ВИЗНАЧЕННЯ ЗНАНЬ І ВМІНЬ З ВЕКТОРНОЇ АЛГЕБРИ, НЕОБХІДНИХ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З ТЕОРЕТИЧНИХ ОСНОВ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

Прокопенко Н. А.,

Донецький національний технічний університет,

асистент кафедри «Вища математика»

Розглянуто знання і вміння з векторної алгебри, необхідні для розв'язання типових задач з теоретичних основ електротехніки на основі предметної моделі студента. Наведено приклади застосування векторної алгебри в курсі ТОЕ.

Рассмотрены знания и умения по векторной алгебре, необходимые для решения различных задач курса «Теоретические основы электротехники» на основе предметной модели студента. Приведены примеры применения векторной алгебре в курсе ТОЕ.

Knowledges and abilities on vector algebra necessary for the decision of different tasks of course Theoretical bases of the electrical engineering on the basis of subject model of student are considered. The examples of application to vector algebra in a course of the Theoretical bases of the electrical engineering are resulted.

Сучасне виробництво потребує висококваліфіковані інженерні кадри. Тому підготовці спеціалістів технічного профілю приділяється значна увага. Загальна професійна підготовка інженерів має багато складових, але однією з важливих є математична підготовка. Згідно з методологією діяльнісного навчання [1] зміст математичної підготовки задається характером майбутньої професійної діяльності, а саме тими задачами, які повинен вміти розв'язувати майбутній інженер .

Метою статті є аналіз знань і вмінь з векторної алгебри, необхідних для розв'язання типових задач з теоретичних основ електротехніки, на основі п'ятикомпонентної предметної моделі студента з вищої математики, що складається з семантичного, процедурного, операційного, тематичного і функціонального компонентів, яку описано в роботі [2].

Векторна алгебра є дуже важливим розділом дисципліни «Вища математика» в системі інженерної освіти. При формуванні цілей і змісту навчання векторної алгебри враховують, які вміння і знання з цього розділу використовуються як в самому курсі вищої математики, так і в інших дисциплінах [4]. Однією з таких дисциплін є ТОЕ (теоретичні основ електротехніки).

Курс ТОЕ фактично включає дві частини – теорію ланцюгів і теорію електромагнітного поля. У теорії ланцюгів векторна алгебра використовується в символьному (комплексному) методі розрахунку і аналізу ланцюгів синусоїдального струму, а також в методі векторних діаграм (без застосування комплексних величин). У теорії електромагнітного поля векторна алгебра використовується вже в розрахунках. Особливо часто доводиться звертатися до векторної алгебри під час розрахунків полів змінного струму.

Векторними величинами у курсі ТОЕ є струм $\bar{I}$ та напруга $\overline{U}$, з якими виконуються лінійні операції. Так, у законі Ома для резистора використовується операція множення вектора на число:

$$\overline{U} = r \cdot \bar{I}, \tag{1}$$

де r – опір, що є скалярною величиною.

Внаслідок того, що при множенні вектора на число виходить вектор, колінеарний заданому, маємо, що вектори $\bar{I}$ та $\overline{U}$ - колінеарні.

При послідовному з'єднанні декількох резисторів використовується властивість дистрибутивності по відношенню до векторного множника. Так, наприклад для трьох резисторів, опори яких відповідно дорівнюють r_1, r_2, r_3, маємо:

$$(r_1 + r_2 + r_3) \cdot \bar{I} = r_1 \cdot \bar{I} + r_2 \cdot \bar{I} + r_3 \cdot \bar{I} = \overline{U}_1 + \overline{U}_2 + \overline{U}_3, \tag{2}$$

де $\overline{U}_1, \overline{U}_2, \overline{U}_3$ напруга у резисторах.

При використанні методу накладення, коли в одному резисторі протікає декілька складових струму, маємо:

$$r \cdot (\overline{I}' + \overline{I}'') = r \cdot \overline{I}' + r \cdot \overline{I}'', \tag{3}$$

де $\overline{I}', \overline{I}''$ - складові струму.

При цьому використовується властивість дистрибутивності суми векторів по відношенню до числового множника.

При визначенні напруги як різниці потенціалів, які є синусоїдальними і можуть бути представлені векторами або в комплексній формі, маємо:

$$\overline{U}_{AB} = \overline{\varphi}_A - \overline{\varphi}_B, \tag{4}$$

де $\overline{U}_{AB}$ – вектор напруги, спрямований від точки *B* до точки *A;*

$\overline{\varphi}_A$, $\overline{\varphi}_B$ – потенціали, що є радіус-векторами початку і кінця вектора напруги.

Наприклад, розглянемо топографічну діаграму потенціалів на комплексній площині (рис. 1).

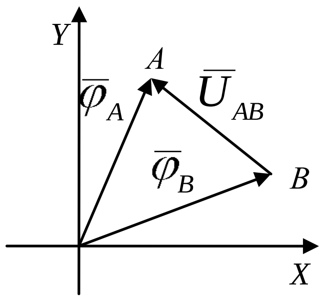

Рис. 1. Топографічна діаграма потенціалів.

На рис. 1. Вектор $\overline{U}_{AB}$ знайдено відніманням векторів $\overline{\varphi}_B$ та $\overline{\varphi}_A$ за правилом трикутника.

Формула (4) – це є вираз вектора $\overline{U}_{AB}$ через радіуси-вектори його початку $\overline{\varphi}_B$ і кінця $\overline{\varphi}_A$, що також можна бачити на діаграмі.

При складанні напруг при послідовному з'єднанні елементів резистора, індуктивності, ємності (*r, L, C*) доводиться мати справу з сумою протилежно напрямлених векторів: $\overline{U}_L$ і $\overline{U}_C$. Якщо $\left|\overline{U}_L\right| = \left|\overline{U}_C\right|$, то $\overline{U}_L = -\overline{U}_C$, тобто спостерігається режим резонансу напруг.

Аналогічна ситуація спостерігається при вивченні резонансу струмів, коли елементи *r, L, C* сполучені паралельно і додаються протилежно направлені струми $\overline{I}_L$ і $\overline{I}_C$: $\overline{I}_L = -\overline{I}_C$.

Наведемо приклад задачі з курсу ТОЕ, для розв'язання якої використовується векторна алгебра [3].

Задача. Вздовж тонкого провідника, що є колом радіуса a = 1,2 см і створює виток, тече струм $I = 5$ А. Необхідно визначити магнітну індукцію на осі витка.

Розв'язання:

1. Розташуємо виток у площині XOY декартової системи координат так, щоб початок координат співпадав з центром кола, що утворює виток, а напрям осі *OZ* – з позитивним напрямом нормалі до площини витка, як це показано на рис.2.

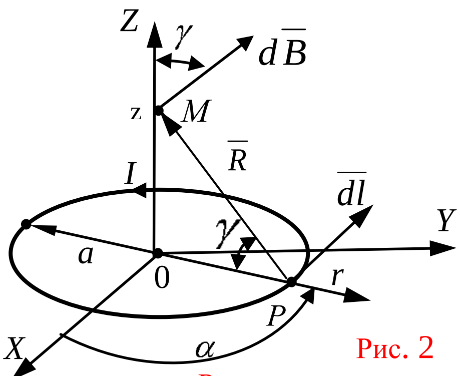

Рис. 2
Виток тонкого провідника

2. Обчислимо магнітну індукцію на осі витка, тобто у довільній точці $M(0;0;z)$ вісі *OZ*.

Магнітна індукція на вісі кругового струму обчислюється за формулою: $B = \int_0^{2\pi} dB_z$, де $dB_z = \left|d\overline{B}\right| \cdot \cos\gamma$ – проекція вектора $d\overline{B}$ на вісь *OZ*; $d\overline{B}$ - частка $\overline{B}$ для кожного малого елемента кола., $\overline{B}$ - вектор магнітної індукції, γ – кут між вектором $d\overline{B}$ та віссю *OZ*.

Розрахунок магнітної індукції виконаємо за допомогою закону Біо-Савара-Лапласа $d\overline{B} = \dfrac{\mu_0 I \cdot \overline{dl} \times \overline{R_0}}{4\pi \cdot \overline{R}^2}$, де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *Гн/м* – магнітна стала, $\overline{dl}$ - елемент кола і $\overline{R_0}$ - орт вектора $\overline{R}$, де $\overline{R} = \overline{PM}$, *P* – точка кола. Модуль вектора $d\overline{B}$ дорівнює $\left|d\overline{B}\right| = \dfrac{\mu_0 I \cdot \left|\overline{dl} \times \overline{R_0}\right|}{4\pi \cdot \overline{R}^2}$.

Враховуючи, що $\vec{dl} \perp \vec{R_0}$, $\left|\overline{R_0}\right| = 1$, $\left|\overline{dl}\right| = dl$, маємо за визначенням модуля векторного добутку векторів: $\left|\overrightarrow{dl}\times\overrightarrow{R_0}\right| = \left|\overrightarrow{dl}\right|\cdot\left|\overrightarrow{R_0}\right|\cdot\sin 90^\circ = dl$. З трикутника *MOP* $\cos\gamma = \dfrac{OP}{PM} = \dfrac{a}{\left|\overline{R}\right|} = \dfrac{a}{\sqrt{z^2+a^2}}$. Далі маємо:

$$\left|d\overline{B}\right| = \frac{\mu_0 I\cdot\left|\overline{dl}\times\overline{R_0}\right|}{4\pi\cdot\overline{R}^2} = \frac{\mu_0 I\cdot dl}{4\pi\cdot\left|\overline{R}\right|^2} = \frac{\mu_0 I\cdot a\cdot d\alpha}{4\pi\cdot(z^2+a^2)}.$$

Магнітна індукція на осі кругового струму за формулою (1) дорівнює:

$$B = \int_0^{2\pi} dB_z = \int_0^{2\pi}\frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{a\cdot d\alpha}{z^2+a^2}\cdot\frac{a}{\sqrt{z^2+a^2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{a^2}{(z^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\cdot\alpha\Big|_0^{2\pi} = \frac{\mu_0 I\cdot a^2}{2\sqrt{(z^2+a^2)^3}}.$$

У площині круга, де $z = 0$, числове значення індукції дорівнює:

$$B = \frac{\mu_0 I\cdot a^2}{2\cdot a^3} = \frac{\mu_0 I}{2a} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 5}{2\cdot 1{,}2\cdot 10^{-2}} = 26{,}2\cdot 10^{-5}\ \text{тл.}$$

Для розв‘язання цієї задачі необхідні такі вміння з векторної алгебри:

– за заданим модулем вектора і його напрямними косинусами знаходити координати вектора;

– за заданим вектором визначати його орт;

– за заданими модулями двох векторів і кутом між ними знаходити модуль векторного добутку цих векторів;

– визначати колінеарність векторів;

– за заданим модулем вектора знаходити його скалярний квадрат.

Цілі навчання для ТОЕ задаються характером майбутньої професійної діяльності. Необхідність досягнення цих цілей визначає зовнішню компоненту змісту, яку складають певні вміння. Цей зміст засвоюється за допомогою певних засобів — знань і умінь, які самі повинні бути заздалегідь освоєні. Для організації цього необхідно виділити проміжні цілі-уміння. Це задає внутрішню компоненту змісту. Зрозуміло, що знання і вміння з векторної алгебри – це є внутрішня компонента змісту навчання ТОЕ. Ці знання і вміння складають відповідні спектри — спектр знань і спектр умінь з векторної алгебри, необхідних для засвоєння курсу ТОЕ.

Задача визначення змісту навчального курсу розв’язується в процесі моделювання навчальної предметної області. Це моделювання полягає в побудові предметної моделі студента. Предметною моделлю студента називають частину нормативної моделі студента, яка визначає предметні знання, тобто знання з навчальних предметів [1]. Предметна модель студента визначає змістову сторону навчального предмета.

Існують п'ять компонент предметних знань і, відповідно п'ять компонент предметної моделі студента: тематична, функціональна, процедурна, операційна і семантична. Тематична компонента показує, про що знання; функціональна компонента визначає, які функції вони виконують; процедурна компонента описує порядок і характер перетворення об'єктів предметної області; операційна компонента задає уміння, які повинні бути сформовані у процесі навчання; семантична компонента визначає смислову, або семантичну, частину предметних знань.

В роботі [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**] описано спектральний підхід до розробки системи навчальних задач з вищої математики на основі предметної моделі студента. Сутність цього підходу полягає в тому, що на основі операційного компонента предметної моделі студента для кожної задачі, що входить до системи, визначається спектри знань та вмінь, необхідних для її розв‘язання. На основі цих спектрів складається спектри знань та вмінь всієї системи задач.

Описаний підхід було застосовано до визначення вмінь та знань з векторної алгебри, необхідних для розв‘язання задач у курсі ТОЕ, що викладається студентам технічних спеціальностей.

Наведемо приклади фрагментів двох компонентів, які використовуються у курсі ТОЕ. Тематичний компонент має вигляд:

ТК1. Види векторів.

ТК2. Операції з векторами, заданими геометрично.

ТК3. Кут між векторами. Проекція вектора на вектор.

ТК4. Координати вектора в прямокутній системі координат.

ТК5. Операції з векторами, що задані своїми координатами.

ТК6. Скалярний добуток векторів.

ТК7. Векторний добуток векторів.

ТК8. Мішаний добуток векторів.

ТК9. Умови колінеарності, перпендикулярності та компланарності векторів.

ТК10. Геометричні та механічні застосування векторів.

Семантичний компонент предметної моделі студента є безпосередньо предметними знаннями, структурованими у вигляді окремих висловлювань, що виражають одну закінчену думку, і які розташовані в послідовності їх вивчення. Як правило, семантична модель подається у вигляді так званого семантичного конспекту. Семантичний конспект – це повний набір лаконічно поданих думок предметної області. Виданий окремо, він є дуже тонкою брошурою, тому що в ній немає викладень, доведень і пояснень. Проте, вона містить усі положення курсу, що вивчається. Дидактичну сутність семантичного конспекту передає його інша назва – опорний конспект, оскільки він містить думки, на які необхідно спиратися при вивченні предмету [1, 2].

Всі висловлювання семантичного конспекту пронумеровані. Кожне висловлювання має номер, що складається з двох частин, розділених крапкою. Перша частина – це номер розділу, до якого належить висловлювання, друга частина – його номер в даному розділі. Крім того, деякі номери стоять також після висловлювань. Це номери інших висловлювань, від яких надане залежить, якими воно визначається, з яких виходить. Зв'язки між висловлюваннями можуть бути дуже простими, наприклад, посилання на терміни, які вживаються в даному вислові, і складнішими, більш глибокими, наприклад, зв'язок причини і наслідків.

Розроблений нами семантичний конспект з векторної алгебри описано в роботі [5].

Наведемо фрагмент семантичного конспекту, який використовується у курсі ТОЄ у наданих вище прикладах.

СК.1.1. Напрямленим відрізком називається відрізок, один кінець якого - початкова точка, а інший кінець – кінцева точка.

СК.1.2. Напрямлений відрізок називається вектором.(СК.1.1)

СК.1.3. Початком вектора називається початкова точка відрізка, який задає вектор.(СК.1.1)

СК.1.4. Кінцем вектора називається кінцева точка відрізка, який задає вектор.(СК.1.1)

СК.1.5. На кресленні напрям вектора вказується стрілкою вкінці вектора.(СК.1.4)

СК.1.6. Вектор з початком в точці *A* і кінцем в точці *B* позначається $\overline{AB}$. (СК.1.2, СК.1.3, СК.1.4)

СК.1.7. Вектори можна позначати малими латинськими буквами.(СК.1.2)

СК.1.8. Модулем вектора називається довжина відрізка, що задає вектор.(СК.1.2)

СК.1.9. Модуль вектора $\overline{AB}$ позначається $|\overline{AB}|$.(СК.1.8)

СК.1.10. Модуль вектора $\overline{a}$ позначається $|\overline{a}|$. (СК.1.8)

СК.1.11. Колінеарними векторами називаються вектори, що лежать на одній прямій або на паралельних прямих.(СК.1.2)

СК.1.12. Колінеарність векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ позначається: $\overline{a} \parallel \overline{b}$. (СК.1.11)

СК.1.13. Радіус-вектором точки *M* називається вектор, точка прикладання якого – початок координат, а кінець – точка *M*. (СК.1.2, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, СК.1.4)

СК.1.14. Радіус-вектор точки *M* позначається $\overline{r}_M$. (СК.1.13)

Таким чином, нами визначено знання і вміння з векторної алгебри, необхідні для розв'язання задач з ТОЕ. Описано п'ять компонентів предметної моделі студента з векторної алгебри. Враховуючи той факт, що між вивченням курсу вищої математики і спеціальних дисциплін зазвичай минає великий термін часу, студентам необхідно відновити знання і вміння з векторної алгебри. Для цього їм не достатньо надати простий перелік формул. На нашу думку при навчанні спеціальних дисциплін, таких як теоретичні основи електротехніки, буде корисним надати студентам семантичний (опорний) конспект з векторної алгебри. В цьому конспекті в дуже зручному дискретному вигляді подані всі знання, на які має спиратися студент при вивченні спеціальних дисциплін.

Список використаної літератури

1. Атанов Г. О. Теорія діяльнісного навчання. – К.: Кондор, 2007. С.

2. Євсеєва О. Г. П'ятикомпонентна предметна модель студента технічного університету з вищої математики. Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (Педагогічні науки). – №1. – Бердянськ: Вид-во БДПУ, 2010. – С. 163-169.

3. Євсеєва О. Г., Прокопенко Н. А. Визначення цілей і змісту навчання векторної алгебри студентів технічного університету./ Матеріали міжнародної науково - методичної конференції «ПМО-2010». 24-26 листопада. М. Черкаси.202-204.

4. Рибалко М. П. Есауленко В. О, Костенко В. І. Теоретичні основи електротехніки: лінійні електричні кола: Підручник. – Донецьк: Новий світ, 2003. – 513с.

5. Прокопенко Н. А. Семантичний конспект з векторної алгебри / Н. А. Прокопенко // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (Педагогічні науки). – №1. – Бердянськ: Вид-во БДПУ, 2010. – С. 80-92.

6.Євсеєва О. Г., Прокопенко Н.А. Операційна компонента предметної моделі студента технічного університету з векторної алгебри // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 33. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2010. – С. 28-34.