

УДК 378.094

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ  
ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ  
ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ СЕВООБОРОТОВ

*Азарова Н.В., Маленко Андреас*

*Донецкий национальный технический университет,  
Landwirtschaftlich-Gärtnerische Fakultät,  
Institut für Gartenbauwissenschaften,  
Humboldt-Universität zu Berlin*

*Розглянуто задачу вибору оптимальної структури посівної площі для декількох сільськогосподарських культур.*

Севооборотом называется научно-обоснованное чередование сельскохозяйственных культур и паров во времени и в пространстве (на полях). Введение и освоение севооборотов предусматривает проведение организационно-хозяйственных, агротехнических и землеустроительных мероприятий в соответствии с перспективным планом развития хозяйства и его специализацией. По широте, глубине и разнообразию действия на сельскохозяйственные растения, биологические сообщества и почву севооборот не имеет себе равных среди агротехнических мероприятий. В связи с этим особую актуальность приобретает проблема разработки простых и эффективных методов планирования севооборотов.

Расчеты оптимального использования севооборотов выполняются с использованием методов линейного программирования, в два этапа:

I этап – расчет стандартов оптимизации, «закрепление» на их основе всей совокупности конкретных земельных участков хозяйства за теоретически возможными видами специализации хозяйственной деятельности и формирование по итогам такого «закрепления» пред-

варительного варианта программы организации производства и землепользования;

II этап – распределение земельных участков сельскохозяйственного предприятия по видам посевов конкретных культур в соответствии с зафиксированной на предыдущем этапе потребностью каждой из них в посевных площадях.

В качестве примера задачи, связанной с поиском наилучшего решения, рассмотрим задачу выбора оптимальной структуры посевных площадей нескольких сельскохозяйственных культур. Эта задача является типичным примером задачи оптимального распределения ресурсов, часто возникающей при производстве различной продукции.

Описание задачи. В овощеводческом хозяйстве набор выращиваемых культур и объемы их производства определяются наличием пригодных для использования земель, допустимых затрат труда, заказами на отдельные виды культур, спросом на них, а также экономической эффективностью производства. При определении структуры посевных площадей необходимо обеспечить максимальную экономическую эффективность, исходя из имеющихся ресурсов.

Для решения такой задачи необходима следующая информация:

- площадь земли, отводимая под посевы;
- наличие трудовых ресурсов, выделяемых для производства овощей, как в течение всего года, так и в наиболее напряженный период (в период сбора урожая);
- затраты труда на каждую культуру (всего и в напряженный /особый/ период);
- урожайность каждой из рассматриваемых культур;
- заказ на каждую культуру и предельные объемы сбыта;
- прибыль от производства каждой культуры;
- критерий оптимальности, определяющий, какое решение считается наилучшим.

Допустим, что при решении нашей задачи используются следующие исходные данные.

1. Выращиваемые культуры: – капуста;
  - огурцы;
  - помидоры;
  - свекла;
  - другие виды овощей.

Для каждой культуры полагаются известными:

- затраты труда (человеко-дней на гектар) на выращивание культуры на единице площади всего и, отдельно, в напряженный период (например, в период сбора урожая);
- заказ и предельный спрос на культуру (в центнерах).

2. Площадь используемых земель равна 313 га.

3. Трудовые ресурсы для производства овощей в течение года равны 45000 человеко-дней, в том числе в напряженный период - 8600 человеко-дней.

4. В качестве критерия оптимальности принимается максимум получаемой от производства овощей прибыли.

Все необходимые для решения задачи исходные и вспомогательные данные приведены в таблице 1.

Таблица 1. Исходные данные для решения задачи

Наименование культуры	Заказ, ц	Макс. спрос, ц	Урожайность, ц/га	Затраты труда		Прибыль с 1 га, у. е.
				всего	особо	
				чел.-дн. /га		
Капуста	31000	45000	325	75	26	69
Огурцы	4500	7000	92	138	22	39
Помидоры	6500	10000	176	346	35	38
Свекла	5900	9500	206	158	34	14
Другие овощи	1500	8000	52	91	40	10

Посевная площадь: 313 га

Трудовые ресурсы (всего): 45000 чел.-дн.

Трудовые ресурсы (особо): 8600 чел.-дн.

Помимо ранее указанных требований для удобства реализации решения площадь посевов под каждую культуру будем определять с точностью до десятков гектаров (вряд ли реально выполнить задачу выращивания огурцов на площади в точности, например, 103,673 га).

Математическая модель задачи. Для того, чтобы найти решение задачи, необходимо сформулировать математическую модель.

Прежде всего, запишем ее в общем виде, используя следующие обозначения:

$N$  – множество выращиваемых культур,  $j \in N$ ;

$M$  – множество ресурсов (площадь земли, трудовые ресурсы и т.п.), которые можно распределять между различными видами культур,  $i \in M$ ;

$A_{ij}$  – затраты  $i$ -го ресурса на 1 га посевов  $j$ -й культуры;

$B_i$  – объем производственных ресурсов  $i$ -го вида;

$C_j$  – прибыль, получаемая с 1 га посева  $j$ -й культуры;

$d_j$  – объем заказов на  $j$ -ю культуру;

$D_j$  – предельный спрос на  $j$ -ю культуру;

$U_j$  – урожайность  $j$ -й культуры.

Переменные задачи (управляемые, искомые величины):

$X_j$  – площадь, выделяемая под посев  $j$ -й культуры, уменьшенная в 10 раз.

Модель задачи в общем виде выглядит следующим образом.

Целевая функция:

$$\sum_{j \in N} 10 \cdot C_j X_j \rightarrow \max .$$

Ограничения на объемы используемых ресурсов:

$$\sum_{j \in N} 10 \cdot A_{ij} X_j \leq B_i , \forall i \in M .$$

Ограничения на объемы производства культур:

$$d_j \leq \sum_{j \in N} 10 \cdot U_j X_j \leq D_j , \forall j \in N .$$

Чтобы в процессе решения получить результаты в нужном виде – округленными до десятков значениями оптимальных посевов площадей, введем в модель дополнительное ограничение, связанное с условием целочисленности значений переменных:

$$X_j \in Z, \forall j \in N .$$

Отметим, что сформулированная математическая модель задачи включает только линейные ограничения и, следовательно, является задачей смешанного целочисленного линейного программирования.

Пользуясь математической моделью общего вида, нетрудно получить конкретную модель, на основе которой и будет решаться наша задача.

Переменные:

$X_1$  – площадь (га), выделяемая под посев капусты;

$X_2$  – площадь (га), выделяемая под посев огурцов;

$X_3$  – площадь (га), выделяемая под посев помидоров;

$X_4$  – площадь (га), выделяемая под посев свеклы;

$X_5$  – площадь (га), выделяемая под посев других овощей.

Имеются в виду уменьшенные в 10 раз значения площадей.

Целевая функция:

$$690 X_1 + 390 X_2 + 380 X_3 + 140 X_4 + 100 X_5 \rightarrow \max .$$

Ограничения:

- на общую площадь посевов

$$10 X_1 + 10 X_2 + 10 X_3 + 10 X_4 + 10 X_5 \leq 313 ;$$

- на общий объем трудовых ресурсов

$$750 X_1 + 1380 X_2 + 3460 X_3 + 1580 X_4 + 910 X_5 \leq 45000 ;$$

- на объем ресурсов в напряженный период

$$260 X_1 + 220 X_2 + 350 X_3 + 340 X_4 + 400 X_5 \leq 8600 ;$$

- по заказам на каждую культуру  $3250 X_1 \geq 31000 ;$

$$920 X_2 \geq 4500 ;$$

$$1760 X_3 \geq 6500 ;$$

$$2060 X_4 \geq 5900 ;$$

$$520 X_5 \geq 1500 ;$$

- по предельному спросу на каждую культуру

$$3250 X_1 \leq 45000 ;$$

$$920 X_2 \leq 7000 ;$$

$$1760 X_3 \leq 1000 ;$$

$$2060 X_4 \leq 9500 ;$$

$$520 X_5 \leq 8000 ;$$

- на целочисленность значений:  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \in Z .$

Компьютерная реализация решения этой задачи может быть выполнена в среде LPICad (рис. 1 а, б).

Нормативная информация				Оперативная информация			
Опции				Опции			
	Наименование	A	B		Наименование	C	D
1	урожайность (ц/га) и прибыль с 1 га			1	Заказ и макс. спрос (в ц.)		
2	капуста	325	69	2	капуста	31000	45000
3	огурцы	92	39	3	огурцы	4500	7000
4	помидоры	176	38	4	помидоры	6500	10000
5	свекла	206	14	5	свекла	5900	9500
6	другие овощи	52	10	6	другие овощи	1500	8000
7	затраты труда всего и в особый период (чел.дн/га)						
8	капуста	75	26				
9	огурцы	138	22				
10	помидоры	346	35				
11	свекла	158	34				
12	другие овощи	91	40				
13	посевная площадь (га)	313					
14	трудозатраты всего и в особый период (чел.дн)	45000	8600				

а

Строка формул										
E7	x5*10									
Сюда следует вводить название модели										
	x1	x2	x3	x4	x5	<=	=	>=	F	Результат
Ц.ф.	690	390	380	140	100				13940	Опции
1	10	10	10	10	10	<=			313	1 Прибыль
2	750	1380	3460	1580	910	<=			45000	2 Площади посева (га)
3	260	220	350	340	400	<=			8600	3 капуста
min	9,54	4,89	3,69	2,86	2,88					4 огурцы
max	13,85	7,61	5,68	4,61	15,38					5 помидоры
тип	I	I	I	I	I					6 свекла
	13	7	4	3	3					7 другие овощи

б

Рис. 1. Решение задачи в среде LPIcad: а) исходные данные задачи; б) обработка результатов решения.

Решение подобных задач знакомит студентов с методами математического исследования прикладных вопросов, дает понятие о разработке математических моделей для решения агрономических задач сельскохозяйственного производства.

### Литература

1. Зайцев В.А. Высшая математика: Учебник для неинженерных специальностей сельскохозяйственных вузов / В.А. Зайцев – М.: Высшая школа, 1991. – 400 с.
2. Банди Брайан. Основы линейного программирования / Брайан Банди – М.: Радио и связь, 1989. – 176 с.