УДК 628.1.03, 519.21

МЕТОДИ ЧИСЕЛЬНОГО ІНТЕГРУВАННЯ САМОПОДІБНИМИ І САМОАФІНИМИ МНОЖИНАМИ

Богач І.В., студентка
(Вінницький державний технічний університет, Україна)

Для ряду задач обробки даних необхідно робити інтерполяцію функції і інтегрування цієї функції. Цей процес розбивають на два етапи: спочатку вирішують задачу інтерполяції, а потім інтегрують отриману функцію одним із чисельних методів (Ньютона-Котеса, Симпсона і т.д.). При використанні алгоритмів інтерполяції самоподібними і самоафіними множинами процеси інтерполяції й інтегрування можна об’єднати, що значно скоротить витрати часу та кількість обчислювальних операцій. Слід також відзначити, що інтегрування за допомогою АСП-Алгоритму й АСА-Алгоритму дозволяє одержати значення інтеграла для безупинних не гладких і ніде недиференцьованих функцій [1].

Опишемо загальну ідею інтегрування самоподібними множинами на підставі АСП-Т1 алгоритму (потужність підмножин дорівнює 3 для функції однієї змінної.

Нехай $f(x)$ - функція однієї змінної, n - число вузлів інтерполяції; $W(x)$ - інтерполяційна функція.

При обчисленні визначеного інтеграла

$$I1 = \int_a^b f(x)dx,$$

де $f(x)$ - безупинна на відрізку $[a;b]$, замінимо функцію, що інтегрують, на інтерполяційну функцією $W(x)$:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \int_a^b Fr_V(x)dx$$

Графічно цей інтеграл можна визначити як площу S, що обмежується графіком функції $f(x)$ або ж, із деякої похибкою, функції $W(x)$:

$$S = S_{tp}^{+} + S_{\Delta}^{+} + S_{\Delta}^{-},$$

де S_{tp} - площа трапецій, побудованих на підставі відрізків, що з'єднують сусідні вузли інтерполяції і їхньої проекції на вісь абсцис;
S_{Δ}^{+} - площа трикутників, побудованих на підставі множин $\overline{A}_j^k$, що будуються по напрямку від осі абсцис; S_{Δ}^{-} - площа трикутників, побудованих на підставі множин $\overline{A}_j^k$, що будуються в напрямку до осі абсцис.

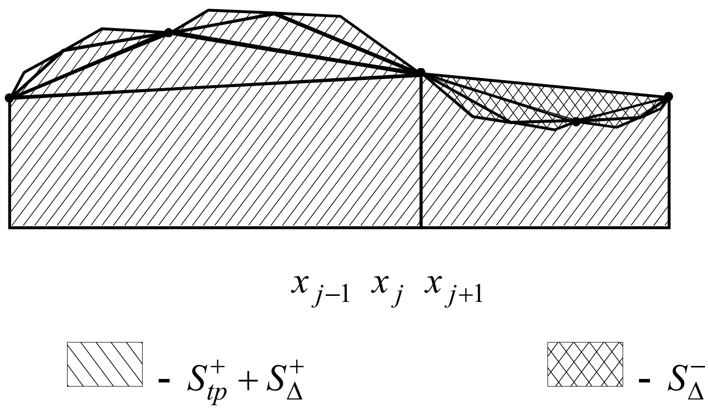
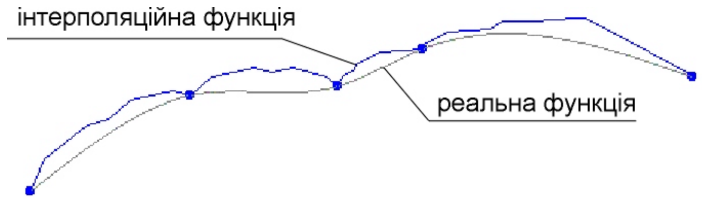


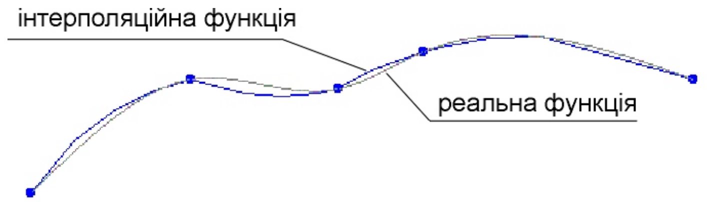
Рис.1. Схематичне зображення площі S

Точність інтегрування зростає із збільшенням кількості вузлів інтерполяції і кількості ітерацій. Розглянутий підхід є достатньо адекватним для широкого класу задач, проте при інтегруванні гладких функцій АСП-Т1, АСА-Т1, АСП-Т2, АСА-Т2 алгоритмами виникає можливість одержання некоректних результатів – занадто великої похибки або неіснуючих перегинів функції. Цю проблему можна вирішити вибором коректного алгоритму інтегрування (приклад приведений на рис. 2); вибором коректної потужності підмножин, на які розбивається початкова множина (приклад приведений на рис. 3); розбивкою початкової множини інтерполяції на підмножини різної потужності; застосуванням різноманітних АСП- і АСА- алгоритмів для інтегрування визначених підмножин.

Отже, для одержання найбільш достовірних результатів необхідно до початку інтегрування провести аналіз множини точок і на підставі його вибрати алгоритм і варіювати його параметри.



неправильний результат (АСП-Т1 алгоритм)



коректний результат (АСА-Т2 алгоритм)

Рис. 2. Приклад інтегрування однакової початкової множини різними алгоритмами

неправильний результат (потужність множини – 4)

коректний результат (потужність множини – 3)

Рис. 3. Приклад інтерполяції однакової множини АСП-Т1 алгоритмом із різною потужністю підмножин

Цей підхід є типовим для фрактальних алгоритмів обробки даних.

Перелік посилань

1. Mandelbrot, Benoit B. The Fractal Geometry of Nature. – NY: Freeman and Co., 1983. – 540 p.