

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ РАСЧЕТА СТЕРЖНЕЙ ПРИ ВНЕЦЕНТРОМ НАГРУЖЕНИИ

Онищенко В.П., Фомин И. А. (ДонНТУ, г. Донецк, Украина)

При внецентренном растяжении (сжатии) бруса (стержня) внешняя сила не совпадает с осью стержня, а смещена относительно продольной его оси, оставаясь ей параллельной. Расчет стержней при внецентренном нагружении можно провести несколькими методами:

1. Точный метод - расчет стержня с учетом положения нейтральной линии;
2. Упрощенный метод - расчет стержня без учета положения нейтральной линии;
3. Метод конечных элементов (МКЭ).

Ниже приведены результаты расчета тремя перечисленными методами применительно к стержню, нагруженному эксцентрично приложенной силой $F = 40\text{кН}$, и имеющему следующие размеры прямоугольного поперечного сечения: $b = 20\text{мм}$, $h = 60\text{мм}$ и $l = 200\text{мм}$ (рис. 1).

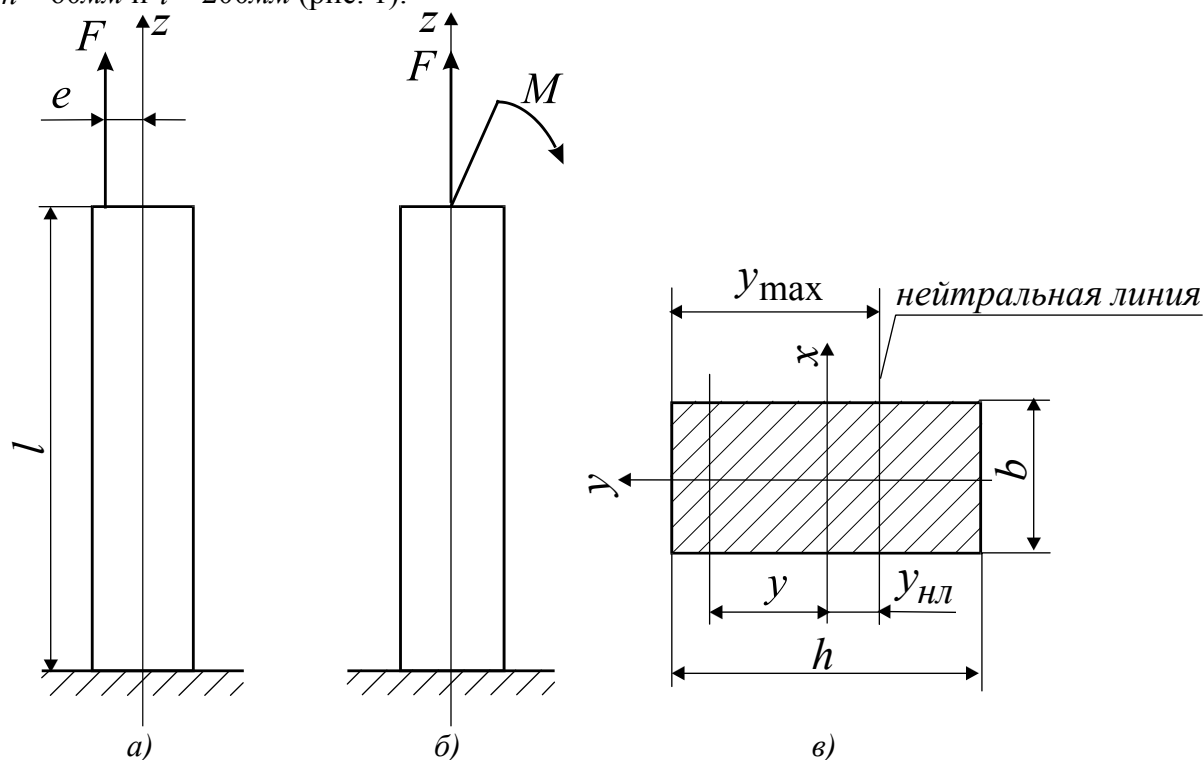


Рис. 1. Внецентренное растяжение стержня

а) исходная схема нагружения; б) эквивалентная схема; в) поперечное сечение

Уточненный метод [1]. Вначале создается эквивалентная схема нагружения стержня, для чего сила F переносится параллельно самой себе на ось стержня. Соответственно, стержень должен быть нагружен моментом $M = Fe$ (рис. 1б). Напряжения на расстоянии y от оси x (рис. 1в) определяются с помощью принципа независимости действия внешних силовых факторов (F и M).

Соответственно, напряжения от действия силы F и момента M будут равны:

$$\sigma_y = \frac{N}{A} + \frac{M_u y}{J_x} = \frac{F}{bh} + \frac{Fe \cdot y}{bh^3} = \frac{F}{bh} \left(1 + \frac{12ey}{h^2} \right). \quad (1)$$

На нейтральной линии напряжения σ_y равны нулю, что имеет место при условии равенства нулю множителя в скобках в выражении (1):

$$1 + \frac{12ey}{h^2} = 0, \quad (2)$$

откуда уравнение нейтральной линии будет иметь вид:

$$y_{нл} = -\frac{h^2}{12e}. \quad (3)$$

Наибольшие напряжения будут в точках, наиболее удаленных от нейтральной линии, то есть на расстоянии y_{\max} (рис. 1в):

$$y_{\max} = \frac{h}{2} + \frac{h^2}{12e} \quad (4)$$

Значение наибольших напряжений для точного метода расчета стержня при внецентренном нагружении будет равно:

$$\sigma_{y_{\max}} = \frac{F}{bh} \left(1 + \frac{12ey_{\max}}{h^2} \right). \quad (5)$$

Упрощенный метод. В этом случае суммируются напряжения от действия силы F и максимальные напряжения от действия момента M :

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M_u}{W_x} = \frac{F}{bh} + \frac{Fe}{bh^2} = \frac{F}{bh} \left(1 + \frac{6e}{h} \right). \quad (6)$$

Метод конечных элементов. Конечно-элементный анализ эксцентрично нагруженного стержня осуществлялось в системе АРМ WinMachine компании АПМ (НЦП «Автоматизированное проектирование машин», г. Королев, Московская обл.).

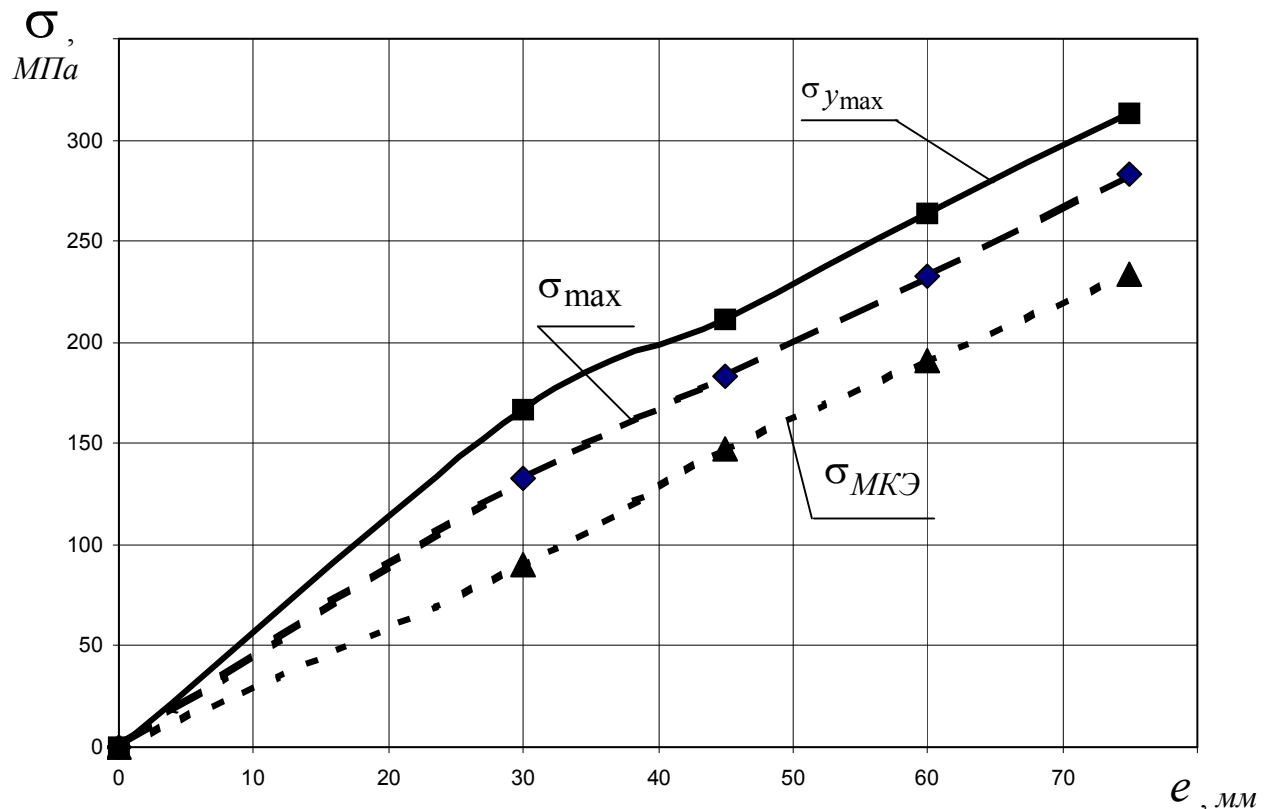
Стержень разбивался на 500 тетраэдров, соединенных между собой. Один торец стержня всеми узлами жестко закреплялся, а к свободному концу прикладывалась эксцентричная сила F . Напряжения определялись по цветовой гамме.

Значения эксцентриситета e для расчета напряжений по формулам (5), (6) и выбора напряжений по цветовой гамме принимались следующими: $e = 30\text{мм}$, $e = 45\text{мм}$, $e = 60\text{мм}$ и $e = 75\text{мм}$.

Результаты расчетов приведены в таблице, по данным которой построены графики на рис.2.

Таблица. Результаты определения напряжений эксцентрично нагруженного стержня

$e, \text{ мм}$	$\sigma_{y_{\max}}, \text{ МПа}$	$\sigma_{\max}, \text{ МПа}$	$\sigma_{\text{МКЭ}}, \text{ МПа}$
30	165	133	90
45	214	151	142
60	264	233	191
75	314	283	234



Анализ полученных результатов показывает, что приближенный метод занижает напряжения на 15-20%, что допустимо только при больших значениях запаса прочности. Значительное занижение напряжений (20-30%) при применении метода конечных элементов может быть объяснено недостаточным количеством конечных элементов, поскольку программа высвечивает среднее значение напряжений в пределах элемента. Увеличение количества элементов требует применения компьютеров большой мощности и более специализированных программ (например, ANSYS). Применение метода МКЭ целесообразно для анализа напряженного состояния объектов сложной конфигурации, для которых большое значение имеет не абсолютное значение напряжений, а их распределение.

Список литературы: 1. Феодосьев В.И. «Сопротивление материалов», Москва, «Наука», 1986г.