УДК 531.12

Волков С.В. (КИИ ДонНТУ)

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОБОДНОГО ОПОЛЗНЯ ЭТАЛОННОЙ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ ПО ПОВЕРХНОСТИ

В рамках решения задачи моделирования траектории оползня в «идеальных условиях» по произвольной поверхности, получены дифференциальные уравнения линии оползня. Указаны перспективы дальнейшего развития поставленной задачи.

Оползень – сползание и отрыв масс горных пород вниз по склону под действием силы тяжести, нередкое природное явление, которое является следствием целого комплекса специфических природных факторов. Никакой фактор в отдельности не позволяет корректно построить математическую модель данного явления. Поэтому при моделировании этого явления речь должна идти только комплексе физических условий и предпосылок. Однако, изучение комплекса условий невозможно без изучения сути пофакторного влияния этих условий на некую материальную точку.

Рассмотрим «идеальные условия» при которых эталонная материальная точка M_0 (далее МТ), заданной массы m_0 в состоянии покоя расположена на однородной поверхности заданной уравнением $f(x;y;z)=0$. Под воздействием сил тяжести $\overline{F}_T$ и напряжения поверхности $\overline{F}_{NP}$, вопреки силе трения $\overline{F}_{TR}$, происходит смещение данной МТ (действием сил, кроме указанных пренебрегаем). В данной роботе в результате исследования траектории движения (перемещения) данной МТ, получено уравнение оползня.

В качестве эталонной МТ можно рассмотреть наиболее распространенный тип (по размеру, плотности и т.д.) точки движущейся по поверхности. Для остальных МТ можно использовать поправочные коэффициенты k_i. Логично предположить, что наиболее тяжелая МТ имеет более высокие показатели фактической силы трения, а значит коэффициент $k_i > 1$.

Исходя из поставленной задачи, считаем известным местоположение МТ в начальный момент времени $M_0(x_0;y_0;z_0)$, которая выполняет движения по поверхности $f(x;y;z)=0$, только под действием суммарной силы источников энергии, а именно $\overline{F}_T, \overline{F}_{NP}, \overline{F}_{TR}$.

При исследовании перемещений МТ по плоскости $\alpha: Ax+By+Cz+D=0$ было получено направление $\overline{s}$ такого перемещения в произвольной точке M_i, $M_i \in \alpha$.

$$\overline{s} = \frac{D}{AB}\left(-AC;-BC;A^2+B^2\right). \tag{1}$$

Рассмотрим элементарную часть поверхности $f(x;y;z)=0$ в окрестности точки $M_0(x_0;y_0;z_0)$ см. рисунок 1, которая сопоставима с касательной плоскостью β_f к f в точке M_0 β_f: $\frac{\partial f(M_0)}{\partial x}(x-x_0)+\frac{\partial f(M_0)}{\partial y}(y-y_0)+\frac{\partial f(M_0)}{\partial z}(z-z_0)=0$,

следовательно, направление оползня МТ M_0 будет определятся (1) с учетом того что:

$$\begin{gathered} A=\frac{\partial f(M_0)}{\partial x}; B=\frac{\partial f(M_0)}{\partial y}; C=\frac{\partial f(M_0)}{\partial z}; \\ D=-\left(Ax_0+By_0+Cz_0\right). \end{gathered} \tag{2}$$

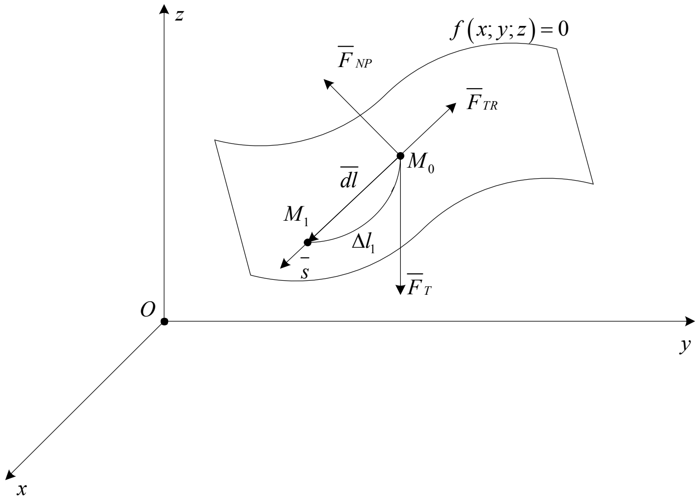

Рисунок 1. Перемещение МТ по поверхности.

Вектор элементарного перемещения между двумя МТ $\overline{dl} = (dx; dy; dz)$ должен быть коллинеарным $\overline{s}$, тогда

$$\frac{dx}{A \cdot C} = \frac{dy}{B \cdot C} = \frac{dz}{-\left(A^2 + B^2\right)}, \tag{3}$$

а с учетом (2)

$$\frac{dx}{f'_x \cdot f'_z} = \frac{dy}{f'_y \cdot f'_z} = \frac{-dz}{\left(f'_x\right)^2 + \left(f'_y\right)^2}. \tag{4}$$

Система уравнений двух независимых интегралов (4)

$$\begin{cases} \varphi_1(x; y; z) = C_1; \\ \varphi_2(x; y; z) = C_2; \end{cases} \tag{5}$$

с учетом начальных условий, местоположения M_0, определяет траекторию оползня МТ M_0 как линию пересечения двух поверхностей φ_1, φ_2.

В перспективе автор видит изучение: условия остановки перемещения и срыва МТ (в зависимости от характеристик поверхности), траектории перемещения МТ по неоднородной поверхности под воздействием дополнительных раздражителей, и, как итог, моделирование поведения системы МТ на неоднородной поверхности под воздействием различных сил.

Библиографический список

1. Емельянова Е.П. Основные закономерности оползневых процессов. – М.: «Недра», 1972. – 226с.
2. Зельдович Я. Б., Мышкис А. Д. Элементы математической физики. – М.: «Наука». Главная редакция физико-математической литературы 1973г. – 351 с.
3. Кафтанова Ю. В. Специальные функции математической физики. Ч. 3 Моделирование аномальных и экстраординарных природных и техногенных процессов. Научнопопулярное издание. – Х.: ЧП Издательство «Новое слово», 2009. – 596 с.
4. Краснов М. Л., Киселев А. И. и др. Вся высшая математика: Учебник. Том 4. 2-е изд., испр. – М.: Едиториал УРСС, 2005 г. – 352 с.
5. Андре Анго Математика для электро– и радиоинженеров. – М.: «Наука» Главная редакция физико-математической литературы, 1967. – 780с.