

УДК 515.2

АНАЛІТИЧНІ ТА КОМП'ЮТЕРНІ МОДЕЛІ ГВИНТОВИХ НАРІЗОК

Сименко О.В., к.т.н.

Красноармійський індустріальний інститут ДонНТУ

Тел. (06239) 2-01-54

Анотація - Пропонується синтез аналітичних та комп'ютерних моделей гвинтових нарізок метричної, трапецеїдальної та упорної різьб.

Ключові слова – гвинтові лінії, параметричні рівняння, метрична різьба, трапецеїдальна різьба, упорна різьба, профіль гвинтової нарізки.

Постановка проблеми. Комп'ютерно-графічні моделі автоматизованих систем наукових досліджень, проектування і технологічної підготовки виробництва спираються на аналітичні моделі, тому синтез аналітичної моделі складного об'єкта із декількох його складових є актуальною проблемою.

Аналіз досягнень і публікацій. Теоретичні основи аналітичного моделювання поверхонь складної геометричної форми містять роботи проф. Скидана І.А. [1, 2, 3] та його учнів. Ці роботи в узагальненому вигляді [2, 3] інтерпретують відомі конструктивні способи формоутворення поверхонь: кінематичний [1], виділенням із конгруенцій ліній [4], перетвореннями [5], виділенням із множини прямих та кривих променів спеціальних систем проєкціювання [6], застосуванням спеціальних координат простору [1, 7]. Завдяки параметричному представленню поверхонь, їхні аналітичні моделі без проблем використовуються як вхідні дані сучасних пакетів комп'ютерно-графічної візуалізації.

Постановка задачі. Ґрунтуючись на проєкціюванні співосними циліндричними гвинтовими лініями сталого кроку, отримати параметричні рівняння поверхонь гвинтових нарізок як сукупності гвинтових променів, що проєкціюють відрізки прямих, з яких складається основний профіль нарізки. Будемо розрізняти основний та номінальний профіль гвинтової нарізки.

Номінальний профіль регламентується стандартами, базується на основному і відрізняється від нього технологічними елементами, як-то: притупленнями крайок, округленнями, тощо. Як правило, первісне нарізання різьби здійснюють за неповним основним профілем.

Доведення до номінального профілю здійснюють на другому етапі оброблення.

Оскільки розміри спрямлень та округлень на порядок менші за розміри елементів основного профілю, аналітичну та наочну комп'ютерну моделі різьбової нарізки складатимемо лише для основного профілю. Параметри, що входять до параметричних рівнянь ланок основного профілю, будемо визначати в залежності від стандартних розмірів, що характеризують основний чи номінальний профілі відповідної різьби.

Основний зміст. Параметричні рівняння множини (конгруенції) циліндричних гвинтових ліній сталого кроку h , співосних осі OZ [6]

$$x = v \cos(\omega + t), \quad y = v \sin(\omega + t), \quad z = \frac{h(\omega + t)}{2\pi} + u, \quad (1)$$

де v - радіус циліндра інциденції гвинтової лінії, ω - кутовий, u - лінійний параметри положення гвинтової лінії на циліндрі інциденції.

Перетнемо конгруенцію площиною $y=0$. Отримаємо $\omega = -t$,

$$x_0 = v_0, \quad y = 0, \quad z_0 = u_0, \quad (2)$$

де v_0, u_0 - змінні радіус циліндра інциденції та лінійний параметр положення на ньому гвинтової лінії.

Щоб виділити з конгруенції (1) поверхню, необхідно подати її профіль

$$x_0 = v_0 = f(w), \quad z_0 = u_0 = \psi(w) \quad (3)$$

і рівняння поверхні з профілем (3) отримаємо з (1) при $\omega = 0, v = v_0, u = u_0$

$$x = f(w) \cos t, \quad y = f(w) \sin t, \quad z = \psi(w) + \frac{ht}{2\pi}. \quad (4)$$

Будемо отримувати параметричні рівняння для кожної складової поверхні гвинтової нарізки у вигляді (4) попередньо визначивши рівняння ланок профілю у вигляді (3). При цьому зручно перейти від параметра w до параметра z_0 , усунувши w з рівнянь (3).

Метрична різьба (СТ СЭВ 180-75, СТ СЭВ 181-75, СТ СЭВ 182-75, ГОСТ 9150-81). Основний профіль метричної різьби – рівносторонній трикутник (рис. 1).

Ланка AB :

$$x_0 = r_1 + (r - r_1)w, \quad z_0 = (r - r_1)wtg\alpha.$$

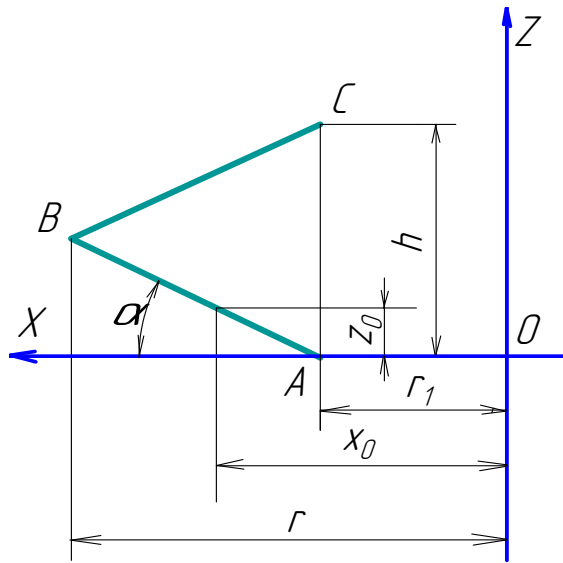


Рис. 1. Основний профіль метричної різьби

Визначимо w з другого рівняння і підставимо до першого. Отримаємо

$$x_0 = r_1 + \frac{z_0}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (5)$$

і параметричні рівняння (4) набувають вигляду

$$x = x_0 \cos t, \quad y = x_0 \sin t, \quad z = z_0 + \frac{ht}{2\pi}, \quad (6)$$

де x_0 має вираз (5), а z_0 – параметр.

Ланка BC :

$$x_0 = r - (r - r_1)w, \quad z_0 = (r - r_1)\operatorname{tg} \alpha (1 + w).$$

Усуненням параметра w досягаємо:

$$x_0 = r - (z_0 - (r - r_1)\operatorname{tg} \alpha) / \operatorname{tg} \alpha \quad (7)$$

Параметричні рівняння косою гелікоїдою мають вигляд (6), де x_0 має вираз (7). Заміна параметра w на параметр z_0 виправдано тим, що гвинтову нарізку краще обмежувати площинами, перпендикулярними осі OZ . Нижню межу отримаємо після підстановки до третього з рівнянь (6) $z=0$, верхню – підстановкою $z=2h$. В результаті для ланки AB отримаємо межі:

$$0 \leq z_0 \leq (r - r_1)\operatorname{tg} \alpha, \quad -\frac{2\pi z_0}{h} \leq t \leq \frac{2\pi(2h - z_0)}{h},$$

для ланки BC :

$$(r - r_1)\operatorname{tg} \alpha \leq z_0 \leq 2(r - r_1)\operatorname{tg} \alpha, \quad -\frac{2\pi z_0}{h} \leq t \leq \frac{2\pi(2h - z_0)}{h}.$$

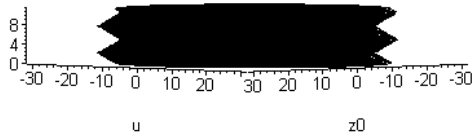


Рис. 2. Гвинтова нарізка метричної різьби

На рис. 2 показано гвинтову нарізку метричної різьби, виконану з використанням пакета MAPLE за наведеною аналітичною моделлю. Вхідні дані визначались і обчислювались за таблицями і співвідношеннями, регламентованими стандартами для різьби номінального діаметра 60 мм і кроку $h=5,5$ мм

$$d = 60, d_2 = 56,428, p = h = 5,5, H = 0,866 p, r = \frac{d_2 + H}{2}, r_1 = \frac{d_2 - H}{2},$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6}.$$



Рис. 3. Гвинтова нарізка метричної різьби на стрижні



Рис. 4. Гвинтова нарізка метричної різьби в отворі

На рис. 3 з використанням пакету КОМПАС показано гвинтову нарізку метричної різьби на стрижні, на рис. 4 – в отворі.

Трапецеїдальна різьба (ГОСТ 9487-73, СТ СЭВ 146-75). Основним профілем трапецеїдальної різьби є рівнобічна трапеція (рис. 5).

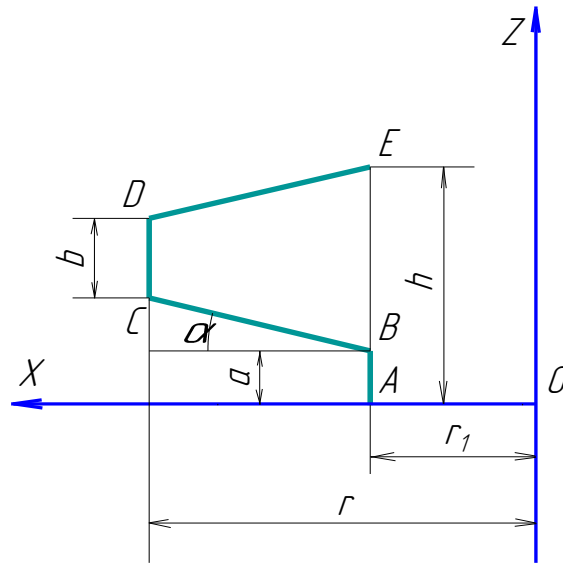


Рис. 5. Основний профіль трапецеїдальної різьби

Ланка AB : $x_0 = r_1, \quad z_0 = aw.$

Оскільки прийдеться переходити від параметра w до параметра z_0 і межі зміни $0 \leq w \leq 1$, перехід буде забезпечено межами зміни $0 \leq z_0 \leq a$.

Поверхня, що описується ланкою AB , є циліндр, а координатними лініями на ньому згідно з (6) будуть кола у площинах $z_0 = const$ та гвинтові лінії.

Межі зміни криволінійної координати t будуть для всіх ланок однаковими, такими ж як і для ланок метричної різьби.

Ланка BC : $x_0 = r_1 + (r - r_1)w, \quad z_0 = a + (r - r_1)wtg\alpha,$
або в результаті усунення w

$$x_0 = r_1 + \frac{z_0 - a}{tg\alpha}. \quad (8)$$

Параметричні рівняння поверхні косого гелікоїда з твірною ланкою BC – (6) при x_0 з (8). Межі зміни z_0 $a \leq z_0 \leq a + (r - r_1)tg\alpha$.

Ланка CD : $x_0 = r, \quad z_0 = a + (r - r_1)tg\alpha + bw.$

Як і у випадку ланки AB w вплине на межі зміни параметра z_0 . Параметричні рівняння поверхні (циліндричної) утвореної ланкою CD – (6) при межах зміни z_0 $a + (r - r_1)tg\alpha \leq z_0 \leq a + (r - r_1)tg\alpha + b$.

Ланка DE :

$$x_0 = r_1 - (r - r_1)w, \quad z_0 = a + b + (r - r_1)tg\alpha(1 + w),$$

або в результаті усунення w

$$x_0 = r - \frac{z_0 - a - b - (r - r_1)tg\alpha}{tg\alpha}. \quad (9)$$

Параметричні рівняння косою гелікоїда, який описує ланка DE , - (6) при x_0 згідно з (9). Інтервал зміни z_0 $a + b + (r - r_1) \operatorname{tg} \alpha \leq z_0 \leq a + b + 2(r - r_1) \operatorname{tg} \alpha$.

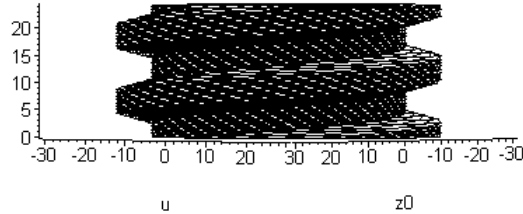


Рис. 6. Гвинтова нарізка трапецеїдальної різьби

На рис. 6, виконаному з використанням пакета MAPLE, показано гвинтову нарізку трапецеїдальної різьби номінального діаметра $d=60$ мм, кроку $p=h=12$ мм. Решта розмірів, що характеризують профіль різьби, визначено із співвідношень, регламентованих стандартами:

$$H_1 = 0,5 p, a_c = 0,5, H = 1,866 p, r = \frac{d}{2}, \alpha = \frac{\pi}{12}, r_1 = 0,5(d - 2H_1 - 2a_c),$$

$$b_c = H \operatorname{tg} \frac{\pi}{12}, b = b_c \frac{H - H_1}{H}, a = b_c \frac{H - H_1 - 2a_c}{H}.$$



Рис. 7. Гвинтова нарізка трапецеїдальної різьби на стрижні



Рис. 8. Гвинтова нарізка трапецеїдальної різьби в отворі

На рис. 7 представлено зображення гвинтової нарізки на стрижні, на рис. 8 – в отворі. Зображення отримані застосуванням пакета КОМПАС.

Упорна різьба (ГОСТ 10171-62). Основний профіль упорної різьби – трапеція з кутом нахилу бічних сторін $\alpha = \frac{\pi}{6}$, $\beta = \frac{\pi}{60}$ (рис. 9).

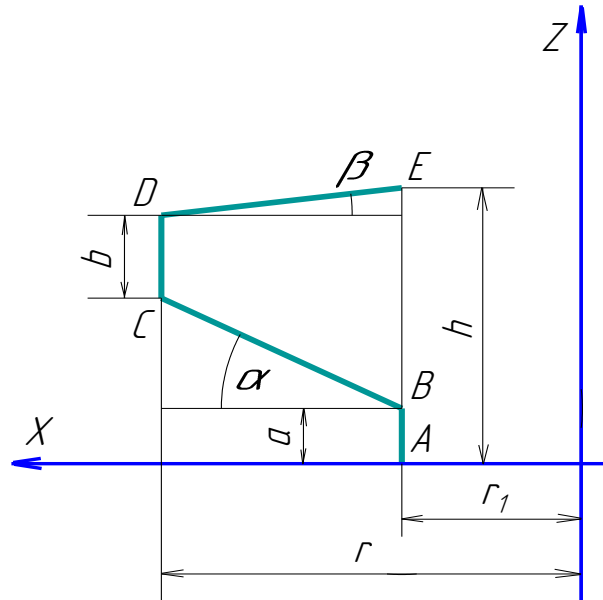


Рис. 9. Основний профіль упорної різьби

Ланка AB : $x_0 = r_1, z_0 = aw$.

Інтервалу зміни параметра w $0 \leq w \leq 1$ відповідає інтервал зміни z_0 $0 \leq z_0 \leq a$.

Параметричні рівняння циліндра з твірною AB в криволінійних координатах $z_0 = \text{const}$ - кола, та $t = \text{const}$ - гвинтові лінії, - (6).

Ланка BC : $x_0 = r_1 + (r - r_1)w, z_0 = a + (r - r_1)w \text{tg} \alpha$,

або в результаті усунення параметра w

$$x_0 = r_1 + (z_0 - a) \text{tg} \alpha. \quad (10)$$

Параметричні рівняння косою гелікоїда з твірною BC – (6), де x_0 має вираз (10), а z_0 – параметр. Інтервал зміни параметра z_0 $a \leq z_0 \leq a + (r - r_1) \text{tg} \alpha$.

Ланка CD : $x_0 = r, z_0 = a + (r - r_1) \text{tg} \alpha + bw$,

інтервалу зміни w $0 \leq w \leq 1$ відповідає інтервал зміни z_0 $a + (r - r_1) \text{tg} \alpha \leq z_0 \leq a + (r - r_1) \text{tg} \alpha + b$. Параметричні рівняння циліндра з твірною CD – (6).

Ланка DE : $x_0 = r_1 - (r - r_1)w, z_0 = a + b + (r - r_1) (\text{tg} \alpha + w \text{tg} \beta)$,

або після усунення параметра w

$$x_0 = r - \frac{z_0 - a - b - (r - r_1) \text{tg} \alpha}{\text{tg} \beta}. \quad (11)$$

Параметричні рівняння косою гелікоїда з твірною DE – (6), де x_0 має вираз (11). Інтервал зміни параметра z_0
 $a + b + (r - r_1) \operatorname{tg} \alpha \leq z_0 \leq a + b + (r - r_1) (\operatorname{tg} \alpha + w \operatorname{tg} \beta)$.

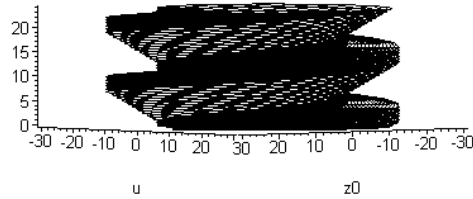


Рис. 10. Гвинтова нарізка упорної різьби

На рис. 10 показано гвинтову нарізку упорної різьби номінального діаметра $d=60$ мм, кроку $p=h=12$ мм, зображення якої отримано застосуванням пакета MAPLE. Розміри основного профілю визначені за таблицями та співвідношеннями стандарту:

$$d = 60, p = h = 12, \alpha = \frac{\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{60}, i = 0,4189, H = 1,5878, h_1 = 0,8677 p,$$

$$b = i(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta), a = \frac{(p - b)(H - i - h_1)}{H - i}, r = \frac{d}{2}, r_1 = r - h_1.$$



Рис. 11. Гвинтова нарізка упорної різьби на стрижні



Рис. 12. Гвинтова нарізка упорної різьби в отворі

На рис. 11, 12 показано виконані з використанням пакета КОМПАС наочні зображення гвинтової нарізки упорної різьби: на стрижні (рис. 11), в отворі (рис. 12).

Висновки. Загальний вираз складної поверхні гвинтових нарізок (6) при різних внутрішніх рівняннях складових (3) дозволяє у компактній та зручній для використання формі застосовувати

наведену аналітичну модель у автоматизованих системах наукових досліджень, проектування та виробництва.

Програмне забезпечення комп'ютерної візуалізації гвинтових нарізок передано у видавництво «Вища школа» для підготовки ілюстрацій відповідних розділів у навчальній літературі.

Література

1. *Скидан І.А.* Геометрическое моделирование кинематических поверхностей в специальных координатах. Дис. докт. техн. наук. 05.01.01. – М., 1989. – 340 с.
2. *Скидан І.А.* Спеціальні параметризації простору і поверхонь // Геометричне та комп'ютерне моделювання: 21 наук. праця: Редкол.: Л.М. Куценко (відпов. ред.) та ін.; Харк. держ. університет харчування та торгівлі. - Харків, 2005. - С. 6-12.
3. *Скидан І.А.* Загальна аналітична теорія прикладного формоутворення на основі глобальної параметризації // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці / Таврійська державна агротехнічна академія. Вип. 4. - Т. 13. - Мелітополь: ТДАТА. - 2001. - С. 22-28.
4. *Скидан І.А., Зверева С.А.* Аналитические и компьютерные модели поверхностей, выделяемых из конгруэнций прямых // Прикладная геометрия и инженерная графика. Труды / Таврическая государственная агротехническая академия. - Вып. 4. - Т. 3. - Мелитополь: ТГАТА. - 1998. - С. 14-20.
5. *Гайдар О.Г.* Аналітичні моделі поверхонь на основі перетворень і тангенціальних рівнянь: Дис... канд. техн. наук: 05.01.01. – Донецьк, 2001. – 178 с.
6. *Сименко О.В.* Аналітичні та комп'ютерно-графічні моделі нетрадиційних систем проєкціювання та їхніх проєкціювальних поверхонь. Дис... канд. техн. наук: 05.01.01. – Донецьк, 2006. – 216 с.
7. *Коломієць О.А.* Математичні та комп'ютерні моделі поверхонь в спеціальних нормальних координатах: Дис... канд. техн. наук: 05.01.01. – Донецьк, 2000. – 219 с.

ANALYTIC AND COMPUTER MODELS OF SCREW THREADS

O. Simenko

Summary

Parametrical equations of screw surfaces as the whole complex of screw rays that project straight line segments, the principal profile of a thread consists of, have been obtained.