СПЕКТРАЛЬНИЙ ПІДХІД ДО РОЗРОБКИ СИСТЕМИ НАВЧАЛЬНИХ ЗАДАЧ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ НА ОСНОВІ ПРЕДМЕТНОЇ МОДЕЛІ СТУДЕНТА

О. Г. Євсеєва

Донецький національний технічний університет,

м. Донецьк, Україна

У статті надано технологію розробки задач з вищої математики на основі семантичної, операційної і процедурної компоненти предметної моделі студента. Сформульовано поняття спектра знань і спектра вмінь задачі. Підхід, що описано, дозволяє створювати систему задач, що спрямовані на формування вмінь, необхідних для засвоєння певної теми.

Центральним поняттям при організації і функціонуванні системи освіти є поняття навчального процесу. Навчальний процес у вищій школі з точки зору діяльнісного навчання являє собою сукупність двох взаємопов'язаних, але самостійних діяльностей: діяльності викладача і діяльності студента. Діяльність викладача називають навчанням, а діяльність студента — навчальною діяльністю.

Під навчальною діяльністю розуміють спеціально організовану діяльність людей, результатом якої є формування способу дій. Стосовно до вищої школи це означає, що студент під час навчання повинен засвоїти способи дій, на використанні яких засновується його майбутня професійна діяльність. У діяльності викладача можна виділити три аспекти: проектування навчальної діяльності, її організація і забезпечення, управління навчальною діяльністю [2].

Функціональне структурування навчальної діяльності передбачає наявність п'яти функціональних частин: змістовної, мотиваційної, орієнтувальної, виконавчої і контрольно-коректувальної (рис. 1) [2]. Змістовна частина визначає предмет діяльності (те, на що діяльність спрямована), і ведуча роль тут належить викладачеві. Роль студента у визначенні змісту навчання пасивна, хоча, звичайно, він може привносити в нього свої особисті елементи. Однак йому відводиться найактивніша роль в засвоєнні цього змісту.

Будь-яка діяльність здійснюється шляхом розв‘язування задач, причому ці задачі повинні бути специфічними для діяльності даного виду. У виробничій, науково-дослідній діяльності її прямими продуктами є результати розв‘язування задач, саме для отримання цих результатів й організовується діяльність.

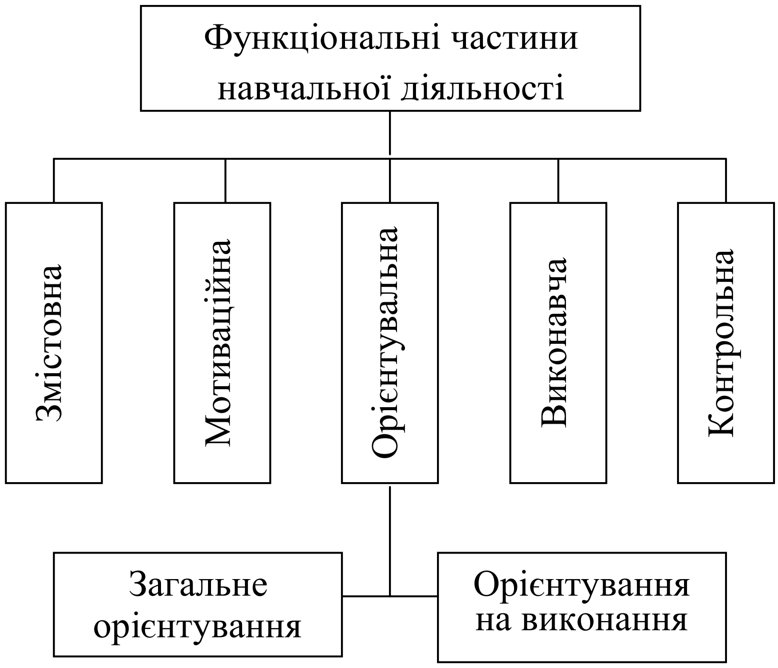

Рис. 1. Схема функціонального структурування навчальної діяльності

Таким чином, цілям діяльності відповідає факт розв‘язування. Тут не важливо, як розв‘язувалася задача, важливо, що виникло в процесі її розв‘язання. У навчальній же діяльності важливим є не результат, отриманий в процесі розв‘язування задачі, а сам процес розв‘язання, його процедура, бо це є процедура формування способу дій. А формування способу дій і є кінцевою метою навчання. Це центральний момент навчання — навчити розв‘язувати задачі. Вірна ж відповідь на задачу свідчить про високу імовірність того, що спосіб дій сформовано.

У навчальній діяльності розв‘язують навчальні задачі. Поняття «навчальна задача» розглядалося як вченими психологами, так і педагогами. Найбільш продуктивною є точка зору Ю. І. Машбиця, згідно з якою навчальна задача — це *будь-яка* задача, що пред'являється тим, кого навчають, якщо вона спрямована на досягнення навчальних цілей – засвоєння визначеного способу дій [6].

Кожну задачу можна характеризувати її *структурою* — певним набором елементів і зв'язків між ними. Умова задачі — це сукупність розрізнених і роз'єднаних дискретних елементів, якими є об'єкти, уявлення, поняття предметної області. Умови можуть задаватися як явно, так і неявно, і елементами умови можуть також бути підсумки розумової діяльності. Різні автори виділяють різні елементи структури задачі: характеристики даних, характеристики завдання; предметну область, тобто клас об'єктів (предметів), про які йде мова в задачі; відносини, що зв'язують об'єкти предметної області; оператори, тобто сукупність тих дій (операцій), які треба зробити над умовами задачі, щоб виконати її вимоги тощо [3, 7, 8].

Метою даної роботи є методика розробки системи задач з вищої математики на основі предметної моделі студента [0, 2]. У найширшому значенні під моделлю студента розуміють знання про нього, які використовуються для організації процесу навчання. Знання про те, яким ми хочемо бачити студента в результаті навчання, тобто вимоги до його кінцевого стану як за окремими предметами, так і як до фахівця в цілому, називають нормативною моделлю. Нормативна модель щодо фахівця в цілому отримала назву моделі спеціаліста, щодо окремого навчального предмета – предметної моделі [2]. В роботі [4] описано п’ятикомпонентну предметну модель студента з вищої математики, що складається з семантичної, процедурної, операційної, тематичної і функціональної компонент.

З точки зору інженерії знань розрізняють знання декларативні і процедурні [1]. Перші являють собою твердження, або декларації, про об'єкти предметної області, їх властивості і відносини між ними. Загальноприйнята точка зору тут полягає у тому, що декларативні знання — це факти з предметної області, або фактичні знання. Процедурні ж знання – це правила перетворення об'єктів предметної області.

Для розв‘язування задач необхідні як процедурні, так і декларативні знання. Декларативні знання визначають об'єкти і процеси, що беруть участь в умові задачі, їх властивості і закономірності, взаємодії і взаємовідносини. Вони пояснюють сутність справи, що покладена в основу навчальної задачі, и в сукупності визначають загальну компоненту орієнтувальної частини діяльності з розв‘язування цієї задачі, складаючи орієнтувальну основу діяльності. Таким чином, на основі декларативних знань здійснюється загальне орієнтування. У результаті виникає розуміння, які знання необхідно використовувати при розв‘язанні задачі. Крім того, декларативні знання можуть забезпечувати орієнтування на виконання, хоча і меншою мірою, ніж загальне орієнтування.

Процедурні знання дають відповідь на запитання «Як оперувати декларативними знаннями?». Вони визначають характер і порядок перетворення об'єктів предметної області, явно і неявно заданих умовами задачі, визначають практичні дії з переробки декларативних знань, з оперування ними. Процедурні знання лежать в основі орієнтування на виконавчу частину діяльності з розв‘язуванням задачі і самої виконавчої частини (рис. 2).

Головне призначення задач полягає в тому, що вони є засобом формування способу дій. Дії на практиці реалізовуються за допомогою вмінь, формування яких є цілями навчання, а формування вмінь відбувається в процесі розв‘язування задач. Інша роль задач полягає в тому, що вони є засобом контролю сформованості вмінь у студентів. Таким чином, задачі в навчанні відіграють двояку роль — вони є засобом навчання і засобом контролю.

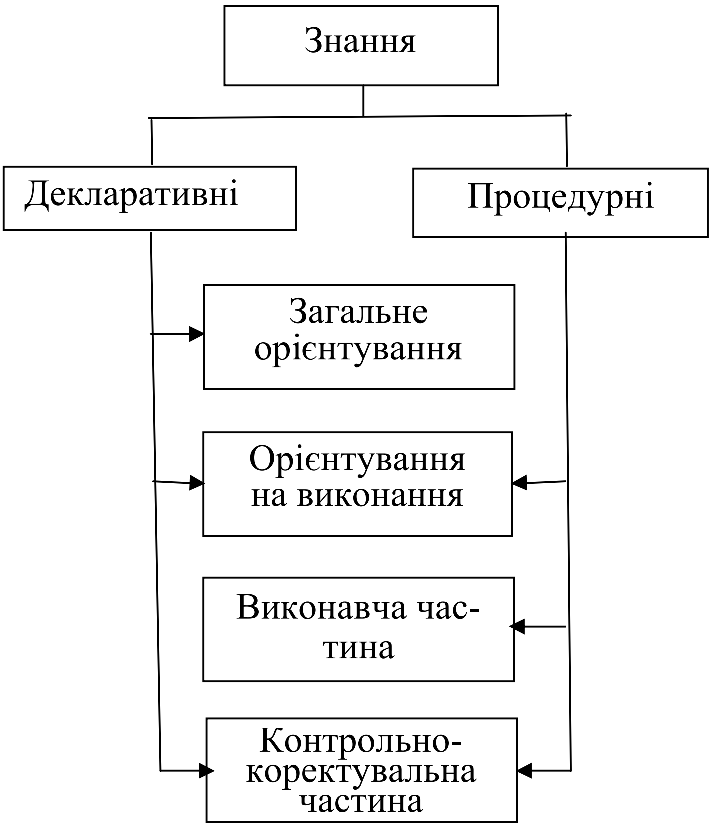

Рис. 2. Ілюстрація ролі знань в діяльності

Вміння, які мають бути сформовані в процесі вивчення якого-небудь предмета, визначає операційна компонента предметної моделі студента. Ці вміння становлять частину змісту навчання (інша частина — це знання, що забезпечують освоєння цих вмінь). Звідси витікає, що до навчальних задач пред'являється жорстка вимога: склад системи задач, що розв‘язуються з курсу, повинен забезпечити формування всіх вмінь, що входять в операційну компоненту предметної моделі студента. За допомогою однієї задачі формується одне або декілька вмінь. Розв‘язування ж задачі забезпечується раніше сформованими вміннями і знаннями, за допомогою яких здійснюється орієнтувальна (загальне орієнтування і орієнтування на виконання) і виконавчі частини діяльності (рис. 3).

Знову сформовані і раніше сформовані вміння, необхідні для розв‘язування задачі, в сукупності складають спектр вмінь задачі. Таким чином, спектр вмінь задачі — це всі вміння, якими необхідно володіти, щоб вирішити цю задачу.

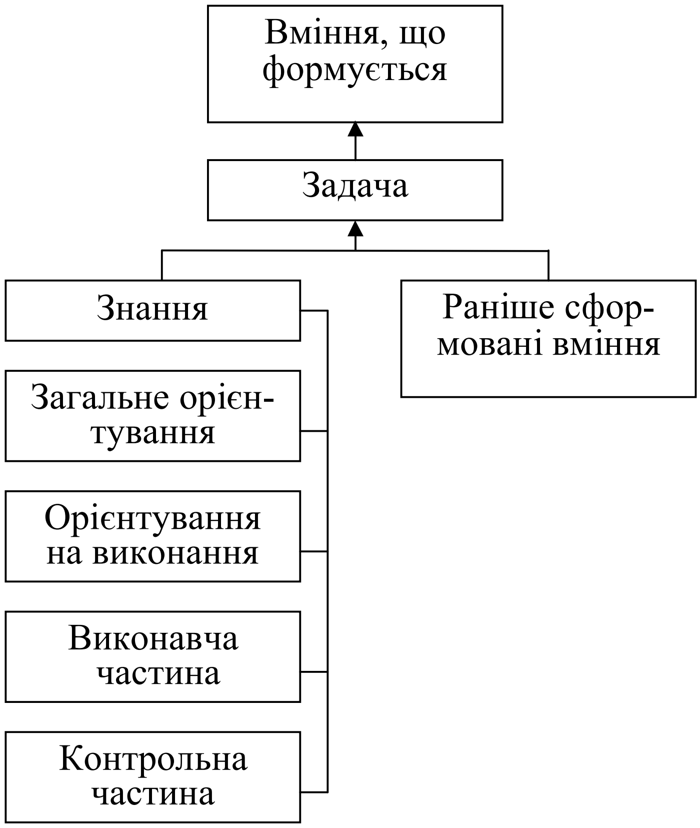

Рис. 3. Схема формування вмінь

Якщо говорити про систему задач, то її спектр вмінь складає сукупність спектрів вмінь всіх задач цієї системи. І зрозуміло, що при визначенні складу системи задач з курсу, необхідно задачі підбирати не просто за тематичною ознакою. У загальній постановці, спектр вмінь усіх задач системи повинен покривати операційну компоненту предметної моделі студента з курсу, іншими словами, в сукупному спектрі вмінь системи задач повинні бути присутні всі вміння операційної компоненти предметної моделі студента. У цьому випадку говорять, що спектр вмінь системи задач повний.

Вказані обставини є теоретичним обґрунтуванням для підбору задач, що складають систему з певної дисципліни. Зрозуміло, що немає сенсу включати в цю систему задачі, що мають однакові спектри вмінь. І тільки порівняльний спектральний аналіз великої кількості задач може дозволити отримати такий їх набір, спектр вмінь якого буде повний або близький до нього. При цьому цілком імовірні ситуації, коли виявиться неможливим із наявних задач отримати спектр вмінь достатньої повноти. У цьому випадку доведеться розробляти необхідні задачі самостійно.

Паралельно можна говорити про спектр знань задачі як про знання, які треба застосувати, щоб вирішити цю задачу. Ці знання забезпечують виконання загального орієнтування, орієнтування на виконання і виконавчої частини діяльності з розв‘язування задачі. Велика частина цих знань міститься в семантичному конспекті з відповідної дисципліни [2, 5]. Він має великі потенційні можливості як засіб організації орієнтувальної основи діяльності, особливо при розв‘язанні задач. Адже в конспекті в явному вигляді зібрані знання, які є засобом виконання орієнтування.

Спектр знань задачі задається семантичною и процедурною компонентами предметної моделі студента, а спектр вмінь – операційною компонентою (рис. 4).

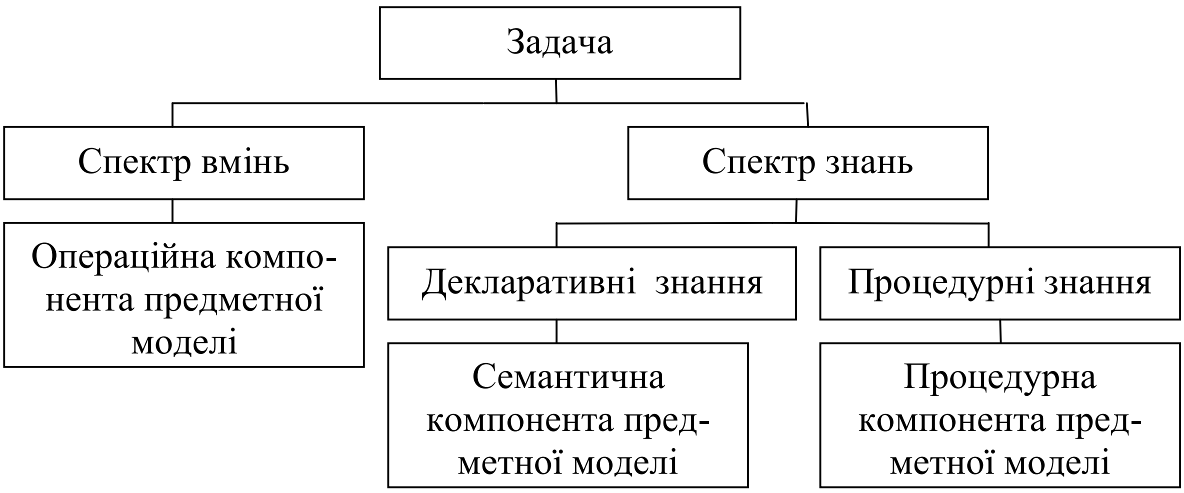

Рис. 4. Спектри вмінь і знань задачі.

Наприклад, розглянемо таку задачу: «Знайти всі вектори, що є перпендикулярними двом векторам $\overline{a} = (3;2;-1)$ і $\overline{b} = (2;-2;4)$, модулі яких дорівнюють 3», яка може бути розв‘язана у два способи.

Алгоритм розв‘язування задачі за першим способом полягає у такому:

1. Ввести невідомі координати вектора, що відшукується.
2. Знайти скалярні добутки невідомого вектора на відомі вектори.
3. Розв’язати систему двох лінійних рівнянь з трьома невідомими. Виразити дві невідомі координати через третю – вільну координату.
4. Знайти модуль невідомого вектора. Записати рівність модуля невідомого вектора заданому числу.
5. Розв’язати рівняння, що отримане. Знайти значення вільної координати.
6. Знайти координати векторів, що відшукувались.

Алгоритм розв‘язування задачі за другим способом полягає у такому:

1. Ввести невідомі координати вектора, що відшукується.
2. Знайти векторний добуток відомих векторів.
3. Записати умови колінеарності невідомого вектора і вектора, що є векторним добутком відомих векторів.
4. Виразити координати вектора через коефіцієнт пропорційності в умові колінеарності.
5. Знайти модуль невідомого вектора. Записати рівність модуля невідомого вектора відомому числу.
6. Розв’язати рівняння, що отримане. Знайти значення коефіцієнта пропорційності.
7. Знайти координати векторів, що відшукувались.

Спектр знань задачі складається з таких знань:

1. Декларативні знання:

- визначення понять: вектор, координати вектора, скалярний добуток векторів, векторний добуток векторів, модуль вектора, колінеарність векторів, перпендикулярність векторів.

- ознаки: колінеарності векторів, перпендикулярності векторів.

2. Процедурні знання:

- алгоритм знаходження модуля вектора;
- алгоритм знаходження векторного добутку двох векторів;
- алгоритм знаходження скалярного добутку двох векторів;
- алгоритм знаходження вектора, що є колінеарним наданому;
- алгоритм розв'язання невизначеної системи рівнянь методом Гауса;
- алгоритм обчислення визначника 3-го порядку.

Спектр вмінь задачі складається з таких вмінь:

1. Вміння з векторної алгебри:

- за наданими координатами двох векторів знаходити: скалярний добуток векторів, векторний добуток векторів;
- за наданими координатами вектора знаходити модуль вектора;
- знаходити вектор, що є колінеарним наданому;

2. Вміння з лінійної алгебри:

- розв'язувати невизначену систему лінійних рівнянь методом Гауса;
- обчислювати визначник 3-го порядку.

3. Вміння з елементарної математики:

- вилучати квадратний корінь з числа;
- вилучати корінь квадратний з невідомої величини;
- знаходити невідому величину за її модулем.

Для розв'язання задачі необхідно такі висловлювання семантичного конспекту:

1.9. Модулем вектора називається довжина відрізка, що задає вектор.

4.18. Модуль вектора дорівнює кореню квадратному з суми квадратів його координат.

4.19. Модуль вектора $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ обчислюється за формулою:

$$|\overline{a}| = \sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2 + a_z{}^2}\ .$$

6.1. Скалярним добутком двох векторів називається число, яке дорівнює добутку модулів цих векторів на косинус кута між ними.

6.2. Скалярний добуток векторів $\overline{a}$ и $\overline{b}$ позначається $\overline{a} \cdot \overline{b}$.

6.3. Скалярний добуток двох векторів, заданих координатами, дорівнює сумі добутків однойменних координат цих векторів.

6.4. Скалярний добуток векторів $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ і $\overline{b} = (b_x; b_y; b_z)$ обчислюється за формулою: $\overline{a} \cdot \overline{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$.

6.9. Якщо вектор $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ є перпендикулярним вектору $\overline{b} = (b_x; b_y; b_z)$, то скалярний добуток цих векторів дорівнює нулю:

$$\overline{a} \cdot \overline{b} = 0.$$

6.10. Якщо вектор $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ є перпендикулярним вектору $\overline{b} = (b_x; b_y; b_z)$, то виконується умова: $a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z = 0$.

7.1. Векторним добутком двох векторів називається вектор, модуль якого дорівнює добутку модулів цих векторів на синус кута між ними, і направлений перпендикулярно площині, в якій знаходяться дані вектори, складаючи з ними праву трійку векторів.

7.2. Векторний добуток векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ позначається $\overline{a} \times \overline{b}$.

7.3 Векторний добуток двох векторів $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ і $\overline{b} = (b_x; b_y; b_z)$ є вектор, координати якого обчислюються за формулою:

$$\overline{a} \times \overline{b} = \begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ x_{\overline{a}} & y_{\overline{a}} & z_{\overline{a}} \\ x_{\overline{b}} & y_{\overline{b}} & z_{\overline{b}} \end{vmatrix}.$$

9.1. Якщо вектор $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ є колінеарним вектору $\overline{b} = (b_x; b_y; b_z)$, то виконується умова: $\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$.

9.5. Якщо вектор $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ є перпендикулярним вектору $\overline{b} = (b_x; b_y; b_z)$, то скалярний добуток цих векторів дорівнює нулю: $\overline{a} \cdot \overline{b} = 0$.

9.6. Якщо вектор $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ є перпендикулярним вектору $\overline{b} = (b_x; b_y; b_z)$, то виконується умова: $a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z = 0$.

Задачник, що містить систему задач, розроблену за описаною технологією, має таку структуру. Після умови в кожній задачі вказуються деякі числа. Це номери висловлювань з семантичного конспекту, що визначають знання, за допомогою яких повинна розв‘язуватися ця задача. Якщо вжити термінологію теорії діяльності, то ці висловлювання в сукупності складають схему орієнтувальної основи діяльності. Суттєво, що в цій схемі не просто вказані знання, потрібні для розв‘язування задачі, але також позначені їх зв'язки з іншими знаннями, з яких вони витікають, якими вони визначаються. Як показала практика, цього виявляється достатньо, щоб активізувати думку основної маси студентів і направити її у потрібне русло.

Значення такого підходу полягає не тільки в тому, що студенти вчаться розв‘язувати задачі з конкретної теми. Нехай навіть не віддаючи собі звіту в цьому, студенти усвідомлювали ведучу роль орієнтування, і у них формується раціональний спосіб дій, вони засвоювали науковий підхід до розв‘язування задач, а значить, і до здійснення діяльності.

1. Атанов Г. О. Знання як засіб навчання. –К., Кондор, 2008.
2. Атанов Г. О. Теорія діяльнісного навчання. – К., Кондор, 2007.
3. Балл Г. А. О психологическом содержании понятия «задача» // Вопросы психологии. — 1970. — № 6. — С. 21-22.

4. Евсеєва Е.Г. Деятельностное обучение математике в высшей школе. Дидактика математики: проблеми і дослідження // Міжнародний збірник наукових праць. –Вип.25. - Донецьк: ТЕАН, 2006.- Сс. 197-205.

5. Евсеєва Е.Г. Семантический конспект по линейной алгебре. Дидактика математики: Проблеми і дослідження // Міжнародний збірник наукових праць. – Вип. 24. - Донецьк: ТЕАН, 2005.- С. 103-111

6. Машбиц Е. И. Психологические основы управления учебной деятельностью. — К.: Вища школа, 1987.

7. Скафа Е. И. Эвристическое обучение математике: теорія, методика, технология. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439с.

8. Столяренко Л. Д. Педагогическая психология. Серия „Учебники и учебные пособия”. – 2-е изд., перераб. и доп. – Ростов н/Д.: Феникс, 2003.

Summary. Elena Yevseyeva. CONSTRUCTION OF STUDYING PROBLEMS IN HIGH MATHEMATICS ON THE BASE OF THE STUDENT SUBJECT MODEL

In this article the technology of construction problems in high mathematics on base of semantic, operational and procedural components of the student subject model is given. The notions of the knowledge spectrum and the skills spectrum of the problem are formulated. Such the approach gives us the opportunity to compound the system of problems are to be solved by a student for mastering definite theme.

Резюме. Евсеева Елена Геннадиевна. РАЗРОБОТКА УЧЕБНЫХ ЗАДАЧ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ НА ОСНОВЕ ПРЕДМЕТНОЙ МОДЕЛИ СТУДЕНТА

В статье приведена технология разработки задач по высшей математике на основе семантической, операционной и процедурной компонент предметной модели студента. Сформулированы понятия спектра знаний и спектра умений задачи. Описанный подход, позволяет создавать систему задач, которые направлены на формирование умений, необходимых для усвоения определённой темы.

Ключові слова: навчальна діяльність, система задач з вищої математики, предметна модель студента, спектр знань задачі, спектр вмінь задачі.

Ключеыe слова: учебная деятельность, система задач по высшей математике, предметная модель студента, спектр знаний задачи, спектр умений задачи.