

РЕШЕНИЕ СЛАУ В МЕТОДАХ АППРОКСИМАЦИИ ХАРАКТЕРИСТИК НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

И.С. Шаповалова

Л.В. Незамова, ассистент каф.ВМиП

Донецкий национальный технический университет

Irish_2000@bk.ru

Рассматривается задача нахождения коэффициентов полинома. В статье мы предлагаем использовать программу, написанную в среде Delphi, для вычисления этих коэффициентов.

The task of being of coefficients of polynomial is examined. In this article we propose to use a program that is written in delphi for the calculation of these coefficients.

Розглядається завдання знаходження коефіцієнтів полінома. У статті пропонується використовувати програму, написану в Delphi для їх обчислення.

ПОЛИНОМ, СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ, МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ.

Для анализа и расчета нелинейных цепей необходимо знать вольтамперные характеристики (ВАХ) нелинейных элементов в аналитической или в табличной форме.

Замена истинной характеристики, приближенно представляющей ее функцией, называется аппроксимацией характеристики. Аппроксимация – замена одних объектов другими математическими объектами, в том или ином смысле близкими к исходным.

Аппроксимация позволяет исследовать числовые характеристики и качественные свойства сложных нелинейных цепей. Задача приближенного аналитического представления функции, заданной графически или таблицей значений, в заданных пределах изменения ее аргумента (независимой переменной) предполагает, во-первых, выбор аппроксимирующей функции, т.е. функции, с помощью которой приближенно представляется заданная зависимость, и, во-вторых, выбор критерия оценки “близости” этой зависимости и аппроксимирующей ее функции [1].

В качестве аппроксимирующей функции в задачах аналитического представления вольт-амперных характеристик используют алгебраические полиномы той или иной степени

$$f(x) = a_0 + a_1 * x + a_2 * x^2 + \dots + a_n * x^n$$

Записывая равенство функций: выбранной аппроксимирующей функции $f(x)$ и заданной функции в каждом из узлов интерполирования x_k , $k = 0, 1, 2, \dots, n$, получим систему из $n+1$ линейных уравнений

$$\begin{cases} a_0 + a_1 x_0 + a_2 x_0^2 + \dots + a_n x_0^n = \xi(x_0) \\ a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + \dots + a_n x_1^n = \xi(x_1) \\ \dots \\ a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \dots + a_n x_n^n = \xi(x_n) \end{cases}$$

В теории интерполирования функций доказывается, что система уравнений имеет единственное решение. Единственным будет и решение рассматриваемой задачи интерполирования вольтамперной характеристики полиномом выбранной степени.

Трудоемкая часть процесса по вычислению коэффициентов полинома реализована в алгоритме программы посредством нахождения решения системы уравнений. В большинстве случаев достаточно сохранить вторую степень полинома, при этом имеем систему из трех уравнений. Для расчета коэффициентов системы уравнений в программе использован метод решения СЛАУ по схеме Жордана.

Одним из наиболее распространенных способов аппроксимации является степенная аппроксимация. Обычно аппроксимирующий степенной полином записывается в виде

$$i(u) = a_0 + a_1 * (u - U_0) + a_2 * (u - U_0)^2 + a_3 * (u - U_0)^3 + \dots,$$

где a_0, a_1, a_2, a_3 - неизвестные коэффициенты.

Допустим, необходимо, аппроксимировать характеристику $i=f(u)$ полевого транзистора полиномом второй степени на интервале $-1,5 < u < -0,5$ В при $U_0 = -1$ В. ВАХ транзистора задана в табличной форме табл.1.

Таблица 1

u, В	-1,5	-1	-0,5
i, мА	0,5	1	2,5

Для нахождения коэффициентов a_0, a_1 и a_2 полинома второй степени

$$i(u) = a_0 + a_1 * (u - U_0) + a_2 * (u - U_0)^2$$

составим систему уравнений

$$\begin{cases} a_0 + a_1(-1,5 + 1) + a_2(-1,5 + 1)^2 = 0,5 \\ a_0 + a_1(-1 + 1) + a_2(-1 + 1)^2 = 1 \\ a_0 + a_1(-0,5 + 1) + a_2(-0,5 + 1)^2 = 2,5 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} a_0 - 0,5 * a_1 + 0,25 * a_2 = 0,5 \\ a_0 = 1 \\ a_0 + 0,5 * a_1 + 0,25 * a_2 = 2,5 \end{cases}$$

Решив эту систему, найдем $a_0=1$ мА, $a_1=2$ мА/В и $a_2=2$ мА/В². Окончательно получим $i(u) = 1 + 2*(u+1) + 2*(u+1)^2 = 5+6*u+2*u^2$

ВАХ транзистора в табличной форме на интервале $-1,5 < u < 0,5$ примет вид табл.2.

Таблица 2

u, В	-1,5	-1	-0,5	0	0,5
i, мА	0,5	1	2,5	5	8,5

Рассмотрим программную реализацию поставленной задачи. После запуска программы на выполнение, на экране появится форма (рис.1). В таблицу необходимо занести значения матрицы коэффициентов и столбца свободных членов. Щелкнув на кнопке «расчет коэффициентов» получим на экране значения a_0 , a_1 , a_2 . В поле U_0 необходимо занести значение рабочей точки. По расчетным значениям a_0 , a_1 , a_2 будет рассчитан полином второй степени (т.е. график тока). Для того чтобы увидеть графическое представление аппроксимирующую функцию заданой характеристики в окрестности рабочей точки U_0 , необходимо щелкнуть по кнопке «график тока (полином)». Иногда целесообразно построить на одной плоскости несколько графиков полиномов, полученных в результате решения различных систем уравнения. Такая задача приведена в последнем пункте данного отчета, когда из построенных графиков токов необходимо выбрать оптимальный, тот который максимально приближен к исходной ВАХ, т.е. проходит через экспериментальные точки характеристики $i_B = F(u_{БЭ})$, для некоторого транзистора. Для того, чтобы построить несколько графиков токов в одной плоскости, можно не выходя из программы, вводить различные системы уравнений, получать их значения и щелкая по кнопке «график тока (полином)» сразу увидеть их графическое представление на экране.

Рассмотрим тестовый пример. Заданы пять точек, полученных экспериментальным путем, характеристики $i_B = F(u_{БЭ})$ для некоторого транзистора. Необходимо выполнить степенную аппроксимацию этой характеристики в диапазоне $u_{БЭ}$ от 0,4 до 0,9 В полиномом второй степени в окрестности рабочей точки $U_0 = 0.7В$.

Коэффициенты a_0, a_1, a_2 полинома $i_B = a_0 + a_1 \cdot (u_{БЭ} - U_0) + a_2 \cdot (u_{БЭ} - U_0)^2$ найдем, используя метод интерполяции. Выберем в качестве узлов интерполяции точки, соответствующие напряжениям 0,5; 0,7; 0,9 и составим систему уравнений

$$\begin{cases} a_0 - 0.2 \cdot a_1 + 0.04 \cdot a_2 = 0,05 \\ a_0 = 0.15 \\ a_0 + 0.2 \cdot a_1 + 0.04 \cdot a_2 = 0.5 \end{cases}$$

Решение этой системы (рис.1) дает $a_0 = 0.15$ $a_1 = 1.125$ $a_2 = 3.125$
Кривая тока $i_B = 0.15 + 1.125 \cdot (u_{БЭ} - 0,7) + 3.125 \cdot (u_{БЭ} - 0,7)^2$. Полученный график проходит через три экспериментальных точки. Лучшую аппроксимацию можно получить, если использовать полином четвертой степени и выбрать пять узлов аппроксимации. Можно оставить вторую степень и улучшить аппроксимацию, воспользовавшись каким-либо другим методом для определения коэффициентов.

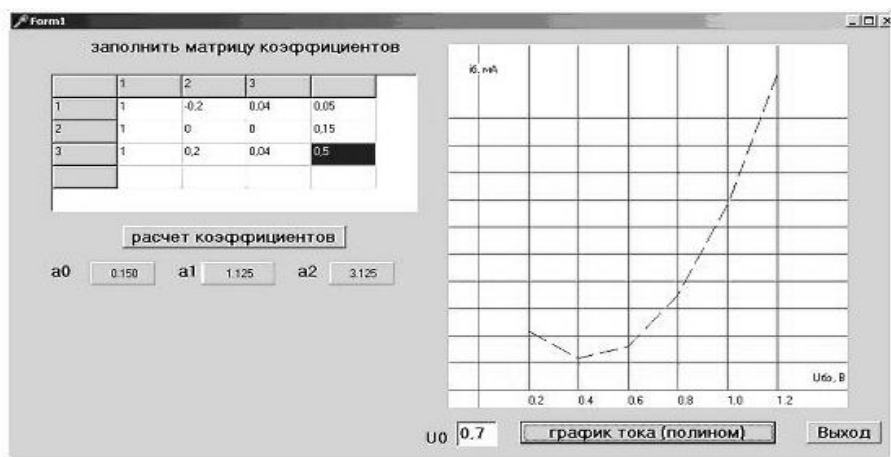


Рис.1 – Кривая тока для первого полинома

Составим новую систему уравнений

$$\begin{cases} 5*a_0 - 0.2*a_1 + 0.18*a_2 = 0.98 \\ -0.2*a_0 + 0.18*a_1 - 0.026*a_2 = 0.106 \\ 0.18*a_0 - 0.026*a_1 + 0.0123*a_2 = 0.0272 \end{cases}$$

Решение этой системы (рис.2) дает $a_0 = 0.164$ $a_1 = 1.07$ $a_2 = 2.069$. График тока при этом определяется полиномом $i_B = 0.164 + 1.07*(u_{БЭ} - 0,7) + 2.069*(u_{БЭ} - 0.7)^2$. Эта характеристика более приемлема для аналитического описания экспериментальных результатов.

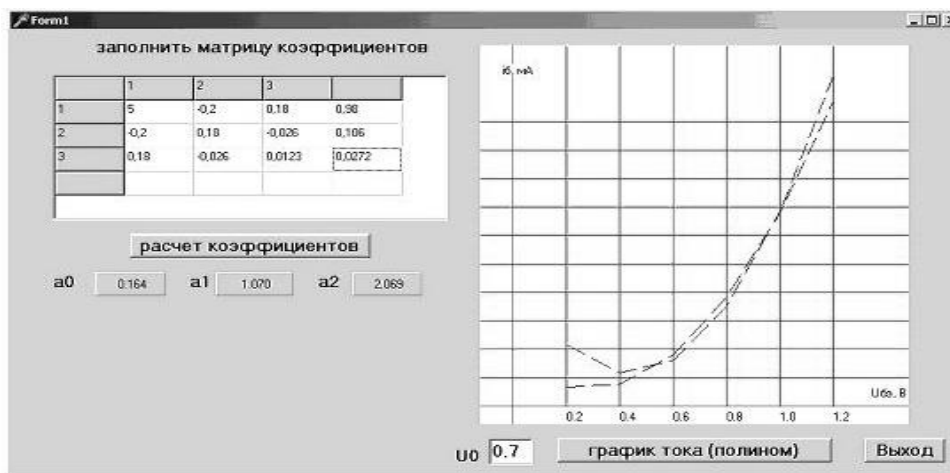


Рис.2 – Кривая тока для первого и второго полинома

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учебник. — 10-е изд. — М.: Гардики, 2002. — 638 с.
2. Зелковиц М., Шоу А., Гэннон Дж. Принципы разработки программного обеспечения / Пер. с англ. - М.: Мир, 1982. - 386 с.
3. Фокс Дж. Программное обеспечение и его разработка / Пер. с англ. - М.: Мир, 1985. - 368 с.