

## ПОВЕРХНІ КОНГРУЕНЦІЙ КІЛ

Сименко О.В., к.т.н.

Красноармійський індустріальний інститут ДонНТУ

Тел. (06239) 2-00-42

**Анотація** – наведено аналітичний опис суцільної і лінійної конгруенцій кіл, площини яких належать пучку, і поверхонь конгруенцій, що мають складчасту форму.

**Ключові слова** – параметричні рівняння, циклічні поверхні, конгруенція кіл, складчастість, комп'ютерні зображення.

*Постановка проблеми.* Геометрична сутність схем формоутворення поверхонь багато у чому допомагає в управлінні її формою в процесі утворення. Бажаність застосування засобів комп'ютерної графіки потребує аналітичного представлення поверхні. Отже, конструктивна схема формоутворення поверхонь мусить мати аналітичну інтерпретацію спряжену з вхідними даними програм візуалізації.

*Аналіз останніх досліджень.* Формоутворення поверхонь проєкціювальними колами із спільною радикальною віссю досліджено в роботі [1]. В роботі [2] циклічний каркас поверхні утворюється колами, що є координатними лініями триортогональної системи координат. В роботі [3] циклічний каркас поверхні утворюється ортогональними траєкторіями сім'ї сфер з центрами на прямій. Засобами диференціальної геометрії встановлюються умови віднесення циклічної поверхні до ліній кривини для класів каналових поверхонь, каналових поверхонь Іоакімсталя і двічі каналової поверхні – цикліди Дюпена в роботах [2, 3, 4].

*Постановка завдання.* Метою дослідження є узагальнення аналітичного представлення суцільної і лінійної конгруенції кіл і на цій основі отримання параметричних рівнянь поверхонь цих конгруенцій.

*Основна частина.* Параметричні рівняння конгруенції кіл, розташованих у площинах пучка з віссю  $OZ$ , запишемо у вигляді

$$\begin{aligned}x &= [a(v) + r(v)\cos t]\cos u, \\y &= [a(v) + r(v)\cos t]\sin u, \\z &= r(v)\sin t.\end{aligned}\tag{1}$$

де  $a(v)$  – абсциса центра кола при  $u = 0$ ;

$r(v)$  – радіус кола;

$u, v$  – параметри конгруенції, причому  $u$  – параметр положення площини інциденції кіл в пучку площин з віссю  $OZ$ ;

$t$  – параметр положення точки на колі.

Проаналізуємо різновиди конгруенцій (1):

- $a(v)$  не є константою. При  $u = 0$  центри кіл належать осі  $OX$ , покриваючи її всуцільну, при змінному  $u$  центри кіл покривають область площини  $XOY$ . Конгруенцію кіл називають суцільною;
- $a(v) = \text{const} \neq 0$  – в площині  $u = 0$  маємо спільний центр кіл, який при змінному  $u$  описує коло центрів. Конгруенція має назву лінійної;
- $a(v) = 0$  – всі кола конгруенцій мають спільний центр у початку координат. Конгруенція припускає розшарування як на  $\infty$  сімей кіл у площинах пучка з віссю  $OZ$  так і на  $\infty$  сімей кіл на концентричних сферах, центр яких у початку координат;
- $a^2(v) + r^2(v) = c^2 = \text{const} \neq 0$  – конгруенція суцільна, утворена обертанням навколо осі  $OZ$  еліптичного пучка [б] кіл;
- $r^2(v) - a^2(v) = c^2 = \text{const} \neq 0$  – конгруенція суцільна, утворена обертанням навколо осі  $OZ$  гіперболічного пучка [б] кіл;
- $r^2(v) - a^2(v) = 0$  – конгруенція суцільна, утворена обертанням навколо осі  $OZ$  параболічного пучка [б] кіл.

Виділимо з конгруенції кіл (1) циклічну поверхню, зв'язавши параметри  $u$  і  $v$  функцією

$$v = u, \quad (2)$$

яка по відношенню до (1) є внутрішнім рівнянням.

У загальному вигляді отримаємо параметричні рівняння класу циклічних поверхонь, циклічний каркас яких розташований у площинах пучка з віссю  $OZ$ :

$$\begin{aligned} x &= [a(u) + r(u)\cos t]\cos u, \\ y &= [a(u) + r(u)\cos t]\sin u, \\ z &= r(u)\sin t. \end{aligned} \quad (3)$$

Розглянемо частинні випадки поверхонь з класу (3), які будемо подавати внутрішніми по відношенню (3) рівняннями.

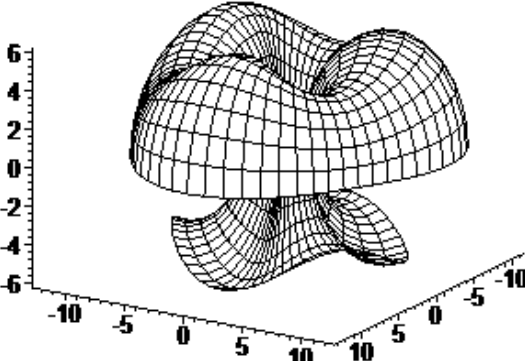
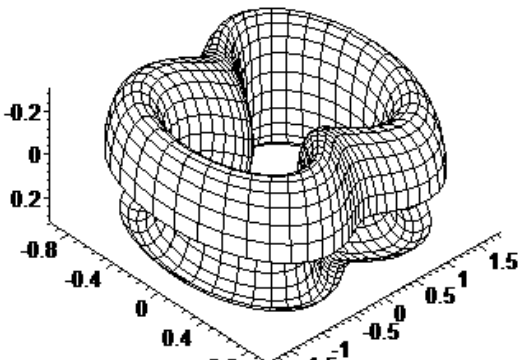
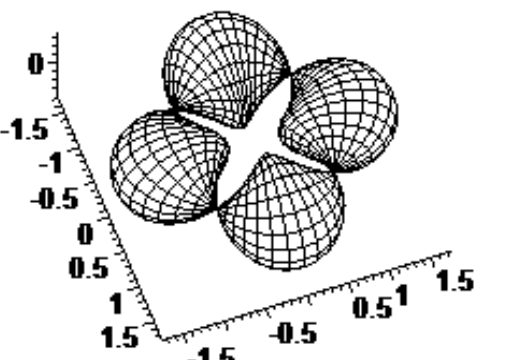
- 1) Поверхня, лінія центрів якої – коло радіуса  $c$ , а радіус подається функцією  $r(u) = b + d \cos(nu)$ .
- 2) Поверхня з лінією каркасу сталого радіуса, лінія центрів в якої має внутрішнє рівняння  $a(u) = 1 + 0.5 \cos(nu)$ .
- 3) Поверхня лінією центрів якої є коло, а радіус подається функцією  $r(u) = 0.7 \cos(nu)$ .
- 4) Поверхня, лінія центрів в якої має внутрішнє рівняння  $a(u) = \cos(nu)$ , а радіус подається функцією  $r(u) = \sin(2u)$ .

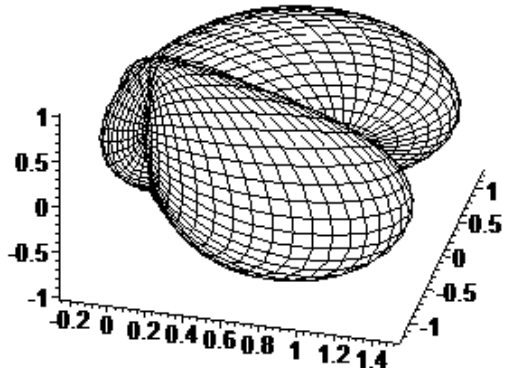
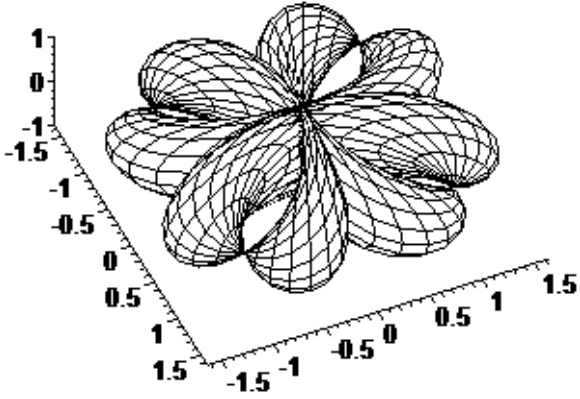
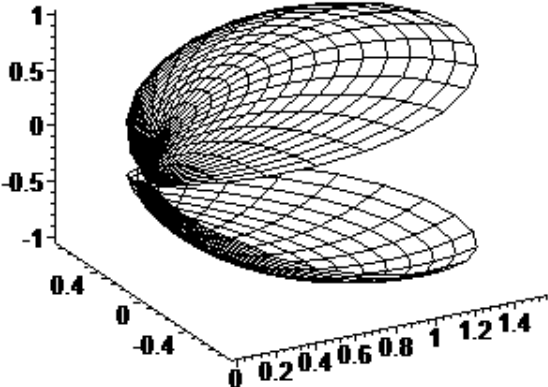
5) Поверхня, лінія центрів якої подається функцією  $a(u) = \sqrt{2} \sin(2u)$ , а радіус – функцією  $r(u) = \cos(2u)$ .

6) Поверхня, з лінією центрів  $a(u) = \cos(nu)$  і радіусом  $r(u) = \cos(nu)$ .

Таблиця

Інтервали значення параметрів і зображення поверхонь

№	Інтервали значень $t, u$	Зображення поверхонь
1	$c=7, b=5, n=3, d=1$ $u \in [0, 2\pi], t \in [0, 5]$	
2	$r=0.3, n=2$ $u \in [0, 2\pi]$	
3	$a=1, n=2$ $u \in [0, 2\pi], t \in [0, 2\pi]$	

4	$n=1$ $u \in [0, 2\pi], t \in [0, 2\pi]$	
5	$n=2$ $u \in [0, 2\pi], t \in [0, 2\pi]$	
6	$n=1$ $u \in [0, 2\pi], t \in [0, 2\pi]$	

#### Література

1. Сименко О.В. Аналітичні та комп'ютерно-графічні моделі нетрадиційних систем проєкціювання та їхніх проєкційовальних поверхонь: дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / О.В.Сименко. – Донецьк, 2006, - 216с.
2. Лихачова В.В. Геометричне моделювання формоутворення триортогональних систем поверхонь і відповідних систем координат: дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / В.В.Лихачова. - Донецьк, 2010, - 212с.

3. Фролов О.В. Віднесення поверхонь до ліній кривини стосовно проектування оболонок: дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / О.В.Фролов. - Донецьк, 2005, - 244с.
4. Иванов В.Н. Конструирование оболочек на основе каналовых поверхностей Иоахимсталя: Вестник РУДН: специальный выпуск «Инженерные исследования». / В.Н.Иванов. - 2000, - С. 23-30.
5. Каган В.Ф. Основы теории поверхностей. / В.Ф.Каган. - Ч. II. М.–Л.–ОГИЗ–ГОСТЕХИЗДАТ. – 1948. – 707с.
6. Мантуров О.В. Толковый словарь математических терминов. / О.В. Мантуров, Ю.К.Солнцев, Ю.И.Соркин, Н.Г.Федин. – М.: Просвещение. – 1965. – 539с.

## **ПОВЕРХНОСТИ КОНГРУЭНЦИИ ОКРУЖНОСТЕЙ**

Сименко Е.В.

***Аннотация*** – предложены параметрические уравнения конгруэнции окружностей, плоскости которых расположены в пучке. заданием двух функций от одного и того же параметра из конгруэнции выделяется циклическая поверхность, которая визуализируется средствами компьютерной графики.

## **SURFACES OF CIRCLES CONGRUENCE**

Simenko E.V.

**Parametric equations of circles congruence are equated. By choice of two functions from the same parameter a cyclic surface is discriminated. A surface is described by means of computer graphics.**