort intérieur et la surface de la section transversale sont constante aux limites du segment. Donc et les contraintes normales sont constant aussi.

Respectivement (après avoir arrondi le résultat jusqu'à l'unité):

$$\sigma_1 = \frac{N_I}{A_1} = \frac{-70 \cdot 10^3}{2463} = -29 \text{MPa} \quad (1.33)$$

$$\sigma_2 = \frac{N_{II}}{A_2} = \frac{40 \cdot 10^3}{784} = 51 \text{MPa} \quad (1.34)$$

$$\sigma_3 = \frac{N_{II}}{A_3} = \frac{40 \cdot 10^3}{616} = 65 \text{MPa} \quad (1.35)$$

$$\sigma_4 = \frac{N_{III}}{A_4} = \frac{90 \cdot 10^3}{616} = 146 \text{MPa} \quad (1.36)$$

La condition de la résistance est suivante (1.10):

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma],$$

ou $146 \text{MPa} < 160 \text{MPa}.$

Donc la résistance de la tige est assurée.

Après avoir pris l'échelle des contraintes (nombre des *MegaPascals* dans un *mm* du dessin) on construit l'épure des contraintes normales qui est représentée sur la fig. 1.6c. Cette épure avec la ligne qui correspond à la valeur des contraintes normales admissibles forme la représentation graphique de la condition de la résistance.

Construction de l'épure des déplacements longitudinaux des section de la tige.

On distingue deux type des déplacements de la section examinée: relatif - par rapport au début du segment et absolu - par rapport à l'appuie de la tige.

Tout d'abord on détermine le déplacement relatif (fig. 1.6a).

Segment l_1 . On considère la section passée par la distance $0 \leq z_1 \leq l_1$ par rapport à la section *a*. Ce déplacement est égale:

$$\Delta z_1 = \frac{N_I z_1}{EA_1} = \frac{-70 \cdot 10^3 \cdot z_1}{210000 \cdot 2463} = -0,000135 z_1 \quad (1.37)$$

Si $z_1 = l_1$ on reçoit le déplacement de la section *b* par rapport à la section *a*:

$$\delta_{ba} = -0,000135 l_1 = -0,000135 \cdot 0,7 \cdot 10^3 = -0,095 mm \quad (1.38)$$

Segment l_2 . On considère la section passée par la distance $0 \leq z_2 \leq l_2$ par rapport à la section *b*. Ce déplacement est égale:

$$\Delta z_2 = \frac{N_{II} z_2}{EA_2} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot z_2}{210000 \cdot 784} = 0,000243 z_2 \quad (1.39)$$

Si $z_2 = l_2$ on reçoit le déplacement de la section *c* par rapport à la section *b*:

$$\delta_{cb} = 0,000243 l_2 = 0,000135 \cdot 0,6 \cdot 10^3 = 0,146 mm \quad (1.40)$$

Segment l_3 . On considère la section passée par la distance $0 \leq z_3 \leq l_3$ par rapport à la section *c*. Ce déplacement est égale:

$$\Delta z_3 = \frac{N_{II} z_3}{EA_3} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot z_3}{210000 \cdot 616} = 0,000309 z_3 \quad (1.41)$$

Si $z_3 = l_3$ on reçoit le déplacement de la section *d* par rapport à la section *c*:

$$\delta_{dc} = 0,000309 l_3 = 0,000309 \cdot 0,4 \cdot 10^3 = 0,124 mm \quad (1.42)$$

Segment l_4 . On considère la section passée par la distance $0 \leq z_4 \leq l_4$ par rapport à la section *d*. Ce déplacement est égale:

$$\Delta z_4 = \frac{N_{III} z_4}{EA_4} = \frac{90 \cdot 10^3 \cdot z_4}{210000 \cdot 616} = 0,000696 z_4 \quad (1.43)$$

Si $z_4 = l_4$ on reçoit le déplacement de la section *e* par rapport à la section *d*:

$$\delta_{ed} = 0,000696 l_4 = 0,000696 \cdot 0,5 \cdot 10^3 = 0,348 \text{ mm} \quad (1.44)$$

On compte le déplacement absolu par rapport à la section immobile c'est-à-dire par rapport à la section *a*. Pour les sections considérées *b*, *c*, *d*, *e* les déplacements absolus sont:

$$\begin{aligned} \text{section } a: & \quad \delta_a = 0, \\ \text{section } b: & \quad \delta_b = \delta_a + \delta_{ba} = -0,095 \text{ mm}, \\ \text{section } c: & \quad \delta_c = \delta_b + \delta_{cb} = -0,095 + 0,146 = 0,051 \text{ mm}, \\ \text{section } d: & \quad \delta_d = \delta_c + \delta_{dc} = 0,051 + 0,124 = 0,175 \text{ mm}, \\ \text{section } e: & \quad \delta_e = \delta_d + \delta_{ed} = 0,175 + 0,348 = 0,523 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Après avoir pris l'échelle du déplacement (nombre des *mm* réels dans un *mm* du dessin) on construit l'épure des déplacements absolus intérieurs qui représente sur la fig. 1.6*d*.

1.3.6. Analyse de l'état de contraintes dans en point de la tige

On fait souvent l'analyse de l'état de contraintes pour le segment le plus chargée. C'est-à-dire en ce cas c'est dans le segment l_{III} où les contraintes normales maximales $\sigma = 146 \text{ MPa}$ agissent. Pour analyser l'état de contraintes au voisinage de n'importe quel point de ce segment on construit le cube élémentaire. La position de ce cube dans laquelle son coté est parallèle à la section transversale est représentée sur la fig. 1.7*a*. Car sur les cotés du cube les contraintes tangentielles n'existent pas cette position on appelle la position générale et les contraintes normales s'appellent contraintes générales ($\sigma_1 = 146 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = 0$).

D'après les données il faut étudier l'état de contraintes sur le plan qui se détermine par l'angle $\alpha = 35^\circ$. On construit un cube élémentaire au voisinage du point *B* sur les côte duquel agissent les contraintes σ_α , τ_α et σ_β , τ_β (fig. 1.7*b*). On déterminent ces contraintes selon les formules (1.12), (1.13), (1.14) et (1.15):

$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha = 146 \cdot (\cos 35^\circ)^2 = 98 \text{ MPa}.$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha = \frac{146}{2} \cdot \sin(2 \cdot 35^\circ) = 69 \text{ MPa}.$$

$$\sigma_\beta = \sigma \sin^2 \alpha = 146 \cdot (\sin 35^\circ)^2 = 48 \text{ MPa}.$$

$$\tau_{\beta} = -\frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha = -\frac{146}{2} \cdot \sin(2 \cdot 35^{\circ}) = -69 \text{ MPa}.$$

L'état de contrainte étudié est représenté sur la fig. 1.7b.

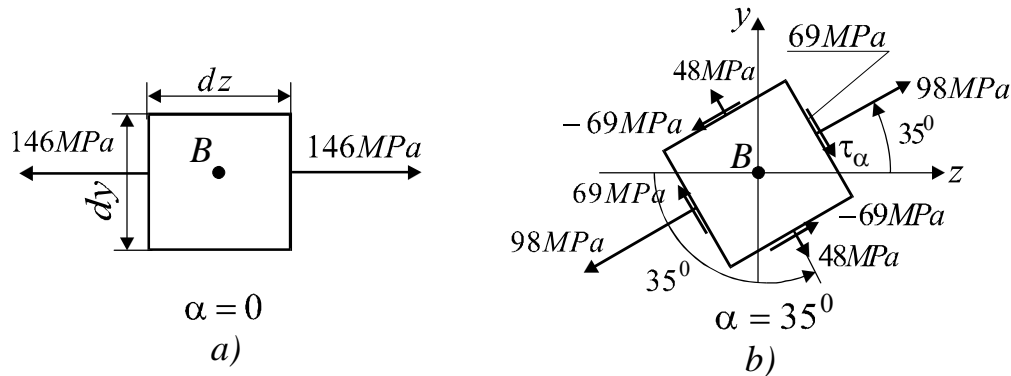


Fig. 1.7. Etat de contrainte dans un point de la tige examinée
a) – position générale, b) – position sous l'angle 35°

1.4. Questions d'autocontrôle du travail №1

1. Qu'est-ce que c'est une barre?
2. Qu'est-ce que ce sont des contraintes mécaniques?
3. Quelle est la différence entre les contraintes normales et tangentielles?
4. A quia sert la méthode des sections?
5. Comment trouve-t-on l'effort intérieure dans la section arbitraire de la tige?
6. Comment construira-t-on l'épure des efforts intérieurs?
7. Comment les contraintes normales se distribuait-elles sur la section transversale de la tige?
8. Ecrivez la condition de la résistance de la tige sous l'action de la traction (compression)?
9. Qu'est-ce que ce sont des contraintes admissibles?
10. Qu'est-ce que c'est le coefficient de la sûreté? De quoi dépend ce coefficient?
11. Formulez et écrivez la loi de Hooke.
12. Comment construira-t-on l'épure des déplacements des sections transversales de la tige?
13. Dans quelle section de la tige agissent les contraintes normales maximales et les contraintes tangentielles maximales?

2. TRAVAIL No 2 CALCUL DE LA POUTRE A LA FLEXION

2.1. Devoir et marche à suivre travail No 2

Les données initiales sont présentées dans le tableau 2.1. Le choix des données est décrit à l'introduction. Les schémas du devoir sont disposés sur la figure 2.1.

Il faut faire le travail No 2 à l'ordre suivant.

- Déterminer des réactions des appuis de la poutre.
- Calculer des forces intérieures transversales et construire leurs épures.
- Calculer des moments fléchissant intérieurs et construire leurs épures.
- Contrôler la construction des épures des forces intérieures transversales et des moments fléchissant intérieurs.
- Déterminer des paramètres de la section transversales de la poutre et les standardiser.
- Choisir la section la plus économique parmi trois variantes: - ronde, rectangulaire avec le rapport des côtés $\alpha = \frac{h}{b}$ et profile en double-T.

Tableau 2.1.

Devoir du travail á domicile No2

Lettres russes du nom	Schéma	F kN	M kNm	q $\frac{\text{kN}}{\text{m}}$	$[\sigma]$ MPa	a m	b m	c m	$\alpha = \frac{h}{b}$
а,б,в	1	10	100	20	80	1,1	2,5	1,5	2,5
г,д,е	2	20	90	30	90	1,2	2,4	1,6	2,4
ё,ж,з	3	30	80	40	100	1,3	2,3	1,7	2,3
и,й,к	4	40	70	50	110	1,4	2,2	1,8	2,2
л,м,н	5	50	60	60	120	1,5	2,1	1,9	2,1
о,п,р	6	60	50	50	130	1,6	2,0	2,0	2,0
с,т,у	7	70	40	40	140	1,7	1,9	2,1	1,9
ф,х,ц	8	80	30	30	150	1,8	1,8	2,2	1,8
ч,ш,щ	9	90	20	20	160	1,9	1,7	2,3	1,7
Ъ,Ы,Ь, Э,Ю,Я	0	100	10	10	170	2,0	1,6	2,4	1,6

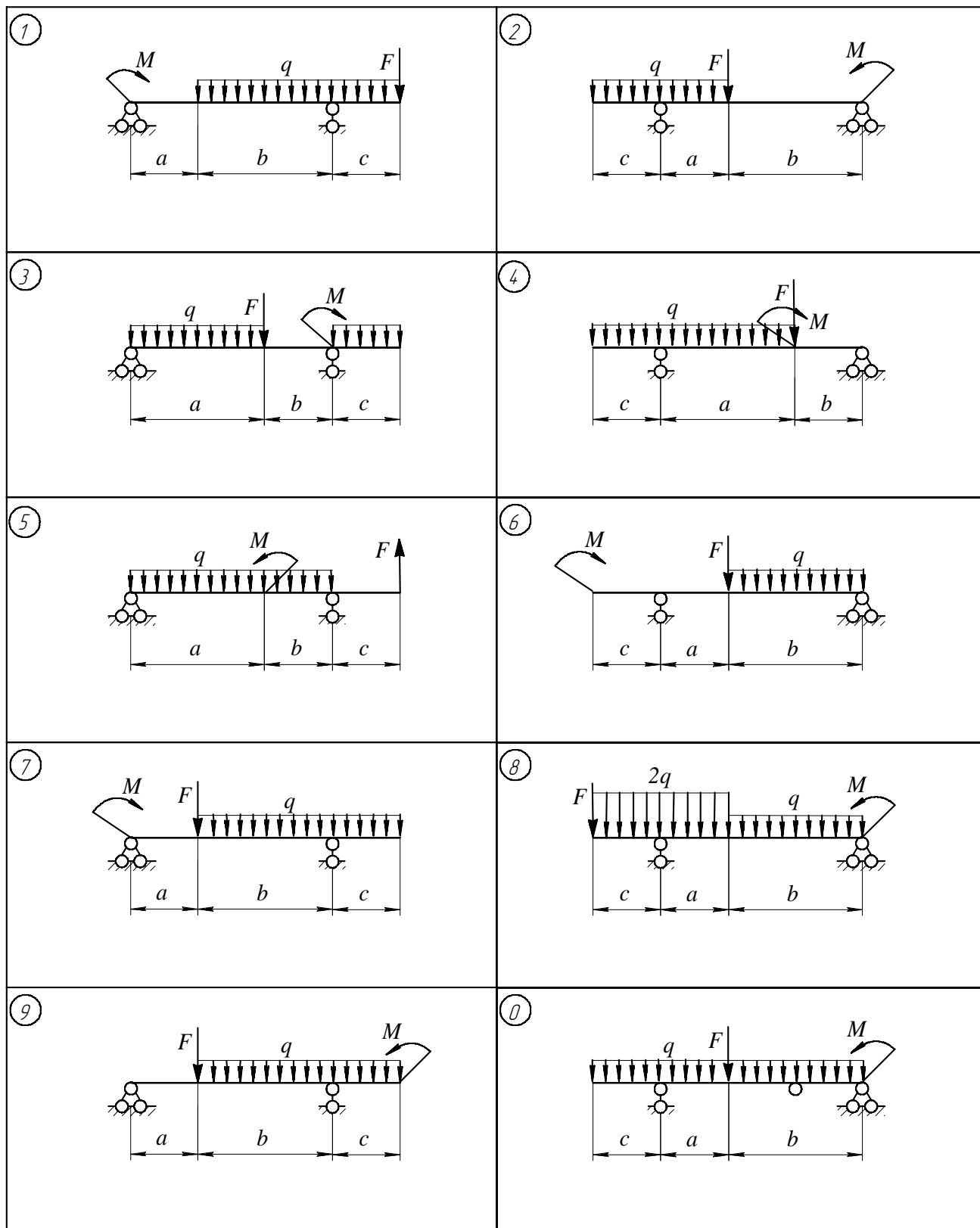


Fig. 2.1. Schémas du chargement des poutres

2.2. Renseignements brefs théorétiques du calcul des poutres

Détermination de la réaction des appuis. Pour étudier l'état de la poutre sous l'action des charges transversales il faut représenter cette poutre comme le corps libre. Pour cela on rejette des appuis et on les remplace par les forces des réactions. On trouve ces réactions de la condition d'équilibre de la poutre en forme de l'égalité à zéro la somme des moments des toutes les charges par rapport aux deux points qui se trouvent sur les lignes d'action des réactions des appuis:

$$\sum_{i=1}^k M_{Ai} = 0. \quad (2.1)$$

$$\sum_{i=1}^k M_{Bi} = 0. \quad (2.2)$$

De la formule (2.1) on trouve la réaction R_B et de la formule (2.2) on trouve la réaction R_A . Troisième équation d'équilibre en forme de l'égalité à zéro la somme des projections de toutes les forces sur l'axe perpendiculaire à l'axe de la poutre est utilisée pour vérifier la vérité de la détermination des réactions des appuis:

$$\sum_{i=1}^l F_i = 0. \quad (2.3)$$

Détermination des facteurs intérieurs de forces. Sous l'action du système des charges extérieures la poutre se trouve en équilibre et s'expose à la déformation de flexion. Ce pourquoi à l'intérieure de la poutre apparaissent les forces intérieures transversales Q_y et les moments intérieurs fléchissant M_f . Pour déterminer la valeur numérique et la direction des ces facteurs intérieurs de forces on utilise la méthode des sections.

Pour trouver **la force intérieure transversale** Q_y il faut:

- couper (dans l'imagination) la poutre en deux parties par le plan qui est perpendiculaire de son axe longitudinal;
- rejeter une des parties (n'importe quelle) et examiner l'état de l'équilibre de la partie restée;
- force Q_y est égale à la somme de toutes les forces extérieures qui agissent sur la partie examinée de la poutre:

$$Q_y = \sum_{i=1}^m F_i. \quad (2.4)$$

En composant la somme (3.4) on utilise **la règle des signes**: la force F_i est positive si elle tend à déplacer la partie gauche en haut ou en bas la partie droite de la poutre.

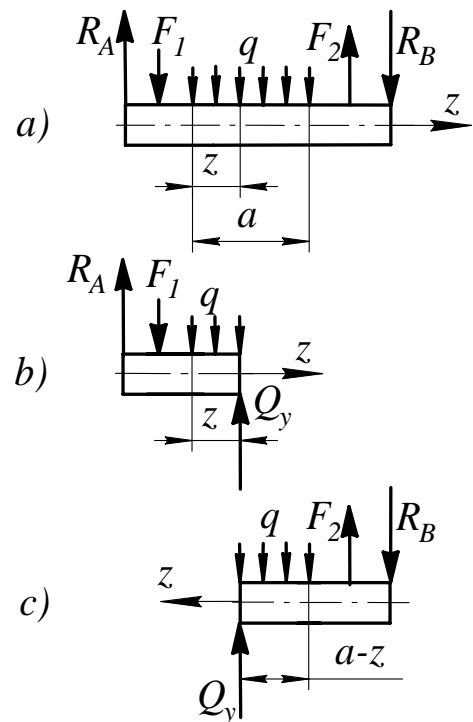


Fig. 2.2. Détermination des forces intérieures transversales

Par exemple examinons le schéma de la poutre représentée sur la fig. 3.2a. Pour la partie gauche on écrit la formule (2.4) de la manière suivante (fig. 2.2b):

$$Q_y = R_A - F_1 - qz,$$

et respectivement pour la partie droite (fig. 2.2c):

$$Q_y = q(a - z) - F_2 + R_B.$$

Pour trouver le **moment fléchissant intérieur** M_f il faut:

- couper (dans l'imagination) la poutre en deux parties par le plan qui est perpendiculaire de son axe longitudinal;
- rejeter une des parties (n'importe quelle) et examiner l'état d'équilibre de la partie restée;
- moment M_f est égal à la somme des moments de toutes les charges extérieures par rapport à la section qui divise la poutre en deux parties: gauche et droite:

$$M_f = \sum_{i=1}^n M_i. \quad (2.5)$$

Par exemple examinons le schéma de la poutre coupée représentée sur la fig. 2.3a.

En composant la somme (2.5) on utilise la **règle des signes**: le moment M_i est positif s'il tend à courber la partie coupée de la poutre par la convexe en bas. Il est plus commode d'utiliser le principe de l'indépendance de l'action des forces. C'est-à-dire en composant la somme (2.5) il faut appliquer successivement une charge par l'autre (fig. 2.3b,c,d,e).

Pour la partie examinée la formule (2.5) est présentée s'écrit de la manière suivante:

$$M_f = R_A(a + b + z) - F(b + z) + M - qz \cdot \frac{z}{2}.$$

En partageant la poutre en segments (la partie le long de laquelle la charge extérieure ne se change pas ou elle change selon la fonction quelconque) on construit les épures des forces intérieures transversales $Q_y = Q_y(z)$ et des moments intérieurs fléchissant $M_f = M_f(z)$.

Entre les fonctions des moments intérieurs fléchissant $M_f = M_f(z)$, des forces intérieures transversales $Q_y = Q_y(z)$ et de la charge distribuée $q = q(z)$ existe l'indépendance différentielle:

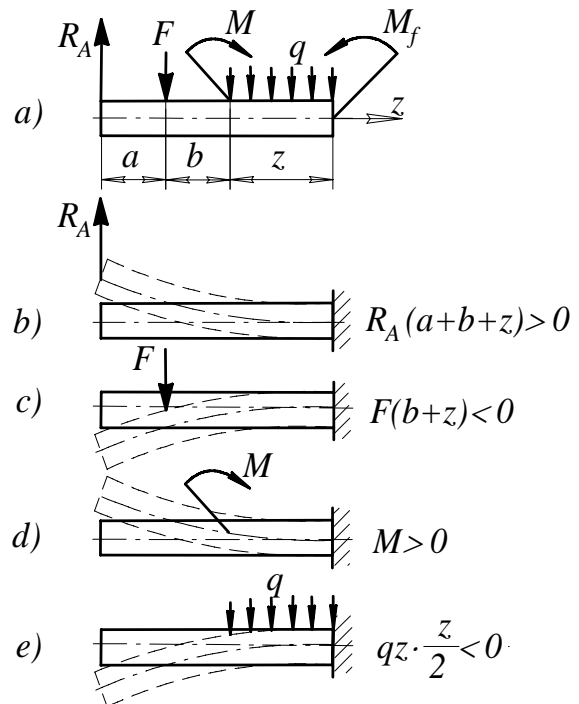


Fig. 2.3. Détermination des moments fléchissant intérieurs

$$\frac{dM_f}{dz} = Q_y. \quad (2.6)$$

$$\frac{dQ_y}{dz} = q. \quad (2.7)$$

A l'aide des formules (2.6) et (2.7) il est possible de vérifier la construction des épures des facteurs intérieurs. Mais il faut prévenir que pour les parties coupées droites si l'on utilise le système des coordonnées gauche (fig. 2.2c) le résultat du calcul selon des formules (2.6) et (2.7) doit être négatif.

Calcul de la poutre à la résistance.

Pour évaluer la résistance de la poutre chargée par les moments extérieurs et les forces verticales on utilise la mesure de l'intensité des efforts intérieurs nommés par **contraintes normales**¹ σ_f qui représente le rapport de l'effort intérieur longitudinal dN à la surface élémentaire dA de la section transversale de la poutre (fig. 2.4):

$$\sigma_f = \frac{dN}{dA}. \quad (2.8)$$

Car la surface élémentaire dA est très petite on suppose que les contraintes normales σ_f sont les mêmes dans chaque point de cette surface-là.

Pour déterminer les contraintes normales σ_f dans un point de la section à la distance y de l'axe x (fig. 2.4) on utilise la formule suivante:

$$\sigma_f = \frac{M_f}{J_x} y, \quad (2.9)$$

- où
- M_f - moment fléchissant intérieur dans la section examinée, Nmm;
 - x - axe formé par l'intersection de la couche neutre ($abcd$ sur la fig. 3.4) et la section transversale;
 - $-0,5h \leq y \leq +0,5h$ - coordonnée du point dans lequel on cherche les contraintes normales σ_f , mm (l'axe est dirigé dans la direction des couches tirées de la poutre);

$$J_x = \int_A y^2 dA - \text{moment d'inertie de la section par rapport à l'axe } x, \text{ mm}^4.$$

¹ Sous l'action de la force transversale intérieure Q_y les contraintes tangentielles τ_y apparaissent. Mais ces contraintes sont très petites c'est pourquoi on néglige par leur influence sur la résistance de la poutre.

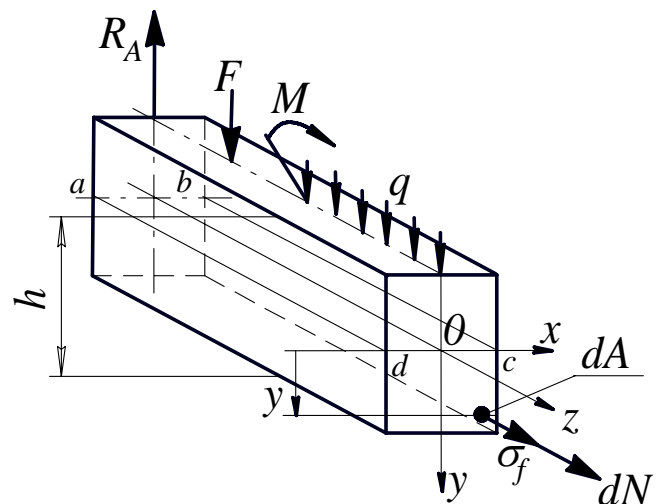


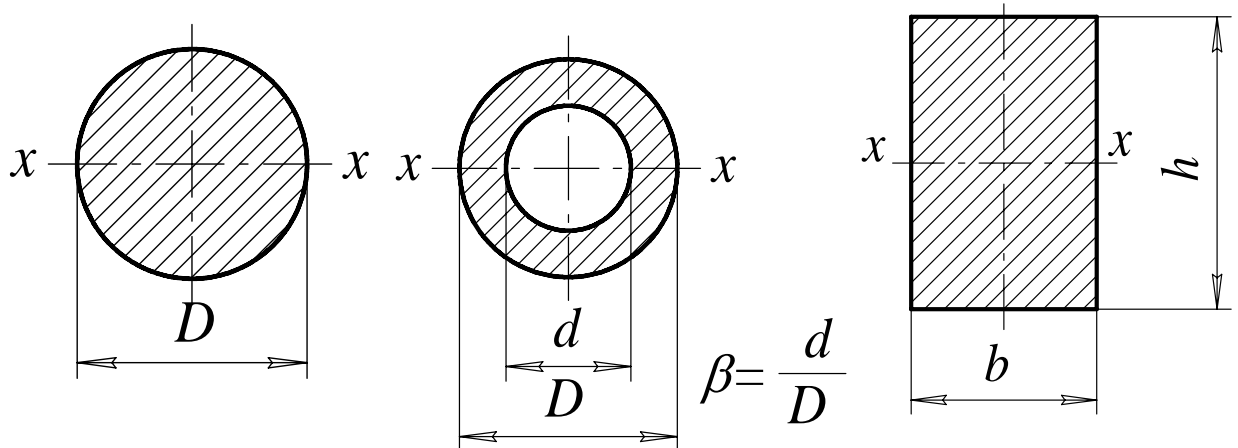
Fig. 2.4. Détermination des contraintes normales en sections de la

Les contraintes normales maximales de la section examinée se disposent à la distance maximale par rapport à l'axe x . On calcule ces contraintes d'après la formule suivante:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_f}{W_x}, \quad (2.10)$$

où $W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}$ - moment axial de la résistance de la section par rapport à l'axe x , mm^3 .

Les caractéristiques géométriques de trois sections les plus répandues – cercle, bague et rectangle sont suivantes:



Cercle

$$J_x = 0,05D^4$$

$$W_x = 0,1D^3$$

Bague

$$J_x = 0,05D^4(1 - \beta^4)$$

$$W_x = 0,1D^3(1 - \beta^4)$$

Rectangle

$$J_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$W_x = \frac{bh^2}{6}$$

La résistance de la poutre est assurée si les contraintes normales maximales de tous segments ne dépassent pas les valeurs admissibles. C'est-à-dire:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]. \quad (2.11)$$

L'expression (2.11) s'appelle la condition de la résistance (condition de la sûreté) selon les contraintes normales. Les contraintes admissibles sont égales:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\lim}}{n} \quad (2.12)$$

où σ_{\lim} - contraintes limites jusqu'à lesquelles la poutre garde sa capacité de travail;
 n - coefficient de la sûreté.

2.3. Exemple du calcul de la poutre à la flexion

Devoir. Pour la poutre dont le schéma du chargement est représenté sur la fig. 2.5 on fait le travail suivant:

- déterminer les réactions des appuis;

- calculer des forces intérieures transversales et construire leur épure;
- calculer des moments intérieurs fléchissant et construire leur épure;
- vérifier la construction des épures des facteurs intérieurs de forces;
- déterminer des dimensions de la section de la poutre à la condition de la résistance et choisir la section la plus économique parmi trois variantes: - ronde, rectangulaire avec le rapport des côtés $\alpha = \frac{h}{b} = 1,7$ et profile en double-T;

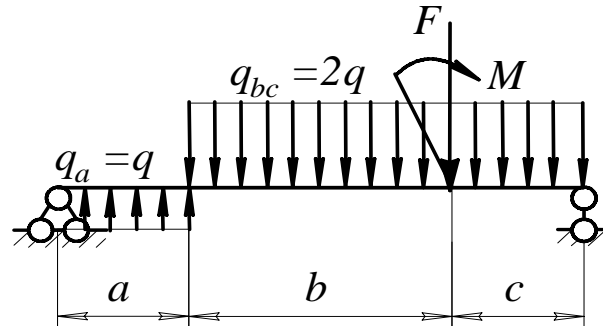


Fig. 2.5. Construction et schéma du chargement de la poutre examinée

La poutre a les dimensions constructives suivantes: $a = 1,0\text{m}$, $b = 4,0\text{m}$, $l_3 = 0,6\text{m}$, $c = 1,0\text{m}$. Les charges extérieures de la poutre sont suivantes: la force $F = 50\text{kN}$, le moment $M = 20\text{kNm}$ et la charge distribuée uniformément $q = 20 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ ($q_a = q = 20 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$, $q_{bc} = 2q = 2 \cdot 20 = 40 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$). Le matériel de la poutre – l'acier St 3, contraintes normales admissibles $[\sigma] = 160 \text{ kN}$.

2.3.1. Détermination de réactions des appuis

Pour représenter la poutre comme le corps libre rejets des appuis et remplaçons les par les réactions des liaisons R_A et R_B (fig. 3.6). On choisit les directions des ces réactions par hasard (soit en haut). On trouve les valeurs numériques de ces réactions de la condition d'équilibre de la poutre en forme de l'égalité à zéro la somme des moments des toutes les charges extérieures par rapport de deux points (A et B) qui se trouvent sur les lignes d'action des réactions des appuis.

Le moment de la charge dans cette somme-là est positif s'il tend à tourner la poutre dans

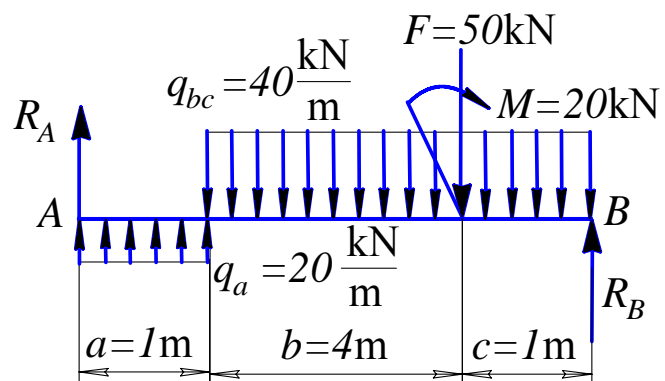


Fig. 2.6. Détermination des réactions des appuis

le sens de rotation inverse des aiguille d'une montre.

On trouve la réaction R_B de la condition suivante:

$$\sum_{i=1}^k M_{Ai} = q_a a \cdot \frac{a}{2} - q_{bc}(b+c) \cdot \left(a + \frac{b+c}{2}\right) - M - F(a+b) + R_B(a+b+c) = 0,$$

d'où la réaction R_B est égale à:

$$\begin{aligned} R_B &= \frac{-q_a a \cdot \frac{a}{2} + q_{bc}(b+c) \cdot \left(a + \frac{b+c}{2}\right) + M + F(a+b)}{a+b+c} = \\ &= \frac{-20 \cdot 1,0 \cdot \frac{1,0}{2} + 40 \cdot (4,0 + 1,0) \cdot \left(1,0 + \frac{4,0 + 1,0}{2}\right) + 20 + 50 \cdot (1,0 + 4,0)}{1,0 + 4,0 + 1,0} = 160 \text{kN}. \end{aligned}$$

On trouve la réaction R_A de la condition suivante:

$$\sum_{i=1}^k M_{Bi} = -R_A(a+b+c) - q_a a \cdot \left(\frac{a}{2} + b+c\right) + q_{bc}(b+c) \cdot \frac{b+c}{2} - M + Fc = 0,$$

d'où la réaction R_A est égale à:

$$\begin{aligned} R_A &= \frac{-q_a a \cdot \left(\frac{a}{2} + b+c\right) + q_{bc}(b+c) \cdot \frac{b+c}{2} - M + Fc}{a+b+c} = \\ &= \frac{-20 \cdot 1,0 \cdot \left(\frac{1,0}{2} + 4,0 + 1,0\right) + 40 \cdot (4,0 + 1,0) \cdot \frac{4,0 + 1,0}{2} - 20 + 50 \cdot 1,0}{1,0 + 4,0 + 1,0} = 70 \text{kN}. \end{aligned}$$

Les signes positives des réactions R_A et R_B témoignent que leurs directions étaient exactement fixées a priori.

Pour vérifier la détermination des réactions des appuis il faut utiliser la troisième équation d'équilibre – l'égalité à zéro de la somme des projections des forces extérieures sur l'axe perpendiculaire à l'axe de la poutre:

$$\sum_{i=1}^k F_i = R_A + q_a a - q_{bc}(b+c) - F + R_B = 0,$$

ou

$$\begin{aligned} 70 + 20 \cdot 1,0 - 40 \cdot (4,0 + 1,0) - 50 + 160 &= 0 \\ 250 - 250 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

L'identité témoigne que la détermination des réactions est vraie. Le résultat est vraie quand la différence entre les sommes des valeurs positives et négatives de l'identité ne dépasse pas 2%.

2.3.2. Calcul et construction des épures des forces intérieures transversales et des moments intérieurs fléchissant

Détermination des facteurs intérieurs et construction leurs épures.

Tout d'abord il faut partager la poutre en segments (le partie le longe de laquelle la charge extérieure ne se change pas ou elle change selon la fonction quelconque). La poutre examinée a trois segments (fig. 2.6): $a = 1,0\text{m}$, $b = 4,0\text{m}$ et $c = 1,0\text{m}$.

En utilisant la méthode des sections on détermine comment des facteurs intérieurs sont changés en long de chaque segment.

Le segment 1.

On trace la section transversale qui partage la poutre en deux parties: gauche et droite. Il est préférable de considérer la partie sur laquelle agissent le nombre minimale des charges extérieures. Pour la poutre examinée c'est la partie gauche dont la longueur est z_1 (fig. 2.7a). Les limites du changement de la valeur z_1 : $0 \leq z_1 \leq a$.

La force intérieure transversale à cette section est déterminée comme (2.4):

$$Q_{y1} = \sum_{i=1}^m F_i = R_A + q_a z_1 = 70 + 20z_1.$$

Donc l'équation du changement de la force intérieure transversale le long du segment a est suivante:

$$Q_{y1} = 70 + 20z_1. \quad (2.13)$$

Cette équation représente l'équation d'une droite. Pour construire l'épure de la force Q_{y1} il est suffisant de calculer les valeurs de cette force en limites du segment:

$$\text{si } z_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad Q_{y1} = 70 + 20 \cdot 0 = 70 \text{ kN};$$

$$\text{si } z_1 = a = 1,0\text{m} \quad \Rightarrow \quad Q_{y1} = 70 + 20 \cdot 1,0 = 90 \text{ kN}.$$

Le moment intérieure fléchissant en cette section est déterminé selon (2.5):

$$M_{f1} = \sum_{i=1}^n M_i = R_A z_1 + q_a z_1 \cdot \frac{z_1}{2} = 70 \cdot z_1 + 20 \cdot z_1 \cdot \frac{z_1}{2}.$$

Donc l'équation du changement du moment intérieure fléchissant en long du segment a est suivante:

$$M_{f1} = 70 \cdot z_1 + 10z_1^2. \quad (2.14)$$

Cette équation représente l'équation d'une parabole. Pour construire l'épure du moment M_{f1} il faut calculer des valeurs de ce moment en limites du segment et au milieu du segment a (parce que la ligne droite de l'équation (2.13) ne croise pas l'axe z):

$$\text{si } z_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad M_{f1} = 70 \cdot 0 + 10 \cdot 0^2 = 0 \text{ kNm};$$

$$\text{si } z_1 = \frac{a}{2} = \frac{1,0}{2} = 0,5 \text{ m} \Rightarrow M_{f1} = 70 \cdot 0,5 + 10 \cdot 0,5^2 = 37,5 \text{ kNm};$$

$$\text{si } z_1 = a = 1,0 \text{ m} \Rightarrow M_{f1} = 70 \cdot 1,0 + 10 \cdot 1,0^2 = 80 \text{ kNm}.$$

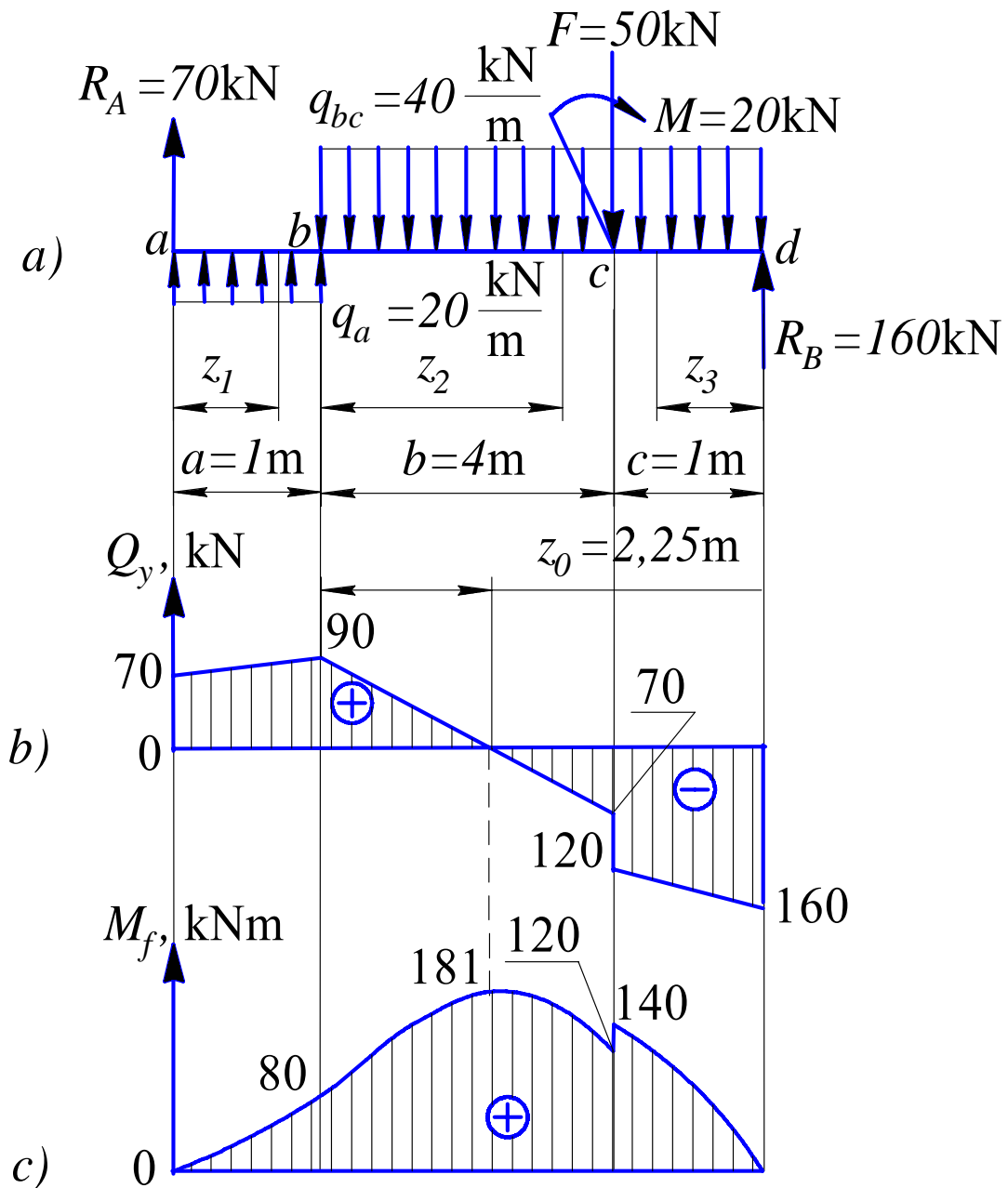


Fig. 2.7. Calcul de la poutre à la flexion

Le segment 2.

On trace la section transversale qui partage la poutre en deux parties: gauche et droite. Pour la poutre examinée c'est la partie gauche dont la longueur est $a + z_2$ (fig. 2.7a). Les limites du changement de la valeur z_2 : $0 \leq z_2 \leq b$.

La force intérieure transversale dans cette section est déterminée comme (2.4):

$$Q_{y2} = \sum_{i=1}^m F_i = R_A + q_a a - q_a z_2 = 70 + 20 \cdot 1,0 - 40 \cdot z_2.$$

Donc l'équation du changement de la force intérieure transversale en long du segment b est suivante:

$$Q_{y2} = 90 - 40z_2. \quad (2.15)$$

Cette équation représente l'équation d'une droite. Pour construire l'épure de la force Q_{y2} il est suffisant de calculer les valeurs de cette force en limites du segment:

$$\text{si } z_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad Q_{y2} = 90 - 40 \cdot 0 = 90 \text{ kN};$$

$$\text{si } z_2 = b = 4,0 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad Q_{y2} = 90 - 40 \cdot 4,0 = -70 \text{ kN}.$$

Le moment intérieure fléchissant en cette section est déterminé selon (2.5):

$$\begin{aligned} M_{f2} &= \sum_{i=1}^n M_i = R_A(a + z_2) + q_a a \cdot \left(\frac{a}{2} + z_2 \right) - q_{bc} z_2 \cdot \frac{z_2}{2} = \\ &= 70 \cdot (1,0 + z_2) + 20 \cdot 1,0 \cdot \left(\frac{1,0}{2} + z_2 \right) - 40 z_2 \cdot \frac{z_2}{2}. \end{aligned}$$

Donc l'équation du changement du moment intérieure fléchissant le long du segment b est suivante:

$$M_{f2} = 80 + 90z_2 - 20z_2^2. \quad (2.16)$$

Cette équation représente l'équation de la parabole. Pour construire l'épure du moment M_{f2} il faut calculer des valeurs de ce moment en limites du segment et au point d'intersection de la ligne droite de l'équation (2.15) avec l'axe z :

$$\text{si } z_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad M_{f2} = 80 + 90 \cdot 0 - 20 \cdot 0^2 = 80 \text{ kNm};$$

$$\text{si } z_2 = b = 4,0 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad M_{f2} = 80 + 90 \cdot 4,0 - 20 \cdot 4,0^2 = 120 \text{ kNm}.$$

Pour trouver la coordonnée de troisième point on utilise l'équation (2.15) quand $Q_{y2} = 0$:

$$0 = 90 - 40z_2,$$

d'où

$$z_2 = \frac{90}{40} = 2,25 \text{ m}.$$

$$\text{Donc si } z_2 = 2,25 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad M_{f2} = 80 + 90 \cdot 2,25 - 20 \cdot 2,25^2 = 181,25 \approx 181 \text{ kNm}.$$

Le segment 3.

On trace la section transversale qui partage la poutre en deux parties: gauche et droite. Pour la poutre examinée c'est la partie droite dont la longueur de laquelle est z_3 (fig. 2.7a). Les limites du changement de la valeur z_3 : $c \geq z_3 \geq 0$.

La force intérieure transversale en cette section est déterminée selon (2.4):

$$Q_{y3} = \sum_{i=1}^m F_i = -R_B + q_{bc} z_3 = -160 + 40z_3.$$

Donc l'équation du changement de la force intérieure transversale en long du segment c est suivante:

$$Q_{y3} = -160 + 40z_3. \quad (2.17)$$

Cette équation représente l'équation d'une droite. Pour construire l'épure de la force Q_{y3} il est suffisant de calculer les valeurs de cette force en limites du segment:

$$\text{si } z_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad Q_{y3} = -160 + 40 \cdot 0 = -160 \text{ kN};$$

$$\text{si } z_3 = c = 1,0 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad Q_{y3} = -160 + 40 \cdot 1,0 = -120 \text{ kN}.$$

Le moment intérieure fléchissant dans cette section est déterminé comme (2.5):

$$M_{f3} = \sum_{i=1}^n M_i = R_B z_3 - q_{bc} z_3 \cdot \frac{z_3}{2} = 160 \cdot z_3 - 40 \cdot z_3 \cdot \frac{z_3}{2}.$$

Donc l'équation du changement du moment intérieure fléchissant le long du segment c est suivante:

$$M_{f3} = 160z_3 - 20z_3^2. \quad (2.18)$$

Cette équation représente l'équation d'une parabole. Pour construire l'épure du moment M_{f3} il faut calculer des valeurs de ce moment en limites du segment et au milieu du segment c (parce que la ligne droite de l'équation (2.17) ne croise pas l'axe z):

$$\text{si } z_3 = 0 \quad M_{f3} = 160 \cdot 0 - 20 \cdot 0^2 = 0 \text{ kNm};$$

$$\text{si } z_3 = \frac{c}{2} = \frac{1,0}{2} = 0,5 \text{ m} \quad M_{f3} = 160 \cdot 0,5 - 20 \cdot 0,5^2 = 75 \text{ kNm};$$

$$\text{si } z_3 = c = 1,0 \text{ m} \quad M_{f3} = 160 \cdot 1,0 - 20 \cdot 1,0^2 = 140 \text{ kNm}.$$

Après avoir pris l'échelle de la force (nombre des kN dans un mm du dessin) et l'échelle du moment (nombre des kNm dans un mm du dessin) on construit les épures des Q_f et M_f qui ont représenté sur la fig. 2.7b et fig. 2.7c.

Vérification de la construction des épures des facteurs intérieurs.

Méthode des sauts. Selon cette méthode le changement du facteur intérieur est égal à la charge extérieure. Les valeurs des sauts des facteurs intérieurs et les valeurs des charges extérieures aux points de leur application (points a, b, c et d sur la fig. 2.7a) sont représentées dans le tableau 2.2.

Tableau 2.2.

Vérification des épures des facteurs intérieurs

Point d'application de la charge concentrée extérieure (fig. 2.7a)	Saut de la force Q_y (fig. 2.7b) kN	Force extérieure concentrée kN	Saut du moment M_f kNm	Moment extérieur kNm
a	70	$R_A = 70$	0	
b	0	0	0	
c	$120-70=50$	$F = 50$	$140-120=20$	$M = 20$
d	160	$R_B = 160$	0	0

La comparaison montre que les sauts des facteurs intérieurs sont égaux aux charges extérieures.

Méthode différentielle. Dans cette méthode on utilise l'indépendance différentielle (2.6) et (2.7) entre les fonctions $M_f = M_f(z)$, $Q_y = Q_y(z)$ et $q = q(z)$.

Segment 1.

L'équation du moment fléchissant intérieur (2.14): $M_{f1} = 70 \cdot z_1 + 10z_1^2$.

La dérivée du moment M_{f1} : $\frac{dM_{f1}}{dz_1} = 70 + 20z_1$.

L'équation de la force intérieure transversale (3.13): $Q_{y1} = 70 + 20z_1$.

$$\text{Donc } \frac{dM_{f1}}{dz_1} = Q_{y1}.$$

La dérivée de la force Q_{y1} : $\frac{dQ_{y1}}{dz_1} = 20$.

Selon le devoir la charge distribuée $q_a = 20$.

$$\text{Donc } \frac{dQ_{y1}}{dz_1} = q_a.$$

Conclusion: *pour le segment 1* les équations des facteurs intérieurs sont justes.

Segment 2.

L'équation du moment fléchissant intérieur (2.16): $M_{f2} = 80 + 90z_2 - 20z_2^2$.

La dérivée du moment M_{f2} : $\frac{dM_{f2}}{dz_2} = 90 - 40z_2$.

L'équation de la force intérieure transversale (2.15): $Q_{y2} = 90 - 40z_2$.

$$\text{Donc } \frac{dM_{f2}}{dz_2} = Q_{y2}.$$

La dérivée de la force Q_{y2} : $\frac{dQ_{y2}}{dz_2} = -40$.

Selon le devoir la charge distribuée $q_{bc} = -40$.

$$\text{Donc } \frac{dQ_{y2}}{dz_2} = q_{bc}.$$

Conclusion: *pour le segment 2* les équations des facteurs intérieurs sont vraies.

Segment 3.

L'équation du moment fléchissant intérieur (3.18): $M_{f3} = 160z_3 - 20z_3^2$.

La dérivée du moment M_{f3} : $\frac{dM_{f3}}{dz_3} = 160 - 40z_3$.

L'équation de la force intérieure transversale (3.17): $Q_{y3} = -160 + 40z_3$.

$$\text{Donc } \frac{dM_{f3}}{z_3} = -Q_{y3}.$$

La dérivée de la force Q_{y3} : $\frac{dQ_{y3}}{z_3} = 40$.

La charge distribuée $q_{bc} = -40$.

$$\text{Donc } \frac{dQ_{y3}}{z_3} = -q_{bc}.$$

Pour le segment 3 la dérivée du moment M_f est égale à la force Q_y et la dérivée de la force Q_y est égale à la charge q mais avec le signe opposé. Le résultat est vrai parce qu'on utilise le système des coordonnées gauche.

Conclusion: *pour le segment 3* les équations des facteurs intérieurs sont vraies.

Selon les résultats de deux méthodes il est possible d'affirmer que les épures des facteurs intérieurs sont vraies.

2.3.3. Détermination des dimensions des sections transversales de la poutre

Dans le devoir il faut déterminer les dimensions de la section de la poutre à la condition de la résistance et choisir la section la plus économique parmi trois variantes: - ronde, rectangulaire avec le rapport des côtés $\alpha = \frac{h}{b} = 1,7$ et profile en double-T.

La résistance de la poutre est assurée si les contraintes normales maximales de tous segments ne dépassent pas les valeurs admissibles. C'est-à-dire:

$$\sigma_{f \max} = \frac{M_{f \max}}{W_x} \leq [\sigma]. \quad (2.19)$$

D'après l'épure des moments fléchissant intérieurs (fig. 3.7c) $M_{f \max} = 181 \text{ kNm}$ (ou $M_{f \max} = 181 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$). La section transversale est la même pour tous les segments.

D'après la condition (2.19) on trouve la valeur nécessaire du moment axial de la résistance:

$$W'_x \geq \frac{M_{f \max}}{[\sigma]} = \frac{181 \cdot 10^6}{160} = 1,13 \cdot 10^6 \text{ mm}^3 \quad (2.20)$$

Le diamètre de la section ronde.

Le moment axial de la résistance pour cercle est égal à: $W'_x = 0,1(d')^3$, d'où on trouve le diamètre nécessaire de la poutre:

$$d' \geq \sqrt[3]{\frac{W'_x}{0,1}} = \sqrt[3]{\frac{1,13 \cdot 10^6}{0,1}} = 224,4 \text{ mm}$$

D'après le standard (ANNEXE 2) on choisi le diamètre de la poutre:

$$d = 240 \text{ mm}.$$

Le schéma de la section ronde de la poutre est représenté sur la fig. 2.8a.

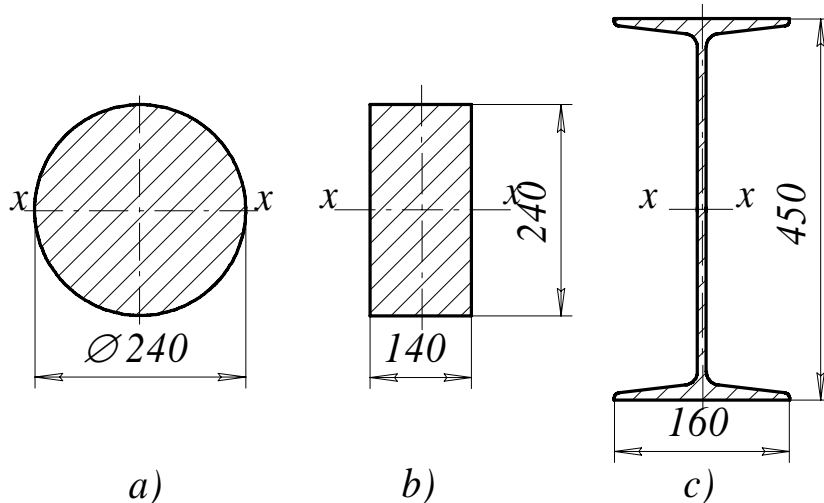


Fig. 3.8. Les formes de la section de la poutre
a) ronde: b) rectangulaire: c) en double -T

Les dimensions de la section rectangulaire.

Le moment axial de la résistance pour rectangle est égale à: $W'_x = \frac{b'(h')^2}{6}$, où $h:b = 1,7$. De ces deux expressions on trouve l'hauteur nécessaire de la poutre:

$$W'_x = \frac{1,7}{6} \frac{(h')^2}{10,2} = \frac{(h')^3}{10,2}, \quad \text{d'où } h' \geq \sqrt[3]{10,2 W'_x} = \sqrt[3]{10,2 \cdot 1,13 \cdot 10^6} = 225,9 \text{ mm.}$$

Respectivement la largeur nécessaire de la poutre est égale:

$$b' = \frac{h'}{1,7} = \frac{225,9}{1,7} = 132,9 \text{ mm.}$$

D'après le standard (ANNEXE 2) on choisit les dimensions du rectangle de la poutre:

$$h = 240 \text{ mm, et } b = 140 \text{ mm.}$$

Le schéma de la section rectangulaire de la poutre est représenté sur la fig. 3.8b.

Les dimensions du profile en double-T.

On choisit le numéro du profile en double-T selon ANNEXE 3 en utilisant la valeur nécessaire du moment axial de la résistance en cm^3 :

$$W'_x = 1130 \text{ cm}^3.$$

La valeur du moment axial de la résistance la plus grande voisine a le profile №45 avec $W_x = 1220 \text{ cm}^3$

Le schéma de la section en double-T de la poutre est représenté sur la fig. 2.8c.

Le résultat total de la détermination des dimensions de la section transversale de la poutre est représenté dans le tableau 2.3.

Tableau 2.3.

Le résultat du calcul de la poutre

Paramètre	Forme de la section		
	Cercle $d = 240 \text{ mm}$	Rectangle $b \times h = (140 \text{ mm}) \times (240 \text{ mm})$	Profile en double-T №45
Surface	$A_c = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} 240^2 =$ $= 45238 \text{ mm}^2 =$ $= 4,524 \text{ dm}^2$	$A_r = b \cdot h = 140 \cdot 240 =$ $= 33600 \text{ mm}^2$ $= 3,360 \text{ dm}^2$	$A_p = 8300 \text{ mm}^2$ $= 0,830 \text{ dm}^2$
Moment axial de la résistance	$W_{xc} = 0,1 \cdot d^3 =$ $= 0,1 \cdot 240^3 =$ $= 1\,382\,400 \text{ mm}^3$	$W_{xr} = \frac{bh^2}{6} =$ $= \frac{140 \cdot 240^2}{6} =$ $= 1\,344\,000 \text{ mm}^3$	$W_{xp} = 1\,220\,000 \text{ mm}^3$
Contraintes normales	$\sigma_{fc} = \frac{M_{f \max}}{W_{xc}} =$ $= \frac{181\,000\,000}{1\,382\,400} =$ $= 131 \text{ MPa}$	$\sigma_{fr} = \frac{M_{f \max}}{W_{xr}} =$ $= \frac{181\,000\,000}{1\,344\,000} =$ $= 135 \text{ MPa}$	$\sigma_{pr} = \frac{M_{f \max}}{W_{xp}} =$ $= \frac{181\,000\,000}{1\,220\,000} =$ $= 149 \text{ MPa}$
Contraintes normales admissibles	$[\sigma] = 160 \text{ MPa}$		
Condition de la résistance $\sigma_f \leq [\sigma]$	$131 \leq 160$	$135 \leq 160$	$149 \leq 160$
Masse de la poutre ²	$m_c = \rho A_c l_{abc} =$ $= 7,85 \cdot 4,524 \cdot 60 =$ $= 2\,131 \text{ kg}$	$m_r = \rho A_r l_{abc} =$ $= 7,85 \cdot 3,360 \cdot 60 =$ $= 1583 \text{ kg}$	$m_p = \rho A_p l_{abc} =$ $= 7,85 \cdot 0,830 \cdot 60 =$ $= 390 \text{ kg}$

² Ici: $l_{abc} = a + b + c = 1,0 + 4,0 + 1,0 = 6 \text{ m} = 60 \text{ dm}$ - la longueur de la poutre,
 $\rho = 7,85 \text{ kg/dm}^3$ - la densité de l'acier

L'analyse du résultat au tableau 8 montre que la résistance de la poutre est assurée pour chaque forme de la section. Mais la masse minimale a la poutre avec la section du profile en double-T. C'est-à-dire on choisit pour la fabrication de la poutre du profile en double-T №45.

2.4. Questions d'autocontrôle sur le travail №3

1. Quelle est la différence entre la flexion pure et transversale?
2. Quelles sont les types des appuis des poutres et comment détermine-t-on les réactions de appuis?
3. Comment partage-t-on la poutre sur les segments?
4. Comment compose-t-on les équations des forces transversales intérieures et des moments fléchissant intérieurs pour une section arbitraire? Quelles types des lignes décriront ces équations?
5. Comment détermine-t-on le signe des facteurs intérieurs de forces?
6. Quelle l'indépendance existe entre les fonctions de la force transversale intérieure, du moment fléchissant intérieur et la charge distribuée extérieure?
7. Qu'est-ce que c'est que la couche neutre et l'axe neutre de la poutre?
8. Comment détermine-t-on les contraintes normales et comment se changent-elles de la hauteur de la poutre?
9. Comment détermine-t-on les contraintes tangentielles en cas de la flexion de la poutre?
10. Comment détermine-t-on le moment statique, le moment d'inertie et le moment de la résistance de la section ronde?
11. Comment détermine-t-on le moment statique, le moment d'inertie et le moment de la résistance de la section rectangulaire?
12. Décrivez la condition de la résistance de la poutre.

Index bibliographique

1. V. Féodossiev Résistance des matériaux. – USSR, Moscou: Editions «MIR», 1971. - 582p.
2. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. – Москва: Наука, 1972. - 544 с.
3. Présentation des resultats des travaux individuels (orientation professionnelle “Mécanique d’ingénieur”) / Les auteurs: V.Onichtchenko, E.Sidorova. Donetsk, DonNTU, 2006. – 12 p.
4. Писаренко Г.С. и др. Сопротивление материалов. – Киев: Техніка, 1979. – 696 с.
5. Снитко Н. К. Сопротивление материалов. Учебное пособие – Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1975. -368 с.
6. Кинасошвили Р. С. Сопротивление материалов. – М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1975. -384 с.
7. Ицкович Г. М. и др. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов. Учебное пособие для ВУЗов. – М.: Высшая школа, 1970. -542 с.

ANNEXES

ANNEXE 1. Propriétés mécaniques fondamentales des certains matériaux

Tableau 1.

Valeurs approximatives des contraintes admissibles

Matériel	Dureté, HB	[σ], Contraintes admissibles, MPa	
		traction	compression
fonte	140-230	30	150
acier St3	160-200	120	120
acier 45	180-240	180	180
acier 40X	230-280	260	260
cuivre	40-80	80	80
laiton	60-150	90	90
bronze	70-200	80	100
Duralumin	45-110	100	100

Tableau 2.

Valeurs des module de l'élasticité

Matériel	E MPa
Acier	210 000
Cuivre	100 000
Laiton	
Bronze	
Fonte	120 000
Duralumin	72 000

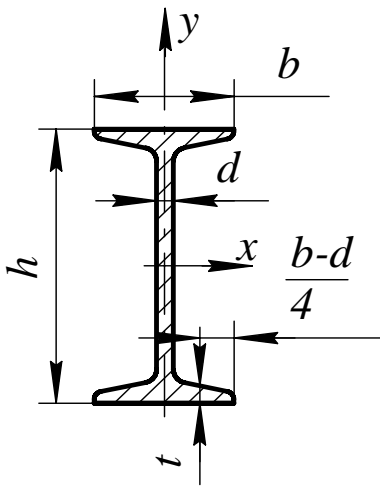
ANNEXE 2. Dimensions linéaires normalisées (ГОСТ-6636)

<i>Ra5</i>	<i>Ra10</i>	<i>Ra20</i>	<i>Ra40</i>	<i>Ra5</i>	<i>Ra10</i>	<i>Ra20</i>	<i>Ra40</i>
1.0	1.0	1.0	1.00 1.05 1.10 1.15	10	10	10	10.0 10.5 11.0 11.5
		1.2	1.2 1.3 1.4 1.5			12	12 13 14 15
1.6	1.6	1.6	1.6 1.7 1.8 1.9	16	16	16	16 17 18
		2.0	2.0 2.1 2.2 2.4			20	20 21 22 24
2.5	2.5	2.5	2.5 2.6 2.8 3.0	25	25	25	25 26 28 30
		3.2	3.2 3.4 3.6 3.8			32	32 34 36 38
4.0	4.0	4.0	4.0 4.2 4.5 4.8	40	40	40	40 42 45 48
		5.0	5.0 5.3 5.6 6.0			50	50 53 56 60
6.3	6.3	6.3	6.3 6.7 7.1 7.5	63	63	63	63 67 71 75
		8.0	8.0 8.5 9.0 9.5			80	80 85 90 95

Continuation de l'Annexe 2

<i>Ra5</i>	<i>Ra10</i>	<i>Ra20</i>	<i>Ra40</i>	<i>Ra5</i>	<i>Ra10</i>	<i>Ra20</i>	<i>Ra40</i>
100	100	100	100	1000	1000	1000	1000
		110	110			1120	1120
125	125	125	125	1250	1250	1250	1250
		140	140			1400	1400
160	160	160	160	1600	1600	1600	1600
		180	180			1800	1800
200	200	200	200	2000	2000	2000	2000
		220	220			2240	2240
250	250	250	250	2500	2500	2500	2500
		280	280			2800	2800
320	320	320	320	3150	3150	3150	3150
		360	360			3550	3550
400	400	400	400	4000	4000	4000	4000
		450	450			4500	4500
500	500	500	500	5000	5000	5000	5000
		560	560			5600	5600
630	630	630	630	6300	6300	6300	6300
		710	710			7100	7100
800	800	800	800	8000	8000	8000	8000
		900	900			9000	9000
			950				9500

ANNEXE 3. L'acier laminé à chaud. Les poutres en double-T (ГОСТ 8239-72)



- h - hauteur de la poutre
- b - largeur du rayon
- d - épaisseur du parois
- t - épaisseur moyenne de la planchette
- J_x - moment d'inertie
- W_x - moment de la résistance
- S_x - moment statique de la surface de la moitié de la section
- i_x - rayon d'inertie

№ du profil	La masse de l'unité de la longueur, kg/m	Les dimensions mm				La surface de la section, cm^2	Les caractéristique géométriques par rapport à l'axe						
		h	b	d	t		$x-x$				$y-y$		
							J_x cm^4	W_x cm^3	i_x cm	S_x cm^3	J_y cm^4	W_y cm^3	i_y cm
10	9.5	100	55	4.5	7.2	12.0	198	39.7	4.06	23.0	17.9	6.5	1.22
12	11.5	120	64	4.8	7.3	14.7	350	58.4	4.88	33.7	27.9	8.7	1.38
14	13.7	140	73	4.9	7.5	17.4	572	81.7	5.73	46.8	41.9	11.5	1.55
16	15.9	160	81	5.0	7.8	20.2	873	109.0	6.57	62.3	58.6	14.5	1.70
18	18.4	180	90	5.1	8.1	23.4	1290	143.0	7.42	81.4	82.6	18.4	1.88
18a	19.9	180	100	5.1	8.3	25.4	1430	159	7.51	89.8	114	22.8	2.12
20	21.0	200	100	5.2	8.4	26.8	1840	184	8.28	104	115	23.1	2.07
20a	22.7	200	110	5.2	8.6	28.9	2030	203	8.37	114	155	28.2	2.32
22	24.0	220	110	5.4	8.7	30.6	2550	232	9.13	131	157	28.6	2.27
22a	25.8	220	120	5.4	8.9	32.8	2790	254	9.22	143	106	34.3	2.5
24	27.3	240	115	5.6	9.5	34.8	3460	289	9.97	163	198	34.5	2.37

24a	29.4	240	125	5.6	9.8	37.5	3800	317	10.10	178	260	41.6	2.63
27	31.5	270	125	6.0	9.8	40.2	5010	371	11.20	210	260	41.5	2.54
27a	33.9	270	135	6.0	10.2	43.2	5500	407	11.30	229	337	50.0	2.80
30	36.5	300	135	6.5	10.2	46.5	7080	472	12.30	268	337	49.9	2.69
30a	39.2	330	145	6.5	10.7	49.9	7780	518	12.50	292	436	60.1	2.95
33	42.2	330	140	7.0	11.2	53.8	9840	597	13.50	339	419	59.9	3.79
36	48.6	360	145	7.5	12.3	61.9	13380	743	14.70	423	516	71.1	2.89
40	57.0	400	155	8.3	13.0	72.6	19062	953	16.20	545	667	86.1	3.03
45	66.5	450	160	9.0	14.2	84.7	27697	1231	18.10	708	808	101.0	3.09
50	78.5	500	170	10.0	15.2	100.0	39727	1589	19.90	919	1043	123.0	3.23
55	92.6	550	180	11.0	16.5	118.0	55962	2035	21.80	1181	1356	151.0	3.39
60	108.0	600	190	12.0	17.8	138.0	76806	2560	23.60	1491	1725	182.0	3.54

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до самостійного виконання розрахункових робіт
з опору матеріалів
РОЗРАХУНКИ СТРИЖНІВ ТА БАЛОК НА МІЦНІСТЬ
(французькою мовою, для студентів напрямку “Інженерна механіка”)

Автори: Валентин Петрович Оніщенко
Олена Володимирівна Сидорова

Зареєстровано у методичному Центрі ДонНТУ за № 5302

Формат $60 \times 84^{1/16}$. Папір для принтерів.
Обл. вид. арк. 2,81. Тираж 30 прим.

Видруковано у Донецькому національному технічному університеті

83000, м. Донецьк, вул. Артема 58