

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПРИВодОВ ГОРНЫХ МАШИН

Гуляев В.Г., докт. техн. наук, проф.,  
Потапов В.Г., Мотин Н.Н., канд. техн. наук, доценты,  
Донецкий национальный технический университет

*Рассмотрена эволюция использования известных математических моделей приводных асинхронных электродвигателей (ММАД) применительно к современным задачам исследования динамических свойств горных машин при различных рабочих режимах.*

*The evolution of usage of famous mathematical models of asynchronous drive electric motors (ММАМ) as applied to the modern tasks of investigation of the dynamic characteristics of mining machines under different operation modes is examined.*

### ***Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.***

При проектировании современных горных машин актуальной научной проблемой является повышение их надежности и производительности на основе системного исследования их рабочих режимов и оптимизации динамических свойств системы «электродвигатель-рабочая машина-технологическая нагрузка». При этом объективные результаты могут быть получены только в том случае, если применяемые математические модели приводных двигателей и системы в целом адекватно отражают их динамические характеристики и взаимодействие между собой и технологической нагрузкой с учетом структурных особенностей машины.

***Постановка задачи.*** Целью данной работы является разработка рекомендаций по применению ММАД на основе ретроспективного анализа результатов научных исследований в этой области, выполненных на кафедре горных машин ДонНТУ за последние 50 лет с участием авторов под руководством Я.И. Альшица и В.Г. Гуляева.

***Изложение материала и результаты.*** Впервые на кафедре горных машин отмеченные выше методологические подходы были сформулированы Я.И. Альшицем [1]. Вместе с тем взаимодействие двигателя с нагрузкой для выемочных машин с цепными исполни-

тельными органами рассмотрены [1] на основе статической механической характеристики АД, описываемой формулой Клосса:

$$M(S) = \frac{2M_k(1+\varepsilon)}{\frac{S}{S_k} + \frac{S_k}{S} + 2\varepsilon}; \quad 0 \leq S \leq 1 \quad (1)$$

Здесь  $S = (\omega_0 - \omega)\omega_0^{-1}$  - скольжение ротора;  $\omega$  - угловая скорость ротора,  $\omega_0$  - синхронная скорость магнитного поля статора;  $S_k, M_k$  - соответственно критические значения скольжения и вращающего момента двигателя;  $\varepsilon = S_k r_1 r_2^{-1}$  - безразмерная величина ( $r_1$  - активное сопротивление обмотки статора,  $r_2$  - приведенное к статору активное сопротивление ротора).

Исследование технологических машин с АД показали, что при наличии в спектре внешних нагрузок периодических составляющих с частотами  $f_n > 20S_k$  ток в обмотке статора и соответствующий ему электромагнитный момент не успевают принимать значений, соответствующих мгновенной скорости ротора (электромагнитная инерция электродвигателя) [2]. Для выемочных машин с цепным исполнительным органом при скоростях резания порядка 2м/с частота изменения нагрузок составляет 12-25Гц, поэтому в работе [3] электромагнитный переходной процесс рекомендуется учитывать с использованием динамической характеристики, предложенной Пинчуком И.С. [2].

При работе электропривода с АД в области малых скольжений линеаризованную в точке  $M=0; S=0$  математическую модель динамической характеристики АД обычно представляют в виде

$$S = \frac{S_k}{2M_k} M + \frac{1}{2\omega_c M_k} \cdot \frac{dM}{dt} = \nu(M + T_\nu \frac{dM}{dt}), \quad (2)$$

где  $\omega_c$  - угловая частота питающей сети,  $\nu = \frac{S_k}{2M_k}$  - крутизна статической характеристики двигателя;  $T_\nu = (S_k \omega_c)^{-1}$  - электромагнитная постоянная АД (мера электромагнитной инерции).

Степень влияния электромагнитных переходных процессов в АД на динамические процессы в электромеханических системах зависит от безразмерной частоты внешнего воздействия  $\lambda_{км} = K T_m$  и отношения постоянных времени  $\Psi = T_\nu / T_m$  (здесь  $K$  - угловая частота внешней нагрузки,  $T_m = \nu \omega_0 I$  - электромеханическая постоянная времени привода,  $\omega_0$  - синхронная скорость двигателя;  $I$  - суммарный приведенный к валу двигателя момент инерции привода) [4].

Экспериментальные исследования реакции комбайнового АД типа ЭДКО4-2М на импульсы внешней нагрузки показали [5], что в первом приближении переходной процесс в электродвигателе описывается дифференциальным уравнением вида

$$I\ddot{\varphi} + \beta_d \dot{\varphi} + C_d \varphi = M_c, \quad (3)$$

где  $I$  – момент инерции ротора и приведенных к нему элементов привода,  $\beta_d = S_k \omega_c I$  – коэффициент демпфирования двигателя,  $C_d = 2pM_k$  – коэффициент жесткости электромагнитной связи ротора с полем статора,  $p$  – число пар полюсов;  $\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$  – соответственно угол поворота, скорость и ускорение ротора. Таким образом, результаты работы [5] показали, что для динамической характеристики комбайновых двигателей адекватна и ММ Ривина Е.Н. [6].

Взаимодействие АД с механической частью привода исполнительных органов можно оценивать с помощью предложенного Мандельштамом Л.И. коэффициента связанности  $\sigma$ , который существенно зависит от степени расстройки собственных частот двигателя и механической части привода [7].

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) двигателя по моменту, при описании его уравнениями (2) и (3), определяется по зависимости

$$\mu_m(K) = \left( \sqrt{[1 - (\frac{K}{K_0})^2]^2 + 4\xi(\frac{K}{K_0})^2} \right)^{-1} \quad (4)$$

где  $K_0 = (\sqrt{T_3 \cdot T_m})^{-1}$  – собственная частота АД,  $c^{-1}$ ;  $\xi = 0,5\sqrt{T_m \cdot T_3^{-1}}$  – безразмерный коэффициент демпфирования АД.

При расчетах АЧХ АД по (4) для рабочего участка линеаризованной характеристики принимается  $v = \text{const}$ , что допустимо при  $0 \leq S \leq S_H$  [2].

По мере увеличения скольжения ( $S > S_H$ ) нелинейность характеристики и погрешность расчетов АЧХ по зависимости (4) возрастают.

Режимы работы комбайновых двигателей, в частности при автоматическом поддержании средней нагрузки на уровне устойчивого момента, обуславливают работу в зоне средних значений скольжений  $S_H \leq S \leq S_k$ , что требует применения ММАД, адекватно отражающих особенности его динамических свойств с учетом нелинейности статической характеристики. В работе [8] на базе модели [1] получены зависимости для расчета АЧХ АД, учитывающие нелинейность статической характеристики, зависимость от среднего уровня нагруз-

ки двигателя, его собственной частоты и коэффициента демпфирования.

Если при работе на устойчивой части характеристики результирующий магнитный поток АД изменяется мало, то его нелинейную динамическую характеристику можно представить моделью Венцке [9]

$$\left. \begin{aligned} A \frac{d^2 M}{dt^2} + B \frac{dM}{dt} + DM = E; \\ M = M_c - \omega_0 I \frac{ds}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $A = \Gamma T_3^2$ ;  $B = \Gamma T_3 (2 - T_3 S^{-1} \frac{ds}{dt})$ ;  $D = 1 - \Gamma T_3 S^{-1} \frac{ds}{dt}$ ;  
 $E = 2 \Gamma M_k S S_k^{-1}$ ;  $\Gamma = S_k^2 (S_k^2 + S^2)^{-1}$ ;

$M$  – электромагнитный момент двигателя;

$M_c$  – момент сопротивлений.

В работе [10] на примере комбайнового двигателя ЭКВ4У-У5 выполнен сравнительный анализ АЧХ, полученных расчетом по [4], с учетом уровня средней нагрузки [8] и моделированием при описании АД системой уравнений (5).

В результате выполненного анализа работ [10, 11, 12, 13 и др.] можно указать целесообразную с точки зрения точности расчетов область применения рассмотренных выше ММ АД.

При анализе установившихся динамических процессов в области  $0 \leq S \leq S_n$  целесообразно применять модели (2) и (3), которым соответствуют одинаковые АЧХ (4).

Модель (2) (Пинчука-Вейца) позволяет определять абсолютные значения момента и скольжения двигателя, а модель (3) (Ривина) учитывает только колебательные процессы в двигателе относительно средних значений момента и скольжения.

Модель (5), описывающую связь между  $S$  и  $M$  неоднородным дифференциальным уравнением второго порядка относительно  $M$  с переменными коэффициентами, являющимися функциями  $s$  и  $ds/dt$ , целесообразно применять при исследовании установившихся и переходных динамических процессов, в том числе при импульсных нагрузках [13].

Для исследования динамических процессов в приводах исполнительных органов при средних нагрузках  $M_c \geq 1,5 M_n$ , в частности, переходных процессов в двигателях при их опрокидывании и пусках, следует применять ММ АД Парка-Горева в виде соотношений пространственных векторов напряжений и потокосцеплений с учетом

переменности параметров двигателя и влияния питающей сети. Такая ММ впервые на кафедре горных машин разработана и применялась для исследования переходных процессов пуска и опрокидывания двигателей, устойчивости работы двухдвигательного привода в области  $0 \leq S \leq 1$  в составе единой электромеханической системы «двигатели – трансмиссии – исполнительные органы – нагрузка» комбайна 1ГШ68 [14].

В работе [14] учитывались:

- взаимосвязи между электромеханическими и электромагнитными процессами в системе привода и в сети электроснабжения с использованием результатов работы [15];
- непостоянство параметров приводных двигателей при изменении скольжения в диапазоне  $0 \leq S \leq 1$  [16];
- структура и динамические свойства механической части привода;
- специфика формирования эксплуатационных нагрузок.

В формировании эксплуатационных спектров нагруженности выемочных и других породоразрушающих машин большое значение имеют переходные режимы при разрушении исполнительными органами угля, крепких включений (конкрементов), породных слоев забоя при реализации вращающих моментов двигателей в зоне  $0 \leq S \leq S_k$ , а также пусковые режимы и возможные опрокидывания двигателей. Поэтому при решении комплексных задач исследования влияния динамических свойств приводов очистных и проходческих комбайнов, а также дробилок, на динамику рабочих процессов этих машин, целесообразно применять математическую модель АД, разработанную на основе исследований Парка-Горева [17].

Особенностью комбайновых АД с глубокопазными роторами является необходимость учета изменения параметров схемы замещения двигателя от скольжения, что связано с явлением вытеснения токов к поверхности стержней. Эта трудность может быть преодолена на основе работы [16] путем замены контура ротора с параметрами  $X_r(S)$  и  $R_r(S)$  эквивалентным двойным контуром с параметрами  $X_{гв}$ ,  $X_{гн}$  и  $R_{гв}$ ,  $R_{гн}$ , не зависящими от  $S$ .

Для учета влияния питающей сети статорные уравнения дополнены составляющими падений напряжений, которые в координатной системе  $\alpha, \beta, 0$  с достаточной степенью точности могут быть представлены в виде

$$\Delta U_{sa} = R_c(i_{sa1} + i_{sa2}) - X_c(i_{s\beta1} + i_{s\beta2});$$

$$\Delta U_{s\beta} = R_c(i_{s\beta 1} + i_{s\beta 2}) - X_c(i_{s\alpha 1} + i_{s\alpha 2}); \quad (6)$$

где  $R_c$  и  $X_c$  – соответственно активное и реактивное сопротивление питающей сети.

С учетом изложенного выше система дифференциальных уравнений, описывающая динамические процессы в первом двигателе имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{\Psi}_{s\alpha 1} = \omega_c [(a_{s1} - 1)\alpha_{s1}\Psi_{s\alpha 1} + a_{r\beta 1}\alpha_{s1}\Psi_{\beta\alpha 1} + a_{r\eta 1}\alpha_{s1}\Psi_{\eta\alpha 1}] + U_m \cos(\omega_c t) - \Delta U_{s\alpha}; \\ \dot{\Psi}_{\beta\alpha 1} = \omega_c [a_{s1}\alpha_{r\beta 1}\Psi_{s\alpha 1} + (a_{r\beta 1} - 1)\alpha_{r\beta 1}\Psi_{\beta\alpha 1} + a_{r\eta 1}\alpha_{r\beta 1}\Psi_{\eta\alpha 1}] - \omega_{p1}\Psi_{\beta\beta 1}P; \\ \dot{\Psi}_{\eta\alpha 1} = \omega_c [a_{s1}\alpha_{r\eta 1}\Psi_{s\alpha 1} + a_{r\beta 1}\alpha_{r\eta 1}\Psi_{\beta\alpha 1} + (a_{r\eta 1} - 1)\alpha_{r\eta 1}\Psi_{\eta\alpha 1}] - \omega_{p1}\Psi_{\eta\beta 1}P; \\ \dot{\Psi}_{s\beta 1} = \omega_c [(a_{s1} - 1)\alpha_{s1}\Psi_{s\beta 1} + a_{r\beta 1}\alpha_{s1}\Psi_{\beta\beta 1} + a_{r\eta 1}\alpha_{s1}\Psi_{\eta\beta 1}] + U_m \sin(\omega_c t) - \Delta U_{s\beta}; \\ \dot{\Psi}_{\beta\beta 1} = \omega_c [a_{s1}\alpha_{r\beta 1}\Psi_{s\beta 1} + (a_{r\beta 1} - 1)\alpha_{r\beta 1}\Psi_{\beta\beta 1} + a_{r\eta 1}\alpha_{r\beta 1}\Psi_{\eta\beta 1}] + \omega_{p1}\Psi_{\beta\alpha 1}P; \\ \dot{\Psi}_{\eta\beta 1} = \omega_c [a_{s1}\alpha_{r\eta 1}\Psi_{s\beta 1} + a_{r\beta 1}\alpha_{r\eta 1}\Psi_{\beta\beta 1} + (a_{r\eta 1} - 1)\alpha_{r\eta 1}\Psi_{\eta\beta 1}] + \omega_{p1}\Psi_{\eta\alpha 1}P; \end{cases} \quad (7)$$

Коэффициенты системы (7) находятся в зависимости от параметров схемы замещения двигателя:

$$\begin{aligned} \alpha_{s1} &= R_{s1}X_{s1}^{-1}; & \alpha_{r\beta 1} &= R_{r\beta 1}X_{r\beta 1}^{-1}; & \alpha_{r\eta 1} &= R_{r\eta 1}X_{r\eta 1}^{-1}; \\ X_{sr1} &= (X_{m1}^{-1} + X_{s1}^{-1} + X_{r\beta 1}^{-1} + X_{r\eta 1}^{-1})^{-1}; \\ a_{s1} &= X_{sr1}X_{s1}^{-1}; & a_{r\beta 1} &= X_{sr1}X_{r\beta 1}^{-1}; & a_{r\eta 1} &= X_{sr1}X_{r\eta 1}^{-1}; \end{aligned} \quad (8)$$

Токи статора в проекции на оси  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$\begin{aligned} i_{s\alpha 1} &= \omega_c X_{s1}^{-1} (\Psi_{s\alpha 1} - a_{s1}\Psi_{s\alpha 1} - a_{r\beta 1}\Psi_{\beta\alpha 1} - a_{r\eta 1}\Psi_{\eta\alpha 1}); \\ i_{s\beta 1} &= \omega_c X_{s1}^{-1} (\Psi_{s\beta 1} - a_{s1}\Psi_{s\beta 1} - a_{r\beta 1}\Psi_{\beta\beta 1} - a_{r\eta 1}\Psi_{\eta\beta 1}); \end{aligned} \quad (9)$$

Момент двигателя:

$$\begin{aligned} Md_1 &= \frac{3\omega_c P}{2X_{s1}} [\Psi_{s\beta 1} (a_{s1}\Psi_{s\alpha 1} + a_{r\beta 1}\Psi_{\beta\alpha 1} + a_{r\eta 1}\Psi_{\eta\alpha 1}) - \\ &\quad - \Psi_{s\alpha 1} (a_{s1}\Psi_{s\beta 1} + a_{r\beta 1}\Psi_{\beta\beta 1} + a_{r\eta 1}\Psi_{\eta\beta 1})]; \end{aligned} \quad (10)$$

$\omega_c = 314$  рад/с – угловая скорость магнитного поля;  
 $p$  – число пар полюсов;

$\omega_{p1}$  – угловая скорость ротора первого двигателя ;

$U_m = \sqrt{2/3}U_{ном}$  - амплитуда напряжения в фазе.

Дифференциальные уравнения второго двигателя аналогичны (7)-(10) с учетом замены индекса 1 на 2.

Сравнительный анализ рассмотренных ММ АД и предъявляемых к моделям требований позволяет сделать следующие выводы:

1) задачам комплексных исследований отвечает ММ двигателей и участковой сети, описанная системой уравнений (6)-(10). Модель позволяет исследовать все динамические режимы работы приводных АД с учетом влияния на характеристики переходных процессов параметров участковой сети, вытеснения токов в роторе и насыщения магнитопровода двигателя.

2) при исследовании «установившихся» процессов в диапазоне скольжений АД  $0 \leq S \leq 1,5S_H$  можно пользоваться линеаризованной ММ АД (2).

На базе разработанной ММ были исследованы динамические режимы комбайна 1ГШ68 с двигателями ЭКВ4У-У5. Решение уравнений производилось методом Рунге-Кутты с применением ПЭВМ. Некоторые результаты моделирования приведены на рис. 1, 2.

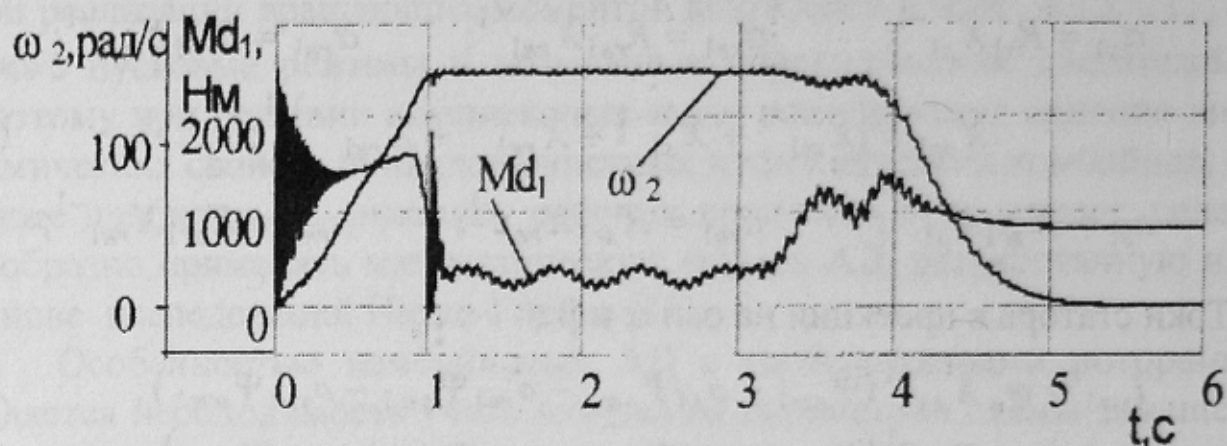


Рисунок 1 – Электромагнитный момент и угловая скорость ротора первого АД при пуске, работе и опрокидывании

Полученные результаты подтверждают адекватность разработанной ММ реальному объекту.

С использованием разработанной модели АД создана ММ замкнутой системы «очистной комбайн – забой» со структурой группового привода рабочих органов и механизма подачи [18].

Отмеченные особенности АД учитывались также при разработке математических моделей для имитационного моделирования рабочего процесса шахтных дробилок [19] и проходческих комбайнов [20], рассматриваемых как замкнутые динамические системы «электродвигатель – рабочая машина – технологическая нагрузка».

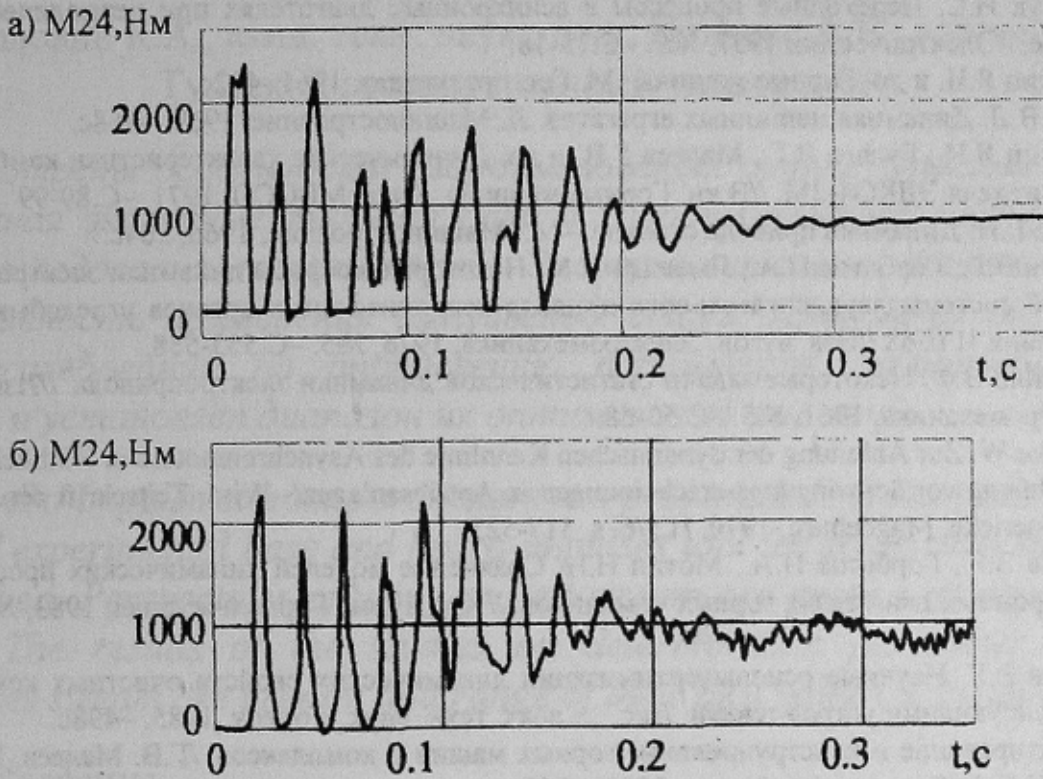


Рисунок 2 – Момент сил упругости в трансмиссии при пуске АД без нагрузки: а – результат моделирования; б – осциллограмма натурального эксперимента.

**Выводы и направления дальнейших исследований.**

Применяемые на кафедре горных машин ДонНТУ математические модели приводных асинхронных двигателей соответствуют, решаемым задачам имитационного моделирования рабочих процессов выемочных комбайнов с групповым приводом рабочих органов и механизмов подачи с регулируемым гидроприводом, а также дробилок.

При разработке имитационных моделей функционирования замкнутых динамических систем «угольный забой – комбайн» с индивидуальными электроприводами рабочих органов и тиристорным регулированием двигателей механизмов подачи (УКД300, КДК500 и др.) могут быть использованы рассмотренные ММ АД. Подлежат уточнению модели взаимодействия по нагрузке и через питающую сеть электроприводов блоков резания и частотно-регулируемых элек-



троприводов подачи с учетом динамических характеристик тягового органа и нелинейной характеристики трения в опорно-направляющих устройствах комбайна.

Список источников.

1. Альшиц Я.И. Нагрузки в редукторах исполнительных органов машин для выемки угля и характеристики их двигателей. // Горные машины, М.: Углетехиздат, 1959, №8, -С.58-76.
2. Пинчук И.С. Переходные процессы в асинхронных двигателях при периодической нагрузке. //Электричество, 1957, №9. -С.15-18.
3. Альшиц Я.И. и др. Горные машины. М.:Госгортехиздат, 1961. -492с.
4. Вейц В.Л. Динамика машинных агрегатов. Л.:Машиностроение, 1969. -368с.
5. Альшиц Я.И., Гуляев В.Г., Малеев Г.В. и др. Динамические характеристики комбайнового двигателя ЭДКО4-2М. //В кн. Горные машины, Киев, МВССО, 1971. -С.89-99.
6. Ривин Е.И. Динамика привода станков. -М.: Машиностроение, 1966, 204с.
7. Гуляев В.Г., Горбатов П.А., Лысенко Н.М. Некоторые вопросы динамики электромеханической системы двухдвигательного привода исполнительных органов угледобывающего комбайна ІГШ68 //Изв. вузов. Электромеханика, 1976, №5. -С.553-558.
8. Шукайло В.Ф. Некоторые задачи статистической динамики электропривода. //Изв. вузов. Электромеханика, 1961, №5. -С.50-68.
9. Wenzke W. Zur Ableitung der dynamischen Kennlinie des Asynchronmotors in Hinblick auf die Berechnung vor Schwingungs-erscheinungen in Antriebsanlagen/- Wiss. Zeitschrift der TH Otto von Guericke, Magdeburg, 1970. N.5/6, s. 517-523.
10. Гуляев В.Г., Горбатов П.А., Мотин Н.Н. Сравнение моделей динамических процессов в асинхронных двигателях горных комбайнов. //Изв. вузов. Горный журнал, 1983, №5, с.92-97.
11. Гуляев В.Г. Научные основы оптимизации динамических свойств очистных комбайнов демпфирующими устройствами. Дис. ... докт. техн. наук, Донецк, 1985. -498с.
12. Проектирование и конструирование горных машин и комплексов. /Г.В. Малеев, В.Г. Гуляев, Н.Г. Бойко и др. М.: Недра, 1988. -368с.
13. Мотин Н.Н. Снижение пиковых нагрузок в системе привода исполнительных органов очистных комбайнов. Автореф. дис. ... канд. техн. наук, Донецк, ДПИ, 1992. -20с.
14. Потапов В.Г. Режимы работы и определение рациональных параметров привода двухдвигательных очистных комбайнов. Дис. ... - канд. техн. наук, -Донецк, 1982. -245с.
15. Сивокобыленко В.Ф., Костенко В.И. Математическое моделирование динамических режимов двухдвигательного асинхронного электропривода. // Изв. вузов. Энергетика, 1974, №1, С.43-48.
16. Сивокобыленко В.Ф., Павлюков В.А. Параметры и схемы замещения асинхронных электродвигателей с вытеснением тока в роторе. // Электрические станции, 1976, №2. -С.51-54.
17. Гуляев В.Г., Сивокобыленко В.Ф., Жуков К.В. Математическая модель двухдвигательного привода исполнительных органов очистного комбайна. //Наукові праці Донецького державного технічного університету. Випуск 7, серія гірничо-електромеханічна. - Донецк, 1999. -С.97-102.
18. Гуляев В.Г., Жуков К.В. Математическая модель для имитационного моделирования функционирования системы «очистной комбайн – забой». Горный информационно-аналитический бюллетень. М.: МГУ, 2000, №4. С.129-131.
19. Кондрахин В.П., Тарасенко В.А. Математическая модель динамики одновалковой дробилки. Наукові праці Донецького державного технічного університету. Випуск 7, серія гірничо-електромеханічна. -Донецьк: ДонДТУ.- 1999. -С.124-129.
20. Кондрахин В.П., Хиценко А.И. Имитационное математическое моделирование процесса функционирования проходческого комбайна. Труды международной научно-технической конференции «Горная энергомеханика и автоматика. Том.1. -Донецк – 2003. -С.128-138.