МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ, НАУКИ,
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання контрольних робіт з курсу "ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ"

Для студентів, що навчаються за напрямами
6.050201“Системна інженерія” (СУА)
6.050202“Автоматизація та
комп’ютерно-інтегровані технології” (АУП)
(для заочної форми навчання)

Розглянуто
на засіданні кафедри
автоматики та телекомунікацій
Протокол № 2 від 11.03.2011р.

Затверджено на засіданні
навчально-видавничої ради
ДонНТУ
Протокол № 3 від 05.05.2011р.

Донецьк, ДонНТУ 2011 р.

УДК 62-52 (071)

Методичні вказівки до виконання контрольних робіт з курсу "Теорія автоматичного управління", (для студентів, що навчаються за напрямами 6.050201“Системна інженерія” (СУА) і 6.050202“Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології” (АУП) заочної форми) / Укл.: Р.В. Федюн, В.О. Попов - Донецьк: ДонНТУ, 2011.- 58 с.

Представлено варіанти контрольних завдань і короткі методичні вказівки для їхнього самостійного виконання.

Наведено тематичний план дисципліни, а також короткі відомості з теорії, порядок виконання завдань і література.

Укладачі: Р.В. Федюн, доц.
В.О. Попов, доц

Рецензент О.І. Секірін, доц.

Відповідальний
за випуск В.І. Бессараб, зав. каф.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ПО ВИВЧЕННЮ КУРСУ "ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ"

Викладання даної дисципліни ставить ціллю дати студентам знання та прищепити навички в галузі розв'язання задач аналізу та синтезу систем автоматичного управління, розробки алгоритмів функціонування автоматичних систем, вибору технічних засобів реалізації систем автоматичного управління.

В цій дисципліні розкриваються теоретичні основи створення систем автоматичного управління (САУ) різними технічними пристроями та технологічними процесами.

Вивчення курсу "Теорія автоматичного управління" складається з:

1) самостійної роботи над навчальними посібниками;

2) самостійного виконання контрольних завдань;

3) слухання лекцій і виконання лабораторних робіт на настановних сесіях.

Тематичний план дисципліни.

1. Вступ.

Предмет і завдання курсу. Роль вітчизняної науки в розвитку теорії та практики автоматичного управління. Автоматизація та механізація - як основа підвищення ефективності виробництва в усіх галузях промисловості. Основні поняття та визначення автоматики.

2. Загальна характеристика лінійних автоматичних систем.

Задачі автоматизації об'єктів. Вхідні та вихідні змінні. Зворотний зв'язок та його значення. Поняття про автоматичне регулювання та управління. Керовані та регульовані змінні. Поняття про керуючі та збурюючі впливи. Типові об'єкти автоматизації. Функціональні та структурні схеми об'єктів.

Принципи побудови автоматичних систем. Принципи регулювання по відхиленню вихідної змінної, по збурюючому впливу та комбіноване регулювання. Керуючий автоматичний пристрій та регулятор. Визначення автоматичної системи. Розімкнуті та замкнуті автоматичні системи.

Принципи класифікації автоматичних систем. Класифікація систем по закону змінювання вихідної змінної об'єкту: системи автоматичної стабілізації, системи програмного управління та слідкуючі системи. Функціональні схеми систем та класифікація основних елементів автоматичних систем за їх призначенням.

Основні режими роботи систем автоматичного управління. Статичний режим роботи автоматичної системи. Поняття про статичні характеристики систем. Коефіцієнт посилення. Загальні поняття про динаміку автоматичних систем. Методи складання рівнянь динаміки автоматичних систем.

3. Методи математичного опису систем управління

Математична модель динаміки систем у формі рівняння «вхід-вихід» системи. Загальні рішення рівняння типу «вхід-вихід» лінійних безперервних систем. Часові характеристики САУ. Вільна та вимушена складові перехідних процесів автоматичних систем. Математичні моделі динаміки у вигляді передаточних та частотних функцій автоматичних систем. Типові динамічні ланки та їх характеристики. Структурні схеми автоматичних систем та правила їх перетворення. Передаточні функції розімкнутих та замкнутих систем і зв'язок з імпульсними перехідними функціями.

Перетворення структурних схема САУ.

4. Аналіз лінійних безперервних систем автоматичного управління

Стійкість лінійних неперервних систем. Основні поняття та визначення стійкості автоматичних систем. Зв'язок стійкості з коренями характеристичного рівняння замкнутої системи. Критерії стійкості. Алгебраїчні критерії стійкості Рауса та Гурвиця. Критерій А.В. Міхайлова. Критерій Найквіста. Оцінка стійкості систем за логарифмічними частотними характеристиками. Запаси стійкості. Критичний коефіцієнт підсилення. Структурна стійкість. Вплив параметрів на стійкість автоматичних систем. Побудова областей стійкості автоматичних систем.

Якість процесів управління. Прямі методи оцінки якості по кривих перехідних процесів. Методи побудови кривих перехідних процесів. Непрямі методи оцінки якості перехідних процесів. Оцінка якості за розподілом нулів та полюсів передаточної функції замкнутої системи. Інтегральні оцінки. Частотні методи оцінки якості за речовою частотною характеристикою та за логарифмічними характеристиками.

Точність обробки системою типових задаючих впливів. Метод коефіцієнтів помилок. Статична та динамічна помилка.

5. Корекція та синтез лінійних безперервних автоматичних систем.

Корекція автоматичних систем. Забезпечення заданої якості процесів управління. Методи підвищення точності систем. Вплив додаткових зворотних зв'язків на роботу автоматичних систем. Жорсткі, гнучкі та змішані зв’язки та їх вплив на характеристики охоплених ланок. Місце включення корегуючих пристроїв. Синтез корегуючих пристроїв машинними методами. Типові корегуючі пристрої та їх реалізація

Синтез систем автоматичного управління. Підходи до синтезу систем. Синтез систем з аперіодичною реакцією. Системи з попереднім фільтром. Синтез із застосуванням аналітичних методів. Інваріантність. Принцип інваріантності систем. Форми інваріантності. Принцип двоканальності. Комбінований принцип регулювання. Автономність систем автоматичного управління. Основні закони регулювання та типові регулятори. Методи визначення параметрів типових регуляторів. Вибір закону керування із зворотним зв'язком. Введення похідних та інтеграла в закон управління.

6. Методи аналізу та синтезу нелінійних систем управління.

Визначення та особливості нелінійних систем. Статичні та динамічні нелінійності. Характеристики типових нелінійних елементів. Фазовий простір та фазова плоскість. Зображення рухів у фазовій плоскості. Особливі точки та фазові портрети нелінійних систем. Представлення перехідних процесів на фазовій плоскості. Метод гармонічної лінеаризації. Дослідження стійкості методом гармонічної лінеаризації. Дослідження стійкості нелінійних систем. Стійкість в малому, великому та в цілому. Частотний критерій абсолютної стійкості В.М.Попова. Основні методи корекції та синтезу нелінійних САУ.

7. Теорія лінійних дискретних систем.

Визначення та класифікація дискретних систем. Дискретні системи з одним та декількома імпульсними елементами. Цифрові системи з цифровими керуючими пристроями та машинами. Переваги цифрових систем управління. Завдання дослідження дискретних систем.

Математичні моделі дискретних систем. Диференціально-різницеві стани. Особливості математичних моделей імпульсних елементів, дискретних пристроїв та екстраполяторів. Передаточні функції дискретних систем. Вплив форми імпульсів на передаточні функції. Методи наближеного обчислення передаточних функцій дискретних систем.

Стійкість дискретних систем. Поняття стійкості. Необхідна і достатня умова стійкості дискретних систем. Критерії стійкості дискретних систем. Алгебраїчні критерії стійкості та особливості їх застосування. Методи побудови областей стійкості дискретних систем у престрі параметрів.

Оцінка якості лінійних дискретних систем. Помилки при типових впливах. Коефіцієнт помилок та методи їх обчислення. Методи підвищення точності систем. Інваріантність дискретних систем. Комбіноване управління. Поняття про якість перехідних процесів. Критерії якості. Оцінка якості лінійних дискретних систем. Інтегральні оцінки якості дискретних систем та способи їх обчислення.. Застосування обчислювальних машин для дослідження якості дискретних систем.

Завдання на контрольні роботи

Контрольні роботи, узяті разом, присвячені самостійному вивченню основних питань, пов'язаних з математичним описом лінійних автоматичних систем управління (контрольна робота № 1), методами дослідження їхніх динамічних властивостей (стійкості, якості перехідних процесів і точності) (контрольна робота № 2), аналізом нелінійних систем управління (контрольна робота № 3) і аналізом дискретних систем управління (контрольна робота № 4).

Контрольна робота № 1

Зміст контрольної роботи № 1

Спрощена принципова схема стежної системи представлена на рис. 1.1. З приведеної схеми видно, що для дистанційного управління використовуються два потенціометричних датчики ***П1*** і ***П2***, що кінематичне зв'язані один з одним.

Потенціометричні датчики ***П1*** і ***П2*** електричне включені по мостовій вимірювальній схемі. При узгодженому положенні задаючої й виконавчої осей ($a = b$) вимірювальний міст, утворений передавальним ***П1*** і приймаючим ***П2*** потенціометрами, урівноважений і вихідна напруга, що знімається з вимірювальної діагоналі мосту, дорівнює нулю. При переміщенні щітки потенціометра ***П1*** на кут a, а щітки потенціометра ***П2*** на кут $\boldsymbol{\beta}$, вимірювальний міст виходить із рівноваги, і на виході схеми з'являється сигнал, пропорційний помилці неузгодженості $e = a - b$.

Напруга неузгодженості ***U***, яка пропорційна різниці $e = a - b$, надходить на вхід підсилювача ***П***, а потім на виконавчий двигун Д. Двигун через редуктор переміщає об'єкт управління ***ОУ*** й одночасно движок потенціометра ***П2*** у напрямку зменшення помилки неузгодженості. У момент, коли движок потенціометра ***П2*** досягає узгодженого положення ($a = b$), напруга ***Uy*** на виході підсилювача ***П***, яка прикладена до якірного ланцюга двигуна, стає рівною нулю, і двигун зупиняється.

Завдання до контрольної роботи № 1

На підставі спрощеної принципової схеми позиційної стежної системи постійного струму необхідно:

1. Скласти функціональну схему.
2. Скласти структурну схему.
3. Визначити передаточні функції: розімкнутої системи за завданням, розімкнутої системи по збурюванню, замкнутої системи, замкнутої системи щодо помилки за завданням, замкнутої системи щодо помилки по збурюванню.
4. Побудувати амплітудно-фазову характеристику розімкнутої стежної системи.
5. Побудувати амплітудні й фазову частотні характеристики розімкнутої стежної системи.
6. Побудувати логарифмічні амплітудні й фазову частотні характеристики.

Таблиця 1.1. Варіанти вихідних даних для контрольної роботи № 1

№ п\п	Ту, с	Тм, с	k_1, В/град	k_2	k_3, град/В·с	k_4, град/Н·см·с	k_5
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1	0,01	0,20	1,00	100	0,15	0,30	0,001
2	0,012	0,22	0,98	98	0,16	0,32	0,002
3	0,014	0,24	0,96	96	0,17	0,34	0,003
4	0,016	0,26	0,94	94	0,18	0,36	0,004
5	0,018	0,28	0,92	92	0,19	0,38	0,003
6	0,019	0,30	0,90	90	0,20	0,40	0,002
7	0,020	0,28	0,94	92	0,18	0,38	0,001
8	0,010	0,22	1,00	96	0,15	0,32	0,002
9	0,012	0,20	0,98	100	0,16	0,30	0,003
10	0,014	0,22	0,94	92	0,18	0,36	0,004

Закінчення таблиці 1.1.

1	2	3	4	5	6	7	8
11	0,016	0,28	0,96	94	0,17	0,34	0,001
12	0,018	0,26	0,92	96	0,19	0,38	0,002
13	0,020	0,30	1,00	98	0,20	0,40	0,003
14	0,019	0,28	0,98	92	0,16	0,30	0,001
15	0,010	0,20	0,96	90	0,18	0,32	0,002
16	0,016	0,22	0,94	94	0,15	0,34	0,003
17	0,017	0,24	0,98	96	0,14	0,36	0,001
18	0,015	0,26	0,92	100	0,18	0,38	0,004
19	0,014	0,28	0,96	96	0,16	0,30	0,001
20	0,013	0,30	0,98	94	0,14	0,32	0,002
21	0,012	0,24	1,00	98	0,12	0,36	0,003
22	0,010	0,22	0,94	92	0,13	0,34	0,004
23	0,016	0,26	0,92	94	0,14	0,38	0,002
24	0,014	0,20	0,98	100	0,15	0,32	0,004
25	0,013	0,22	0,90	96	0,18	0,36	0,003
26	0,010	0,24	0,94	94	0,20	0,34	0,001

Методичні вказівки до виконання контрольної роботи № 1

При виконанні контрольної роботи № 1 необхідно керуватися вимогами ЄСКД, тому графіки й рисунки повинні бути виконані на міліметровому папері чітко й акуратно.

Рисунки і графіки повинні мати коротке пояснення. Виклад питань завдання повинне бути лаконічним; матеріал, запозичений з підручників, монографій і інших джерел, повинен обов'язково супроводжуватися посиланнями; при використанні розрахункових формул також повинні бути посилання на літературу, з якої вони запозичені.

Перед виконанням контрольної роботи необхідно ретельно проробити матеріал відповідних тем робочої навчальної програми, усвідомити поставлені задачі й засвоїти порядок їхнього розв'язання.

Пропоновані методичні вказівки не дають вичерпуючих відповідей на вирішення поставлених питань, вони лише призначені для полегшення самостійного пошуку методів вирішення окремих питань контрольної роботи.

Вказівки по складанню функціональної схеми

Позиційна стежна система постійного струму, що зображена на рис. 1.1, є замкнутою динамічною системою, яка забезпечує з визначеною точністю відтворення виконавчим двигуном разом з редуктором рухів, що задаються пристроєм управління.

Для складання функціональної схеми стежної системи необхідно уважно вивчити принцип роботи й призначення елементів по спрощеній принциповій схемі (рис.1.1). Варто пам'ятати про те, що в теорії автоматичного управління основна увага приділяється не технічним властивостям окремих елементів, а функціям, які вони виконують у системі, і характеру зв'язків між ними. Наочне представлення про це дають функціональні схеми стежних систем та інших систем автоматичного управління. Функціональні схеми відображають взаємодію пристроїв, вузлів, елементів автоматики в процесі їхньої роботи. Графічно окремі пристрої й елементи автоматики зображують у вигляді прямокутників, а існуючі між ними сполучення - стрілками, що відповідають напрямку проходження сигналу. Внутрішній вміст прямокутників не конкретизується, а функціональне призначення шифрується буквеними символами.

При розділенні позиційної схеми на функціональні елементи необхідно виділити насамперед вимірювальний міст, який утворений датчиками ***П1*** і ***П2***. Особливість даного вимірювального моста полягає в тому, що він виконує функції задаючого пристрою ***ЗП***, елемента порівняння ***ЕП*** і перетворювача ***Пр***.

Елемент порівняння виявляє різницю кутових переміщень движка потенціометра ***П1*** і движка потенціометра ***П2***, який механічно зв'язаний через негативний зворотний зв'язок з виходом редуктора. Отримана кутова неузгодженість ε перетвориться в перетворювачі ***Пр*** в електричний сигнал у вигляді напруги постійного струму, величина якої пропорційна куту неузгодженості. Варто відмітити, що функції перетворювача виконує діагональ вимірювального моста. Сигнал з виходу перетворювача у вигляді напруги надходить у підсилювальний пристрій, що представляє собою магнітний підсилювач.

У підсилювачі перетворений сигнал підсилюється по потужності й надходить на виконавчий двигун. Двигун через редуктор переміщає керований об'єкт і одночасно щітку потенціометра ***П2*** у напрямку зменшення кута неузгодженості до нуля.

Таким чином, розглянувши призначення кожного функціонального елемента позиційної стежної системи можна скласти її функціональну схему: при цьому не слід забувати про те, що на функціональній схемі електричні й механічні зв'язки між функціональними елементами зображуються суцільними лініями зі стрілками, які вказують напрямок впливу.

Крім того, необхідно пам'ятати про те, що керованою величиною є не вихідний сигнал об'єкта управління (як це має місце в автоматичних системах регулювання), а сигнал у вигляді кута повороту V2 на виході редуктора. Тому негативний зворотний зв'язок утвориться між виходом редуктора й елементом порівняння.

Вказівки по складанню структурної схеми

Перед складанням структурної схеми необхідно усвідомити її призначення й особливості. При цьому варто засвоїти наступні положення.

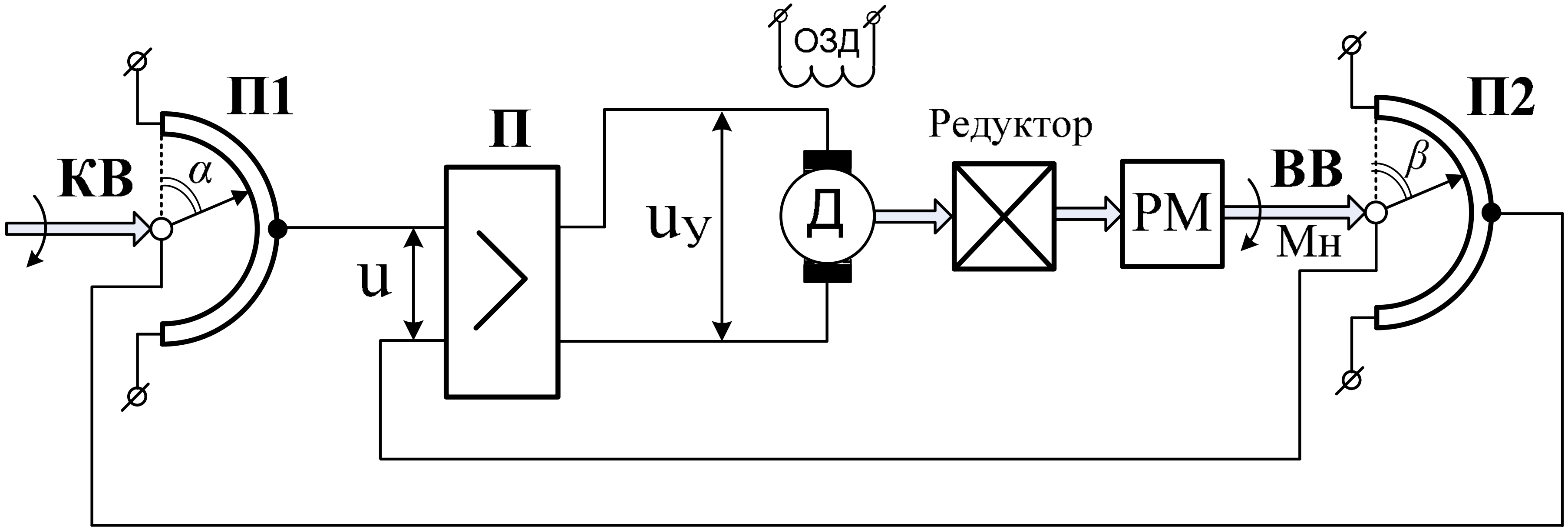


Рисунок 1. Електромеханічна слідкуюча система з потенціометричним вимірювальним пристроєм:

КВ – командна (задаюча) вісь; ВВ – виконавча вісь;

П1, П2 – потенціометричні вимірювальні пристрої; П – підсилювач;

Д – двигун постійного струму;   ОЗД – обмотка збудження двигуна;

РМ –робочий механізм (об’єкт управління).

Структурною схемою називається така схема, у якій кожної математичної операції перетворення сигналу відповідає певна ланку. Елементарною ланкою автоматичної системи називається штучно виділена її частина, що відповідає певному математичному рівнянню, яке не може бути замінене комбінацією інших рівнянь.

При дослідженні й розрахунку стежних систем виходять із математичного опису фізичних процесів, що відбуваються в них. Звичайно цей опис буває представлено у вигляді системи диференціальних рівнянь, що виражають зв'язок між змінними величинами і їхніми похідними. Досліджувана стежна система розділяється на частини - ланки направленої дії, що мають властивості передачі сигналу тільки в одному напрямку: від входу до виходу.

Сукупність цих ланок разом з лініями зв'язку утворить структурну схему стежної системи.

Між функціональною схемою й структурною схемами є певна спільність - ті й інші відображають процес передачі й переробки інформації в замкнутому контурі стежної системи.

Однак між ними існує й деяке розходження: функціональні схеми характеризують систему по складу елементів, розглянутих з погляду їхнього призначення, тобто виконуваних ними функцій; структурні схеми, що складаються з ланок направленої дії, описують математичні властивості системи.

Для складання структурної схеми необхідно мати диференціальні або алгебраїчні рівняння, що описують динамічні або статичні властивості ланок стежної системи. Зазначені рівняння неважко отримати на основі функціональної схеми стежної системи .

1. Рівняння елемента порівняння має вигляд

$$e = a - b \ , \tag{1.1}$$

де $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$ – кутове переміщення движків потенціометра ***П1*** і ***П2*** відповідно командної (задаючої) і виконавчої осей;

$\boldsymbol{\varepsilon}$ - кутова неузгодженість між задаючою й виконавчою осями.

2. Рівняння перетворювача можна представити у вигляді

$$U = k_1 \cdot e\ , \qquad (1.2)$$

де U – напруга постійного струму, яка пропорційна величині кутової неузгодженості;

k_1 – коефіцієнт передачі перетворювача (вимірника неузгодженості), В/град.

3. Рівняння підсилювача стежної системи

Оскільки в якості підсилювача стежної системи використовується магнітний підсилювач, то його рівняння запишеться у вигляді аперіодичної ланки першого порядку

$$(T_У p + 1)Uу = k_2 U\ , \qquad (1.3)$$

де $Ту$ – постійна часу магнітного підсилювача, с;

$Uу$ – напруга постійного струму на виході підсилювача, В;

k_2 – коефіцієнт підсилення підсилювача.

$p = d/dt$ – оператор диференціювання.

Далі необхідно записати рівняння двигуна постійного струму.

4. Рівняння двигуна постійного струму з урахуванням дії моменту навантаження можна записати у вигляді

$$(T_М p + 1) p a^* = k_3 U - k_4 M_Н\ , \qquad (1.4)$$

де $Тм$ – постійна часу двигуна, с;

α^* – результуючий кут повороту вихідного вала двигуна з урахуванням дії статичного моменту навантаження, град;

$$a^* = a_И - a_М$$

$a_И$ – кут повороту вихідного вала двигуна без урахування дії статичного моменту навантаження, град;

a_M – кут повороту вихідного вала двигуна через дію статичного моменту навантаження, град;

k_3 – коефіцієнт передачі виконавчого двигуна, град/Вс;

k_4 – коефіцієнт нахилу механічної характеристики виконавчого двигуна, град/Н·см с;

M_H– момент опору навантаження, Н·м;

5. Рівняння редуктора стежної системи представляють у вигляді

$$b = k_5 - a \ , \qquad (1.5)$$

де ***β*** - кут повороту вихідного вала редуктора, який чисельно дорівнює кутовому переміщенню движка потенціометра ***П2*** виконавчі осі (через дію механічного негативного зв'язку);

k_5 – коефіцієнт передачі редуктора.

$$k_5 = \frac{1}{i};$$

де i – передаточне відношення (число) редуктора.

При дослідженні стежних систем дуже часто оперують коефіцієнтом, який називають добротністю по швидкості

$$\boldsymbol{k}=\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}_2+\boldsymbol{k}_3 \qquad (1.6)$$

Добротність по швидкості - це відношення постійної швидкості спостереження до сталої помилки.

Отримані рівняння елементів стежної системи дозволяють перейти до складання структурної схеми системи. Для цього необхідно скористатися операційним методом, тобто до отриманих рівнянь застосувати пряме перетворення Лапласа й перейти в цих рівняннях від оригіналів до їхніх зображень. Але при цьому варто пам'ятати про те, що до рівнянь елементарних типових ланок відносяться рівняння перетворювача, підсилювача й редуктора. Рівняння виконавчого двигуна являє собою рівняння двох послідовно з'єднаних ланок: аперіодичної першого порядку й ідеальної інтегруючої ланки. Рівняння елемента порівняння стежної системи являється рівнянням замикання.

Для складання структурної схеми стежної системи необхідно представити в зображеннях вхідні й вихідні величини всіх елементарних ланок, а потім на підставі отриманих рівнянь визначити їхні передаточні функції.

Доцільно пригадати, що передаточна функція елементарної ланки являє собою відношення зображення по Лапласу вихідної величини до зображення вхідної при нульових початкових умовах. При складанні структурної схеми не слід забувати про те, що елемент порівняння прийнято зображувати кружком із секторами, до яких підходять стрілки із вказівкою дії сигналів; причому зачернений сектор означає знак «-», а незачернений - знак «+».

Вказівки до визначення передаточних функцій стежної системи

Для визначення указаних у завданні передаточних функцій стежної системи по її структурній схемі необхідно чітко усвідомити собі, що являється задаючим (вхідним) впливом, збурюючим впливом, вихідною величиною й помилкою (неузгодженістю) системи.

Варто пам'ятати про те, що на структурній схемі задаючим впливом є зображення кутового переміщення $\alpha(p)$ щітки **потенціометра П**1 задаючої осі; збурюючим впливом є зображення моменту опору навантаження $M_H(p)$ на вихідному валу виконавчого двигуна; вихідною величиною є зображення кута повороту $\beta(p)$ вихідного вала редуктора або (що те саме) зображення кутового переміщення движка потенціометра **П2** виконавчої осі; помилкою є зображення кута неузгодженості $\varepsilon(p)$ між задаючою віссю і виконавчою.

Далі необхідно пам'ятати також і про те, що в будь-якій автоматичній системі, у тому числі й стежній системі її передаточна функція визначається щодо одного із зовнішніх впливів, тобто або тільки щодо задаючого впливу, або тільки щодо збурюючого впливу.

При цьому якщо передаточна функція визначається щодо задаючого впливу, то збурюючий вплив, приймається рівним нулю; якщо ж передаточна функція визначається щодо збурюючого впливу, то задаючий вплив приймається рівним нулю.

На підставі вищевикладеного для визначення передаточної функції розімкнутої системи за завданням необхідно розімкнути в структурній схемі зворотний зв'язок біля елемента порівняння, прийняти рівним нулю збурюючий вплив $\boldsymbol{M_H(p)}$ і взяти відношення зображення вихідної величини $\boldsymbol{\beta(p)}$ до зображення задаючого впливу $a(p)$.

Очевидно, шукана передаточна функція буде являти собою добуток всіх передаточних функцій елементарних ланок прямого ланцюга.

Передаточна функція розімкнутої системи по збурюванню може бути визначена аналогічно, однак варто мати на увазі, що передача сигналу провадиться в напрямку від $\boldsymbol{M_H}$ до $\boldsymbol{\beta}$. Тому в дану передаточну функцію не повинні входити передаточні функції перетворювача, підсилювача й виконавчого двигуна.

Для визначення передаточної функції замкнутої системи за завданням необхідно покласти рівним нулю збурюючий вплив взяти відношення зображення вихідної величини $\boldsymbol{\beta(p)}$ до зображення задаючого впливу $a(p)$ і обчислити передаточну функцію по формулі

$$W_З(p)=\frac{b(p)}{a(p)}=\frac{W(p)}{1+W(p)} \tag{1.7}$$

де $\boldsymbol{W(p)}$ — передаточна функція (ПФ) розімкнутої системи за завданням.

Визначення передаточної функції замкнутої системи по збурюванню провадиться аналогічним образом, але при цьому необхідно врахувати наступні особливості: прийняти рівним нулю задаючий вплив $a(p)$, передача сигналу провадиться в напрямку від $\boldsymbol{M_H}$ до $\boldsymbol{\beta}$. У результаті цього в прямому ланцюзі структурної схеми будуть знаходитися ланка, що протидіє руху виконавчого двигуна, і редуктор; у ланцюзі зворотного зв'язку опиняться перетворювач, підсилювач і виконавчий двигун.

Передаточну функцію замкнутої системи щодо помилки за завданням визначають як відношення зображення помилки (кут неузгодженості) до зображення задаючого впливу, прийнявши рівним нулю збурюючий вплив. Формула для визначення даної передаточної функції має вигляд

$$W_{EЗ}(p)=\frac{e(p)}{a(p)}=\frac{1}{1+W(p)}=1-W_{EЗ}(p), \tag{1.8}$$

де *W(p)* – передаточна функція розімкнутої системи за завданням;

$W_3(p)$ – передаточна функція замкнутої системи за завданням;

Передаточна функція замкнутої системи щодо помилки по збурюванню визначається аналогічно з урахуванням особливостей, пов'язаних з дією збурювання.

Вказівки до побудови частотних характеристик стежної системи

Частотні характеристики стежної системи відіграють важливу роль при дослідженні динамічних властивостей системи. Вихідними співвідношеннями для одержання частотних характеристик є передаточні функції системи. Якщо у виразі для передаточної функції розімкнутого ланцюга стежної системи зробити заміну $p = j\omega$ (де $j = \sqrt{-1}$, а ω - частота коливання, 1/с), то можна отримати вираз, що називається частотною передаточною функцією або амплітудно-фазовою частотною характеристикою. Дану функцію можна представити в алгебраїчній і показовій формі.

Алгебраїчна форма запису частотної передаточної функції має вигляд

$$W(jw) = P(w) + j(w), \tag{1.9}$$

де $W(j\omega)$ – амплітудна фазова частотна характеристика АФЧХ;

$P(\omega)$ – дійсна частотна характеристика ВЧХ.

$Q(\omega)$ – мнима частотна характеристика МЧХ.

Показову форму запису частотної передаточної функції можна представити у вигляді

$$W(jw) = A(w)e^{jj(w)}, \tag{1.10}$$

$A(\omega)$ – амплітудно-частотна характеристика (АЧХ), що є модулем АФЧХ і визначається за виразом

$$A(w) = |W(jw)| \tag{1.11}$$

$\varphi(\omega)$ – фазочастотна характеристика (ФЧХ), що є аргументом частотної передаточної функції й може бути представлена у вигляді

$$j(w) = \arg W(jw) \tag{1.12}$$

Між алгебраїчною й показовою формою запису частотної передаточної функції розімкнутої системи існує певний зв'язок, що виражається наступними співвідношеннями

$$A(w) = \sqrt{P^2(w) + Q^2(w)} \tag{1.13}$$

$$j\,(w) = arctg\frac{Q(w)}{P(w)} \tag{1.14}$$

Якщо частоту вхідного сигналу змінювати від 0 до +∞, те вектор ***W(jω)***, змінюючись за модулем та фазою, опише на комплексній площині годограф, що називається амплітудно-фазовою частотною характеристикою розімкнутої автоматичної системи.

Якщо ж у виразах (1.13) і (1.14) змінювати частоту ***ω*** від нуля нескінченно, то можна отримати графіки зміни відповідно амплітуди й фази від частоти. Тому графічне представлення виразу (1.13) називається амплітудно-частотною характеристикою, графічне представлення виразу (1.14) називається фазочастотною характеристикою.

Для побудови амплітудно-фазової, амплітудно-частотної, фазочастотної характеристик доцільно заготовити таблиці, у які заносяться результати обчислень по формулах (1.9), (1.13), (1.14) при зміні ω від 0 до ∞. Форма указаних таблиць представлена в табл. 1.2, табл. 1.3, табл. 1.4.

Таблиця 1.2. Обчислення амплітудно-фазової характеристики системи

ω	0	5	10	25	50	100	…	∞
P(ω)								
Q(ω)								

Таблиця 1.3. Обчислення амплітудно-частотної характеристики системи

ω	0	5	10	25	50	100	…	∞
A(ω)								

Таблиця 1.4. Обчислення фазочастотної характеристики системи

ω	0	5	10	25	50	100	…	∞
$\varphi_1(\omega)$								
$\varphi_2(\omega)$								
$\varphi_3(\omega)$								
$\varphi(\omega)$								

Варто помітити, що для одержання виразу (1.9) необхідно в знаменнику частотної передаточної функції звільнитися від уявності. Із цією метою чисельник і знаменник частотної передаточної функції множать на функцію, що є комплексно сполученою з функцією її знаменника.

У практичних розрахунках часто користуються логарифмічними частотними характеристиками:

- логарифмічною амплітудно-частотною характеристикою (ЛАЧХ) або скороченою логарифмічною амплітудною характеристикою (ЛАХ) L(ω), для побудови якої амплітудно-частотну характеристику представляють у вигляді

$$L(w) = 20\lg\left|W(jw)\right| = 20\lg A(w)\,, \qquad (1.15)$$

- логарифмічною фазочастотною характеристикою, або скорочено логарифмічною фазовою характеристикою (ЛФХ), для побудови якої використовується вираз (1.14).

ЛАЧХ необхідно будувати асимптотичне у вигляді ламаної, що складається з асимптот з різним нахилом. Для побудови ЛФЧХ можна скористатися формою табл. 1.4.

Розглянемо побудову логарифмічних частотних характеристик на прикладах, з яких стає зрозумілим загальний метод побудови.

<u>Приклад 1.1.</u>

Необхідно побудувати логарифмічні частотні характеристики системи, передаточна функція розімкненого контуру якої має вигляд:

$$W(p)=\frac{k(T_2p+1)}{p(T_1p+1)(T_3p+1)},\qquad T_1>T_2>T_3. \tag{1.16}$$

$$W(p)=\frac{k}{p}\cdot\frac{1}{(T_1p+1)}\cdot(T_2p+1)\cdot\frac{1}{(T_3p+1)} \tag{1.17}$$

Запишемо вираз для логарифмічної частотної характеристики:

$$L(w)=20\lg k-20\lg w-20\lg\sqrt{1+T_1^2w^2}+20\lg\sqrt{1+T_2^2w^2}-20\lg\sqrt{1+T_3^2w^2} \tag{1.18}$$

ЛАЧХ даної системи складається з ЛАЧХ типових ланок, що входять до складу системи:

$$L(w)=\overbrace{20\lg k-20\lg w}^{L_1(w)}\overbrace{-20\lg\sqrt{1+T_1^2w^2}}^{L_2(w)}+$$

$$+\underbrace{20\lg\sqrt{1+T_2^2w^2}}_{L_3(w)}\underbrace{-20\lg\sqrt{1+T_3^2w^2}}_{L_4(w)}$$

Знайдемо частоти сполучення в ЛАЧХ кожної типової ланки:

$$w_1=\frac{1}{T_1};\qquad w_2=\frac{1}{T_2};\qquad w_3=\frac{1}{T_3}.$$

На рис.1.2 побудовано ЛАЧХ кожної типової ланки окремо.

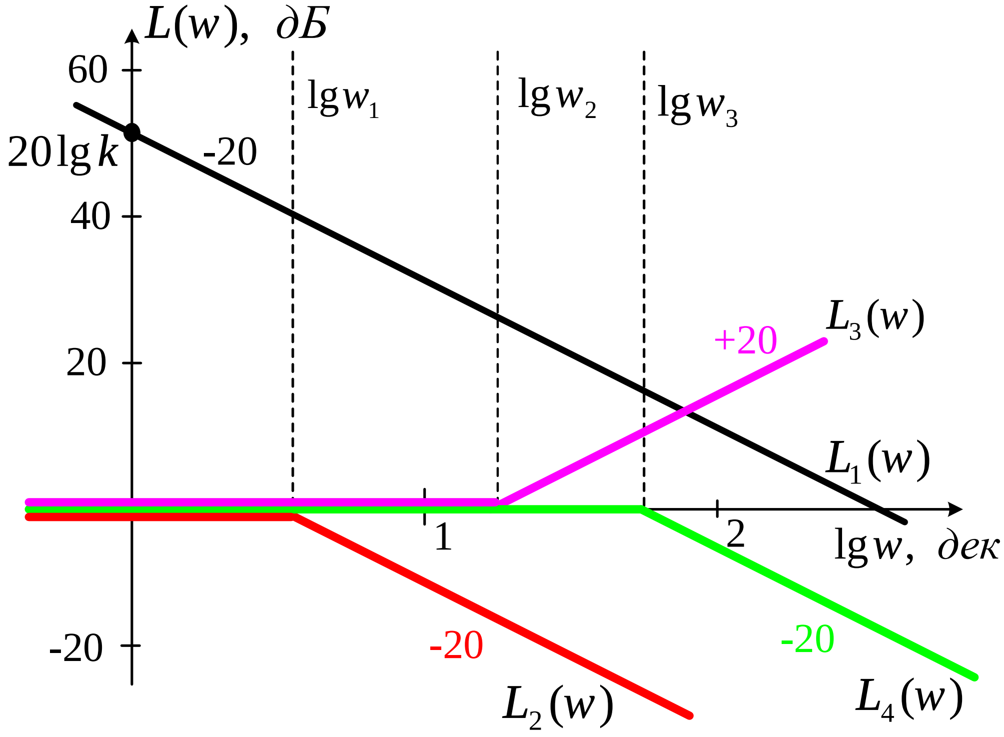


Рисунок 1.2. ЛАЧХ типових ланок, що входять до складу системи

ЛАЧХ системи знаходимо як суму ЛАЧХ типових ланок (рис.1.3).

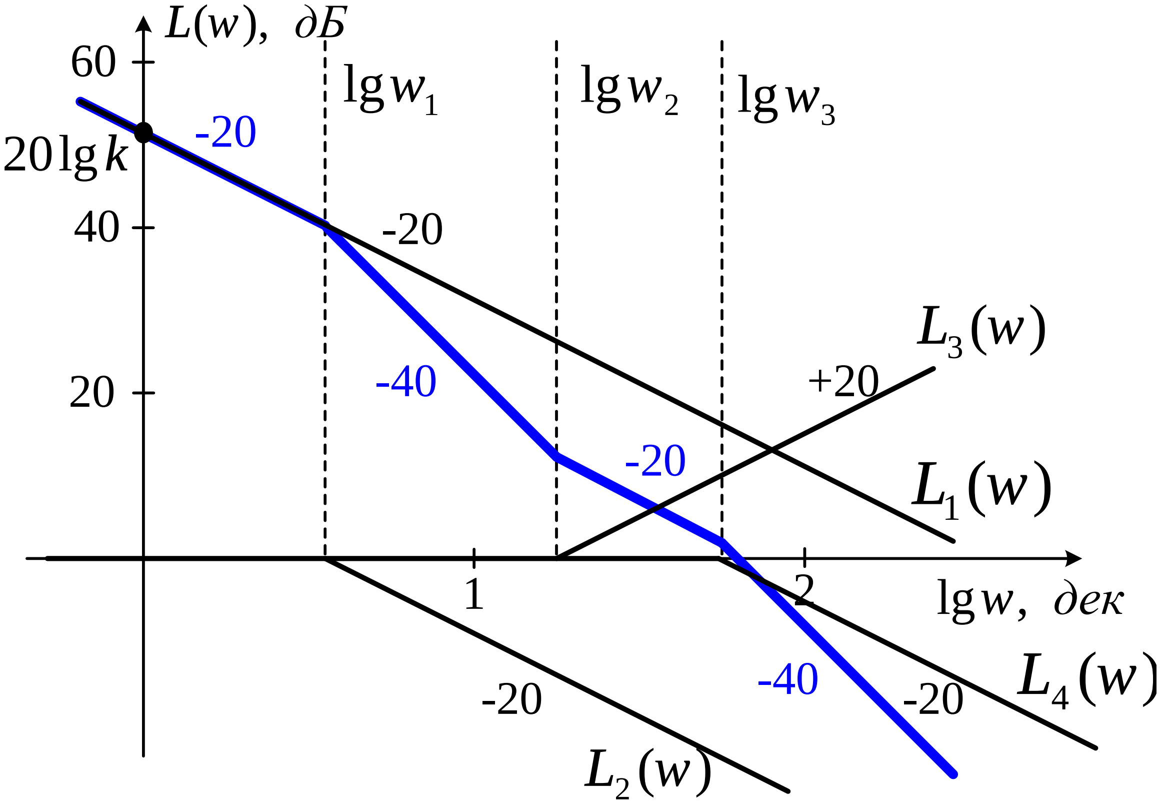


Рисунок 1.3. ЛАЧХ всієї системи

Запишемо вираз для ЛФЧХ:

$$\underbrace{j(w)}_{j_1(w)} = \underbrace{-\frac{p}{2}}_{j_2(w)} \underbrace{- \operatorname{arctg} wT_1}_{j_3(w)} \underbrace{+ \operatorname{arctg} wT_2}_{j_4(w)} - \operatorname{arctg} wT_3 \qquad (1.19)$$

ЛФЧХ окремих типових ланок $(j_1(w), j_2(w), j_3(w), j_4(w))$ та загальна ЛФЧХ $j(w)$ приведені на рис.1.5.

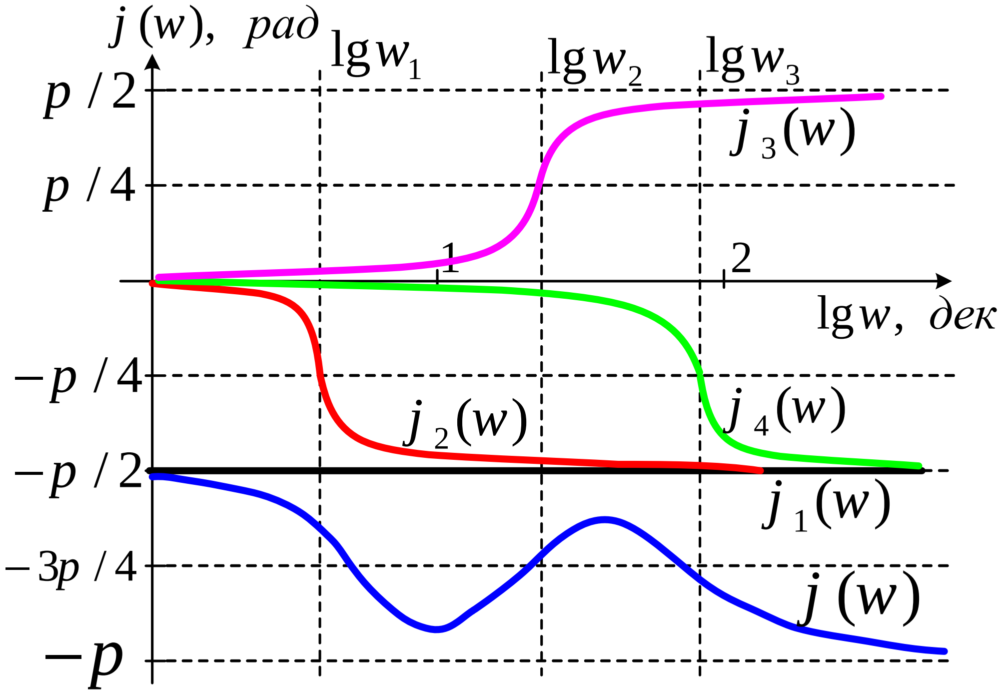


Рисунок 1.5. Отримання ЛФЧХ системи через ЛФЧХ окремих ланок

<u>Приклад 1.2.</u>

Необхідно побудувати логарифмічні частотні характеристики системи, передаточна функція розімкненого контуру якої має вигляд:

$$W(p)=\frac{k(T_2p+1)^2}{(T_1p+1)(T_3p+1)^3},\qquad T_1>T_2>T_3. \tag{1.20}$$

$$W(p)=\frac{k}{(T_1p+1)}\cdot(T_2p+1)^2\cdot\frac{1}{(T_3p+1)^3} \tag{1.21}$$

Запишемо вираз для логарифмічної частотної характеристики:

$$L(w)=20\lg k-20\lg\sqrt{1+T_1^2w^2}+40\lg\sqrt{1+T_2^2w^2}-60\lg\sqrt{1+T_3^2w^2} \tag{1.22}$$

Знайдемо частоти сполучення в ЛАЧХ кожної типової ланки:

$$w_1=\frac{1}{T_1};\qquad w_2=\frac{1}{T_2};\qquad w_3=\frac{1}{T_3}.$$

Побудова ЛАЧХ системи приведена на рис.1.6.

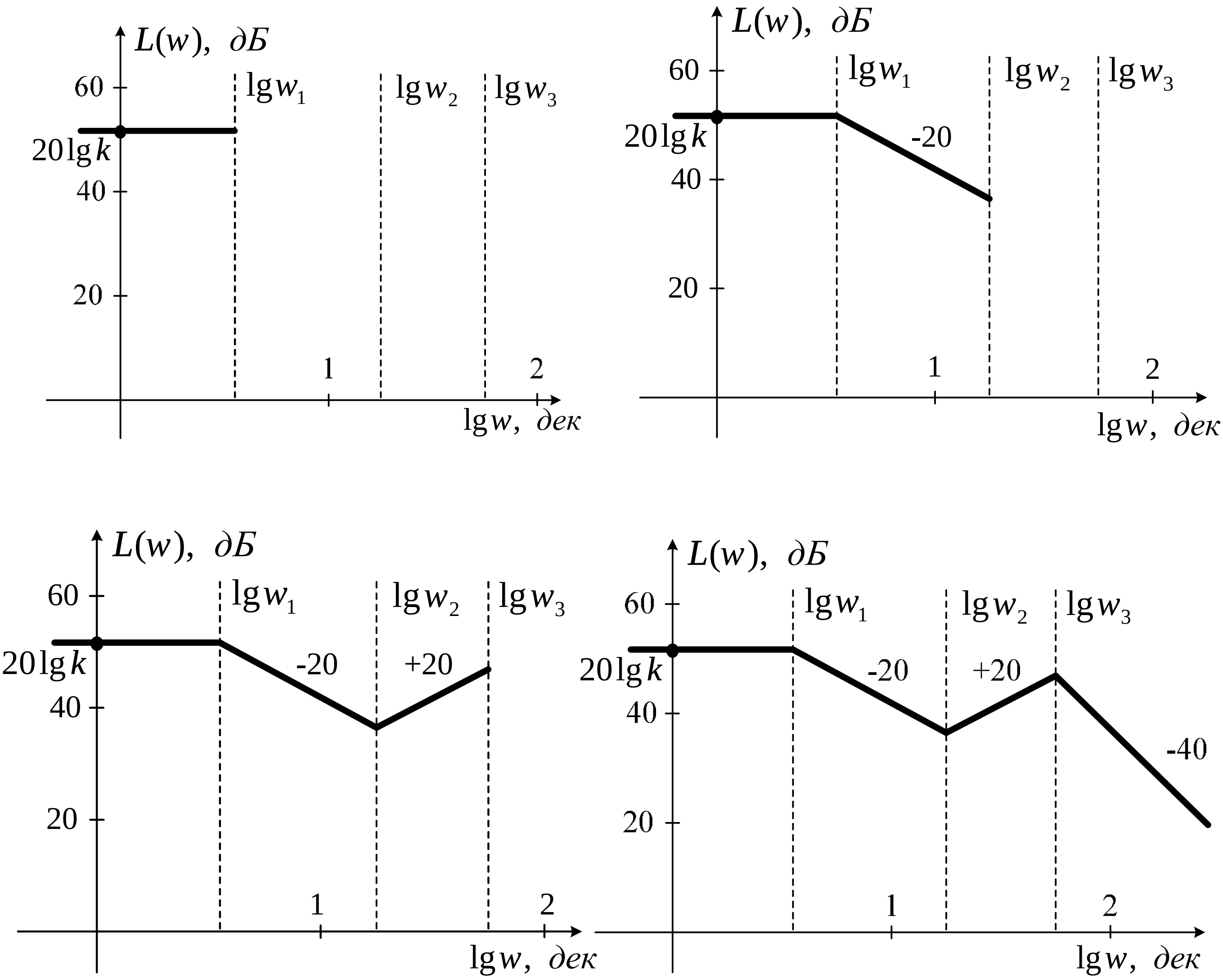


Рисунок 1.6. Побудова ЛАЧХ системи

Запишемо вираз для ЛФЧХ:

$$j\,(w) = -arctg\ wT_1 + 2arctg\ wT_2 - 3arctg\ wT_3 \qquad (1.23)$$

ЛФЧХ системи побудована на рис. 1.7.

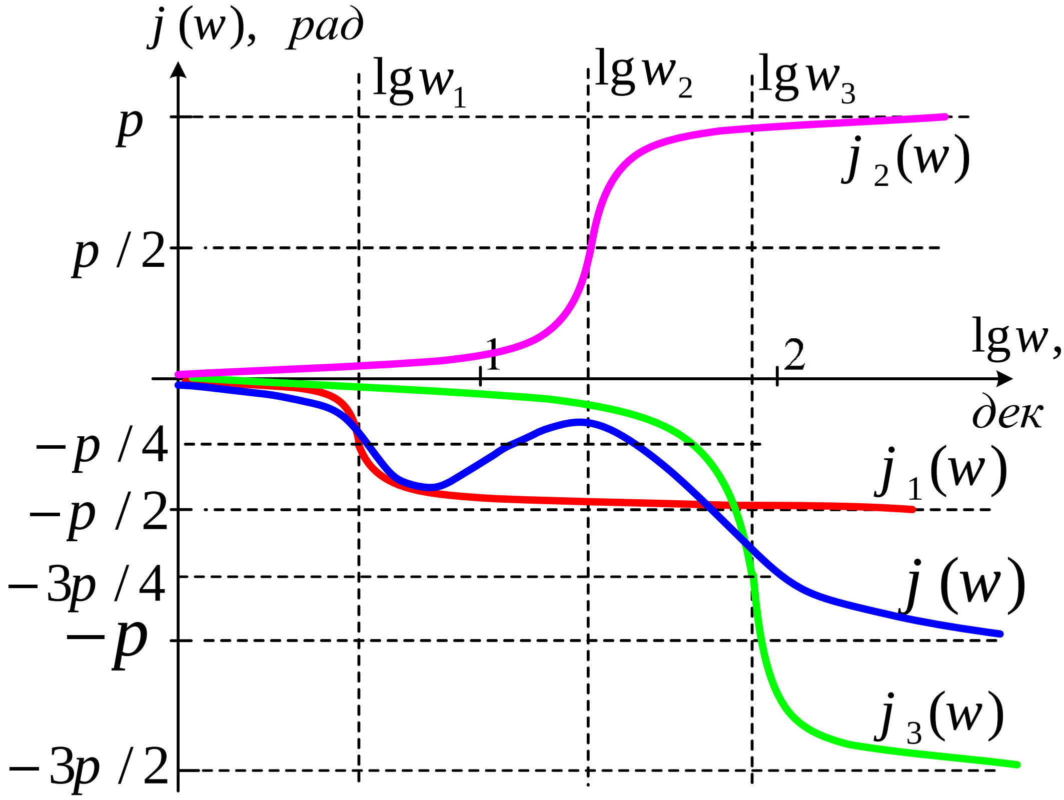


Рисунок 1.7. Отримання ЛФЧХ системи через ЛФЧХ окремих ланок

ЛАЧХ можна будувати безпосередньо по заданій передавальній функції. Для цього необхідно пам'ятати, що згідно характеристикам типових ланок, кожному співмножнику типу (*Tp+1*) в знаменнику відповідає точка злому характеристики при $w = \frac{1}{T}$ з подальшою зміною нахилу на -20дБ/дек, а кожному співмножнику такого ж типу в чисельнику відповідає точка зламу характеристики при $w = \frac{1}{T}$ з подальшою зміною нахилу на +20дБ/дек. Співмножнику типу $(T^2p^2 + 2xTp + 1)$ відповідає злам із зміною нахилу на ± 40дб/дек. Вид початкової ділянки ЛАЧХ визначається наявністю або відсутністю ідеальних інтегруючих або диференцюючих ланок.

Контрольна робота № 2

Зміст контрольної роботи № 2

На підставі структурної схеми стежної системи, передаточних функцій розімкнутої й замкнутої системи, також АФХ, ЛАЧХ і ЛФЧХ розімкнутої системи, які були отримані у контрольній роботі №1, необхідно:

1. Визначити стійкість замкнутої стежної системи за критерієм стійкості Гурвиця.
2. Дослідити стійкість замкнутої стежної системи за критерієм стійкості Михайлова (побудовою годографа Михайлова) і за критерієм Найквиста (побудовою годографа Найквиста).
3. Побудувати область стійкості в площині двох параметрів.
4. Використовуючи логарифмічний критерій стійкості Найквиста, визначити стійкість замкнутої системи.
5. Використовуючи логарифмічний критерій стійкості Найквиста визначити величину критичного (граничного) коефіцієнта підсилення (добротності) стежної системи.
6. У випадку нестійкості замкнутої стежної системи шляхом деформування ЛАЧХ забезпечити її стійкість.
7. Обчислити перші 3 коефіцієнти помилки, а також добротність по швидкості стежної системи.

Варіанти числових значень вихідних даних приведені в таблиці 1.1.

Методичні вказівки по виконанню контрольної роботи №2

При виконанні контрольної роботи №2 необхідно дотримувати тих же вимог, що й при виконанні контрольної роботи №1.

Перед виконанням контрольної роботи також варто ретельно проробити матеріал відповідних тем робочої навчальної програми, чітко усвідомити поставлені завдання й засвоїти порядок їхнього вирішення.

Вказівки до визначення стійкості замкнутої стежної системи за критерієм стійкості Гурвиця

Перш ніж приступати до визначення стійкості замкнутої системи за критерієм стійкості Гурвиця, необхідно згадати про те, що даний критерій відноситься до алгебраїчних критеріїв і дозволяє судити про стійкість замкнутої системи безпосередньо за коефіцієнтами характеристичного рівняння виду:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \ldots + a_n = 0, \tag{2.1}$$

де a_i – коефіцієнт характеристичного рівняння (i = 0…4)

Характеристичним називається рівняння, отримане за допомогою прирівнювання до нуля знаменника передаточної функції замкнутої системи. Дане рівняння характеризує динамічні властивості системи.

Варто завжди пам'ятати, що необхідною (але недостатньою) умовою стійкості системи є позитивність всіх коефіцієнтів характеристичного рівняння (2.1). Це значить, що при позитивності всіх коефіцієнтів характеристичного рівняння система може бути стійкої, але не виключена можливість нестійкості системи. Якщо ж не всі коефіцієнти характеристичного рівняння позитивні, то система напевно нестійка й ніяких додаткових досліджень стійкості не потрібно.

Автоматична система управління, що описується характеристичним рівнянням (2.1) *стійка, якщо при $a_0 > 0$ позитивні всі визначники $D_1, D_2, \ldots, D_n$ виду*

$$D_i = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \ldots & a_{2i-1} \\ a_0 & a_2 & a_4 & \ldots & a_{2i-2} \\ 0 & a_1 & a_3 & \ldots & a_{2i-3} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & \ldots & \ldots & a_{i-2} & a_i \end{vmatrix}, \quad i = 1, 2, 3, \ldots, n. \tag{2.2}$$

Якщо хоч би один з визначників, які називають визначниками Гурвіця, негативний, то система нестійка.

Визначники Гурвіця складають таким чином: на головній діагоналі записують всі коефіцієнти характеристичного рівняння від a_1 до a_i (в порядку зростання індексу), потім в кожному стовпці вище за діагональні елементи записують коефіцієнти з послідовно зростаючими індексами, а нижче - з послідовно спадаючими індексами; на місце з коефіцієнтами з індексами більшими за n або меншими нуля проставляють нулі. При цьому кожен *i-й* визначник виходить розміром $i \times i$.

Якщо головний визначник дорівнює нулю $\Delta_n = 0$, а решта всіх визначників позитивна, то система знаходиться на межі стійкості.

Оскільки останній стовпець головного визначника Δ_n містить завжди тільки один елемент a_n, відмінний від нуля, то згідно відомій властивості визначників: $\Delta_n = a_n * \Delta_{n-1}$.

Умова $\Delta_n = 0$ розпадається на два: $a_n = 0$ або $\Delta_{n-1} = 0$.

Умова $a_n = 0$ відповідає один нульовий корінь, тобто аперіодична межа стійкості, а умові $\Delta_{n-1} = 0$ – пара уявних коренів, тобто коливальна межа стійкості.

Вказівки до визначення стійкості замкнутої стежної системи за критеріями стійкості Михайлова та Найквіста

Критерій Михайлова, як і критерій Гурвіця, заснований на аналізі характеристичного рівняння системи, тому з його допомогою можна судити про стійкість замкнутих і розімкнених систем.

Ліва частина характеристичного рівняння називається характеристичним поліномом і має вигляд:

$$F(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + ... + a_n \qquad (2.3)$$

Підставивши в цей поліном замість змінної p чисто уявний корінь jw: $p \to jw$ отримаємо функцію комплексної змінної:

$$F(jw) = a_0(jw)^n + a_1(jw)^{n-1} + a_2(jw)^{n-2} + \ldots + a_n. \qquad (2.4)$$

Функцію $F(jw)$ можна представити у вигляді суми дійсної і уявної частин:

$$F(jw) = P(w) + jQ(w). \qquad (2.5)$$

Дійсна частина $P(w)$ містить тільки парні ступені ω:

$$P(w) = a_n - a_{n-2}w^2 + a_{n-4}w^4 - \dots \qquad (2.6)$$

Уявна частина містить тільки непарні ступені:

$$Q(w) = a_{n-1}w - a_{n-3}w^3 + \dots \qquad (2.7)$$

Кожному значенню w відповідає комплексне число, яке може бути зображено у вигляді вектора на комплексній площині. Якщо тепер змінювати w від 0 до ∞, то кінець вектора $F(jw)$ опише деяку криву, яка називається характеристичною кривою або годографом Михайлова.

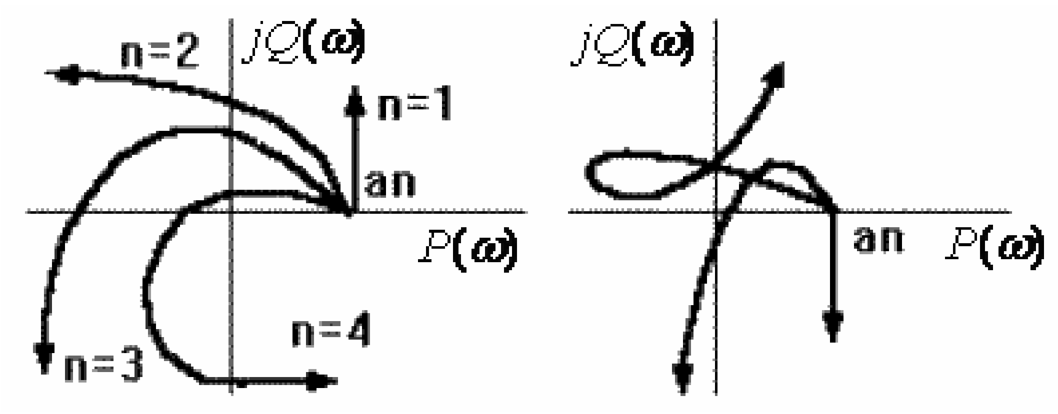
Критерій Михайлова:

Автоматична система управління, що описується рівнянням n-го порядку, стійка, якщо при зміні w от 0 до ¥ характеристичний вектор системи $F(jw)$ обернеться проти годинникової стрілки на кут $n \cdot \frac{p}{2}$, не перетворюючись при цьому в нуль.

Це означає, що характеристична крива стійкої системи винна при зміні w від 0 до ∞ пройти послідовно проти годинникової стрілки n чвертей.

Крива $F(jw)$ завжди починається в точці на дійсній осі, віддаленій в позитивному напрямі від початку координат на величину a_n. Характеристичні криві, що відповідають стійким системам, мають плавну спіралеподібну форму і йдуть в нескінченність в тій чверті, номер якої дорівнює порядку характеристичного рівняння. (рис.2.1,а.) Якщо характеристична крива проходить n чвертей непослідовно, або проходить менше число чвертей, то система нестійка (рис.2.1,б).

Якщо крива $F(jw)$ проходить через початок координат, то система знаходиться на межі стійкості. Якщо $F(jw)= 0$ при $w = 0$ - аперіодична межа стійкості; якщо $F(jw)=0$ при $w \neq 0$ - коливальна межа.



а) б)

Рисунок 2.1. Годографи Михайлова для стійких (а) та нестійких(б) систем

Слідство з критерію Михайлова:

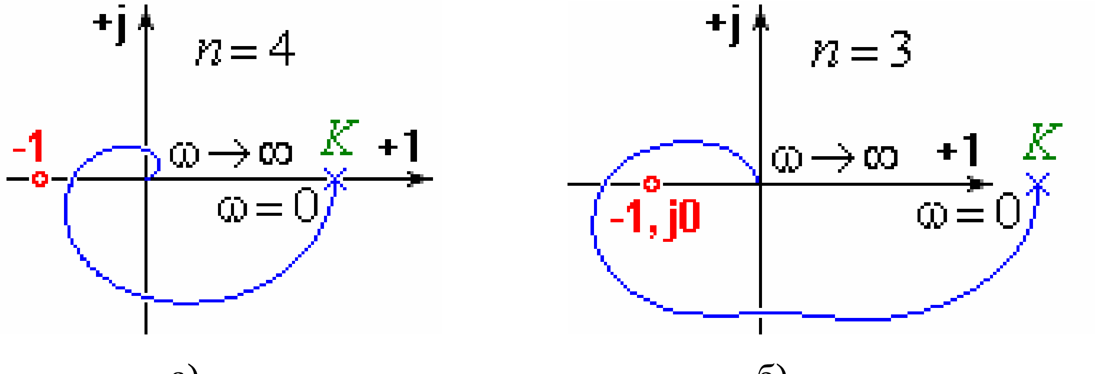
Система стійка, якщо дійсна і уявна частини характеристичної функції F(jw) звертаються в нуль по черзі, тобто корені рівнянь P(w)=0 і Q(w)=0 перемежаються.

При аналізі стійкості системи по критерію Найквиста можна виділити три випадки:

- система в розімкненому стані стійка;
- система в розімкненому стані нейтральна;
- система в розімкненому стані нестійка.

1.Система в розімкненому стані стійка

Автоматична система управління стійка, якщо АФЧХ W(jw) розімкненого контуру не охоплює точку з координатами (-1; j0).



а) б)

Рисунок 2.2. АФЧХ для стійких (а) та нестійких (б) систем

2. Система в розімкненому стані нейтральна

Це системи, що містять інтегруючі ланки в розімкненому контурі.

Якщо система в розімкненому стані нейтральна, то для стійкості системи в замкнутому стані необхідно і достатньо щоб АФЧХ розімкненої системи W(jw), разом з доповненням її дугою нескінченно-великого радіусу, що починається на позитивному напрямі дійсної осі, не охоплювала точку з координатами (-1; j0).

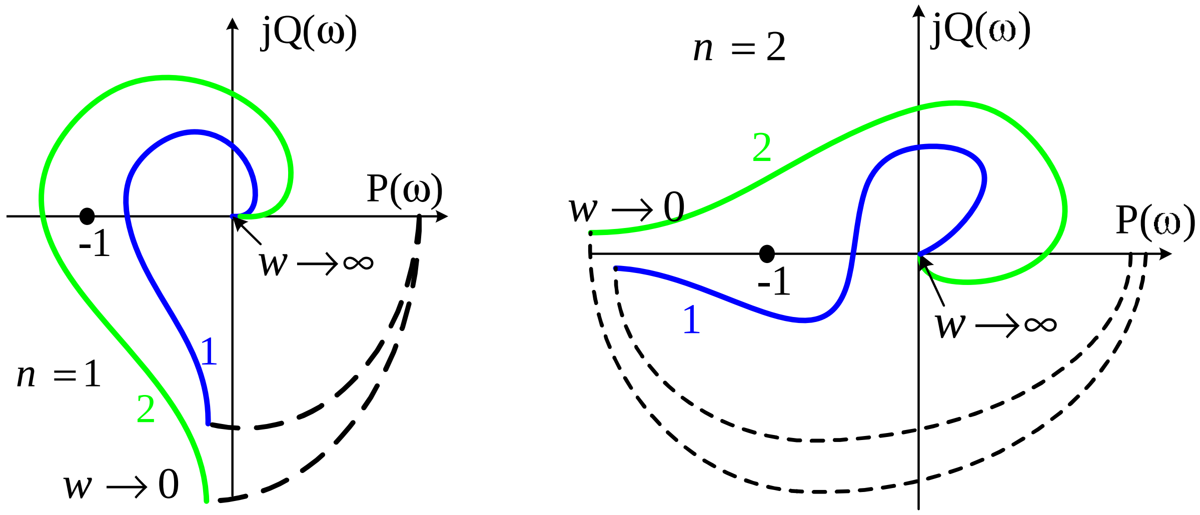


Рисунок 2.3. АФЧХ для стійких (1) та нестійких (2) систем

3. Система в розімкненому стані нестійка.

Автоматична система управління стійка якщо АФЧХ W(jw) розімкненого контуру охоплює l/2– раз точку з координатами (-1; j0), де l - число правих коренів характеристичного рівняння розімкненого контуру.

Іншими словами, лівіше за точку (-1; j0) різниця між числом позитивних і числом негативних переходів АФЧХ через вісь абсцис повинно дорівнювати l/2.

Кількість обхватів при цьому можна визначати за правилом переходів, як різниця між числом позитивних і негативних переходів.

Логарифмічний критерій стійкості Найквиста

Система стійка, якщо при досягненні ЛФЧХ значення -π ЛАЧХ буде негативною.

$\omega_{ср} < \omega_{\pi}$ - система стійка;

$\omega_{ср} = \omega_{\pi}$ - система на межі стійкості;

$\omega_{ср} > \omega_{\pi}$ - система нестійка

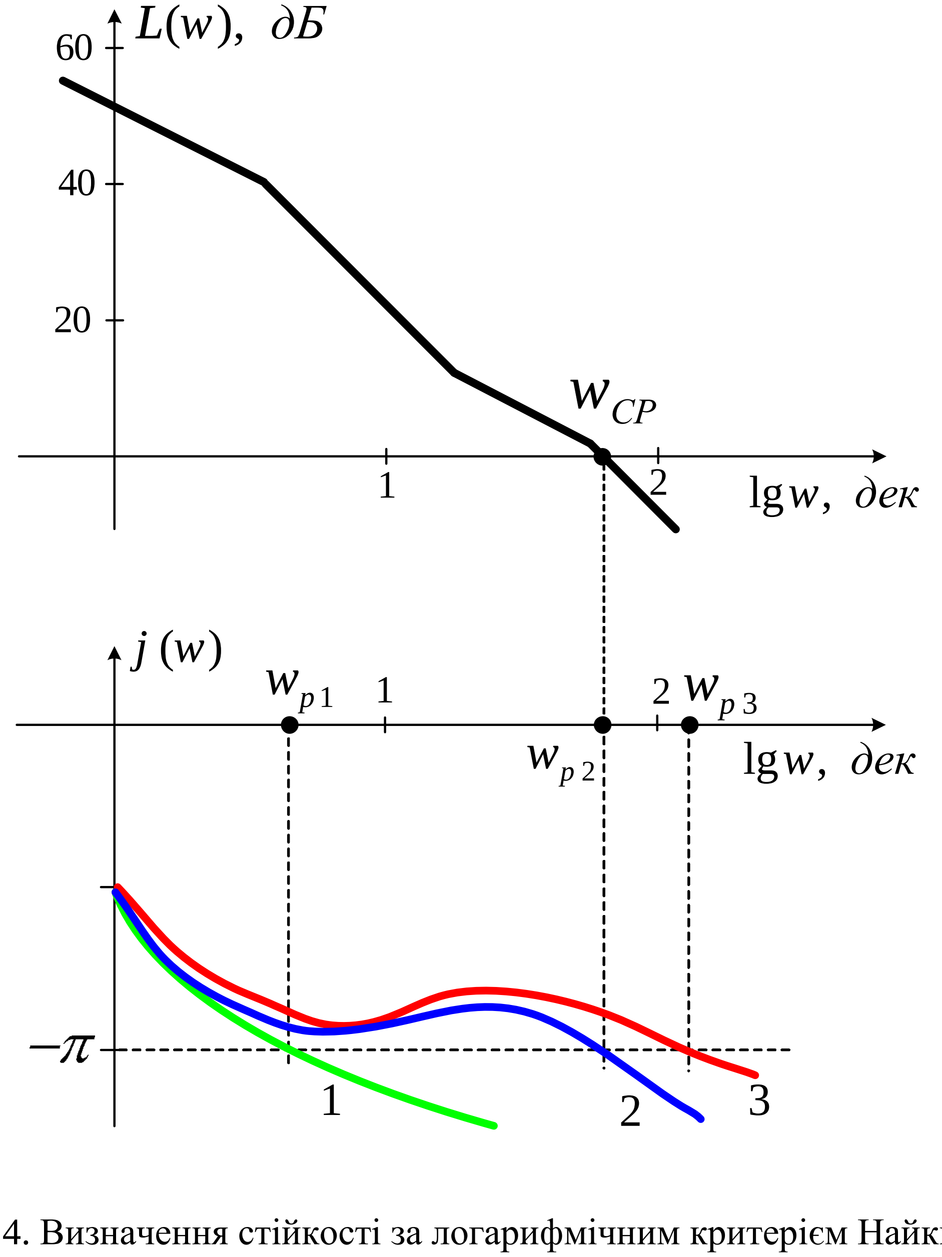


Рисунок 2.4. Визначення стійкості за логарифмічним критерієм Найквиста.

1 - система нестійка; 2 – система на границі стійкості; 3 – система стійка

Якщо ФЧХ перетинає рівень *(-p)* кілька разів, то для визначення стійкості використовують правило переходів:

Система стійка, якщо різниця між позитивними і негативними переходами ФЧХ лінії (-p) у інтервалі частот від 0 до w_{cp} дорівнює нулю (ФЧХ повинна перетинати рівень (-p) у інтервалі частот від 0 до w_{cp} парне число разів).

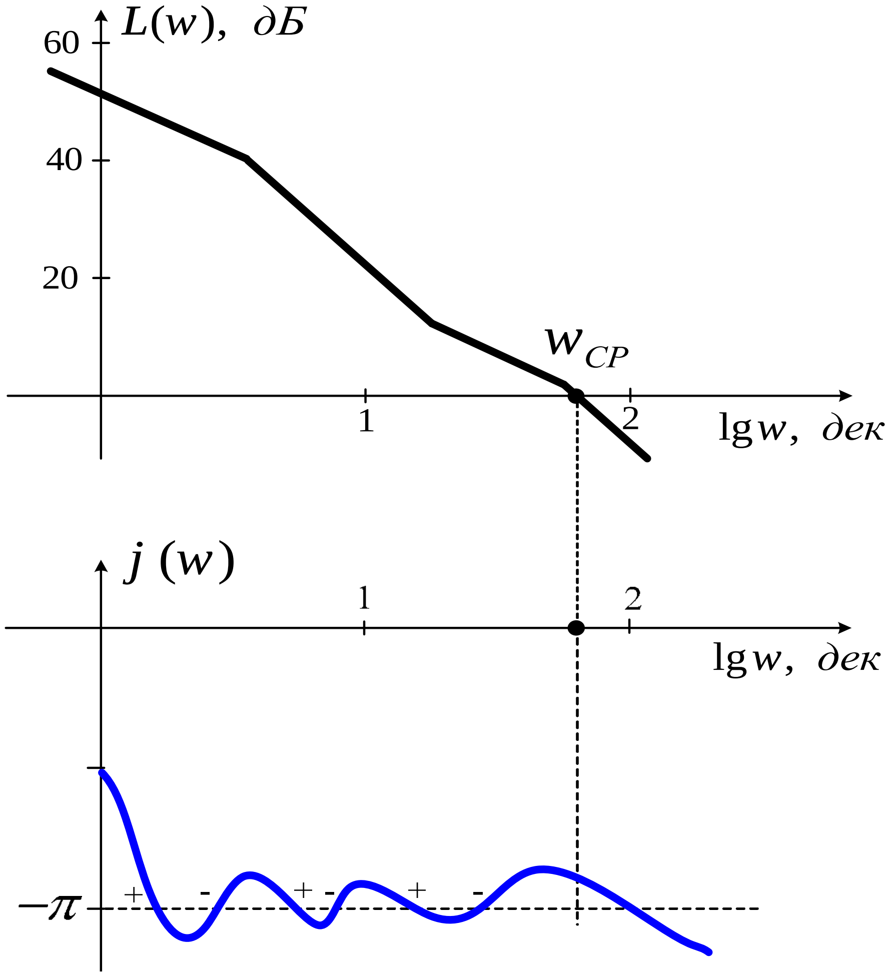


Рисунок 2.5. Система стійка за логарифмічним критерієм Найквиста.

Вказівки до побудови області стійкості замкнутої стежної системи в площині двох параметрів

Розглянемо випадок впливу двох параметрів на стійкість системи. При цьому решта всіх параметрів системи повинна бути задані. В якості варійованих параметрів, як правило, приймають постійну часу T одного з конструктивних елементів системи і передавальний коефіцієнт k розімкненого контуру або одного з елементів. Варійовані параметри k і T повинні входити в характеристичне рівняння системи лінійно, тобто рівняння не містить перемножень k і T і їх ступенів вище першою. Характеристичне рівняння може бути представлене в наступному вигляді:

$$F(p) = kA(p) + TB(p) + C(p) = 0, \tag{2.8}$$

де $A(p)$, $B(p)$, $C(p)$ - поліноми від p, коефіцієнти яких не залежать від k і T.

Якщо варійовані параметри входять в рівняння нелінійно, то слід ввести такі дві нові змінні, які були б функціонально пов'язані з k і T і входили б в рівняння лінійно.

Згідно загальній методиці *D-розбиття* підставимо в характеристичне рівняння (2.8) замість змінній p уявний корінь $j\omega$. Тоді отримаємо тотожність

$$kA(jw) + TB(jw) + C(jw) \equiv 0, \tag{2.9}$$

яке при кожному фіксованому значенні ω можна розглядати як рівняння з невідомими k і T.

Кожен з трьох поліномів, що входять в рівняння (2.9), після зведення $j\omega$ в парні і непарні ступені можна представити у вигляді суми дійсної і уявної частин:

$$\left.\begin{aligned} A(jw) &= A_1(w) + jA_2(w); \\ B(jw) &= B_1(w) + jB_2(w); \\ C(jw) &= C_1(w) + jC_2(w). \end{aligned}\right\} \tag{2.10}$$

Підставляючи (2.10) в (2.9) і групуючи дійсні і уявні доданки, отримаємо

$$[kA_1(w) + TB_1(w) + C_1(w)] + j[kA_2(w) + TB_2(w) + C_2(w)] \equiv 0 \tag{2.11}$$

Відомо, що комплексна величина дорівнює нулю тоді, коли одночасно дорівнюють нулю її дійсна і уявна частини. Тому, умова (2.11) еквівалентна двом рівнянням:

$$\left.\begin{aligned} kA_1(w) + TB_1(w) + C_1(w) = 0; \\ kA_2(w) + TB_2(w) + C_2(w) = 0. \end{aligned}\right\} \tag{2.12}$$

Ця система двох рівнянь дає можливість визначити для кожного фіксованого значення ω два невідомих k і T.

Для вирішення системи (5) скористаємося методом визначників:

$$k = \Delta_1 / \Delta = f_1(w), \tag{2.13}$$

$$T = \Delta_2 / \Delta = f_2(w) \tag{2.14}$$

де

$$\Delta = \begin{vmatrix} A_1(w); & B_1(w) \\ A_2(w); & B_2(w) \end{vmatrix} = A_1(w) \cdot B_2(w) - A_2(w) \cdot B_1(w); \tag{2.15}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -C_1(w); & B_1(w) \\ -C_2(w); & B_2(w) \end{vmatrix} = -C_1(w) \cdot B_2(w) + C_2(w) \cdot B_1(w); \tag{2.16}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} A_1(w); & -C_1(w) \\ A_2(w); & -C_2(w) \end{vmatrix} = -A_1(w) \cdot C_2(w) + A_2(w) \cdot C_1(w). \tag{2.17}$$

Вирази (2.13) і (2.14) є рівнянням кривої D-розбиття, заданим в параметричній формі. Підставляючи в ці вирази різні значення параметра ω (у діапазоні від $-\infty$ до $+\infty$), можна побудувати основну межу області стійкості (рис. крива *ABC*).

Оскільки поліноми $A_1(\omega)$, $B_1(\omega)$, $C_1(\omega)$ - парні функції, а поліноми $A_2(\omega)$, $B_2(\omega)$, $C_2(\omega)$ - непарні, то визначники Δ, Δ_1 і Δ_2 є непарними функціями змінної ω; відповідно $f_1(\omega)$ і $f_2(\omega)$ - парні функції ω. З цього виходить, що крива D-розбиття при зміні ω від $-\infty$ до $+\infty$ проходить двічі через одні і ті ж точки: перший раз при зміні ω від $-\infty$ до 0 і другий раз - при зміні ω від 0 до $+\infty$.

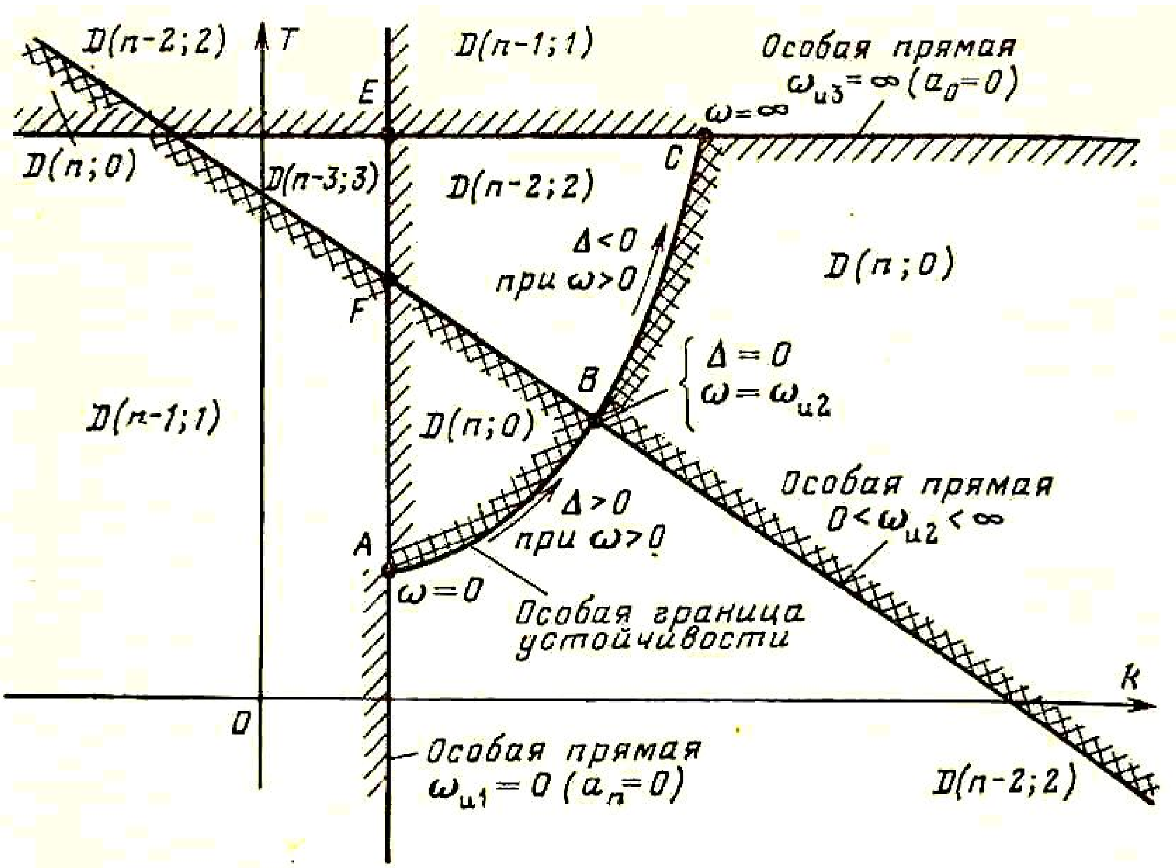


Рисунок 2.6. Область стійкості в площині двох параметрів.

Крива *D-розбиття*, побудована в площині двох параметрів, штрихується за наступним правилом:

якщо головний визначник Δ > 0, то штрихування наноситься зліва (при русі уподовж кривої у бік збільшення ω); якщо визначник Δ< 0, то штрихування наноситься справа. Це правило сформульоване стосовно цілком певного порядку побудови кривої D-розбиття: рівняння, що виходить від прирівнювання до нуля дійсної частини, повинне бути записане в першому рядку системи (2.12); параметр, що стоїть на першому місці, необхідно відкладати по осі абсцис.

Оскільки при проходженні змінної *ω* через нуль знак головного визначника Δ міняється на протилежний, то штрихування кривої D-розбиття завжди подвійне.

Рівняння (2.12) визначають в площині k - T одну єдину крапку (при фіксованому значенні *ω*) лише у тих випадках, коли ці рівняння сумісні і лінійно незалежні, тобто коли визначники Δ, Δ_1 і Δ_2 не дорівнюють нулю. Якщо ж при деякому значенні ω всі три визначники одночасно звертаються в нуль або нескінченність, то рішення (2.13) і (2.14) стають невизначеними. Це означає, що при даному значенні ω рівняння (2.12) еквівалентні, тобто одне відрізняється від іншого на постійний множник. У системі координат k - T таким «винятковим» значенням $\omega_И$ відповідають так звані *особливі прямі* (див. рис., прямі *BF*, *AE* і *CE)*. Рівнянням персоною прямої може служити будь-яке з рівнянь (2.12):

$$T = [-C_{1(2)}(w_И) - kA_{1(2)}(w_И)]B_{1(2)}(w_И), \qquad (2.18)$$

де $\omega_И$ - "виняткові" частоти, при яких всі три визначники Δ, Δ_1 і Δ_2 одночасно звертаються в нуль або в нескінченність і рішення (2.13) і (2.14) стають невизначеними.

У багатьох практичних завданнях параметри k і T входять в старший коефіцієнт a_0 або вільний коефіцієнт a_n характеристичного рівняння системи. В цьому випадку рівняння двох особливих прямих отримують прирівнюванням вказаних коефіцієнтів до нуля:

$$a_n = 0; \qquad a_0 = 0. \qquad (2.19)$$

Перше рівняння відповідає $\omega_И = 0$, а друге - $\omega_И = \infty$.

Штрихування особливих прямих виконують по наступних правилах. Особливі прямі, відповідні $\omega_И = 0$ і $\omega_И = \infty$, штрихують один раз (прямі *AE* і *CE*), а прямі, відповідні $0 < \omega < \infty$, штрихують двічі (прямі *BF*). В точках перетину (або сполучення) персоною прямої з кривій D-розбиття, відповідних $\omega = \omega_И$, заштриховані сторони прямої і кривої повинні бути звернені один до одного (точки *A*,*B*,*C*). Причому, якщо в точці перетину визначник Δ міняє знак, то штрихування персоною прямої переходить на протилежну сторону прямої, якщо ж знак визначника не міняється, то напрям штрихування залишається тим самим.

Після нанесення штрихування виявляють області з найбільшим числом лівих коренів.

Вказівки до розрахунку коефіцієнтів помилки та добротності за швидкістю

Передаточна функція замкнутої системи щодо сигналу помилки за задаючим впливом має вигляд:

$$W_{E3}(p)=\frac{E(p)}{X(p)}=\frac{1}{1+W_{У}(p)W_{ОУ}(p)},$$

звідки можна знайти вираз для зображення сигналу помилки *E(p)*:

$$E(p)=X(p)W_{E3}(p)=X(p)\frac{1}{1+W_{У}(p)W_{ОУ}(p)}.$$

Розкладемо передаточну функцію за помилкою $W_{E3}(p)$ в ряд по зростаючих ступенях p в околиці точки $p = 0$, що відповідає значенням часу $t\to\infty$, тобто сталому значенню помилки при заданому задаючому впливі. Тоді вираз для зображення сигналу помилки *E(p)* можна записати в наступному виді:

$$E(p)=\left[C_0+C_1p+\frac{1}{2!}C_2p^2+\frac{1}{3!}C_3p^3+...+\frac{1}{n!}C_np^n\right]X(p).$$

Розкривши дужки, і застосувавши зворотне перетворення Лапласа до даного виразу, одержимо оригінал сигналу помилки:

$$e(t)=C_0x(t)+C_1x'(t)+\frac{C_2}{2!}x''(t)+\frac{C_3}{3!}x'''(t)+...+\frac{C_n}{n!}x^{(n)}(t),$$

де коефіцієнти C_0, C_1, C_2, … називають коефіцієнтами помилок. Визначення коефіцієнтів помилок можна виконувати двома способами:

- по формулах розкладання функції $W_{E3}(p)$ в ряд Тейлора:

$$C_0=[W_{E3}(p)]_{p=0},\qquad C_1=\left[\frac{dW_{E3}(p)}{dp}\right]_{p=0},$$

$$C_2=\left[\frac{d^2W_{E3}(p)}{dp^2}\right]_{p=0},\qquad C_n=\left[\frac{d^nW_{E3}(p)}{dp^n}\right]_{p=0}.$$

- діленням чисельника $W_{E3}(p)$ на знаменник, розташовуючи члени полінома в порядку зростання ступенів.

Коефіцієнт C_0 прийнято називати коефіцієнтом статичної або позиційної помилки; коефіцієнт C_1 - коефіцієнтом швидкісної помилки; C_2 - коефіцієнтом помилки від прискорення.

У статичних системах коефіцієнт C_0 відмінний від нуля. У системах з астатизмом першого порядку $C_0=0$, $C_1\neq0$. У системах з астатизмом другого порядку $C_0 = C_1 = 0$, $C_2\neq0$.

Збільшення числа інтегруючих ланок у системі приводить до нульових значень декількох коефіцієнтів помилок, але при цьому ускладнюється забезпечення стійкості системи.

Якщо задаючий вплив, має обмежене число похідних, відмінних від нуля, то ряд має необмежене число членів.

Добротність за швидкістю визначається як величина, що є зворотною коефіцієнту помилки за швидкістю.

Контрольна робота № 3

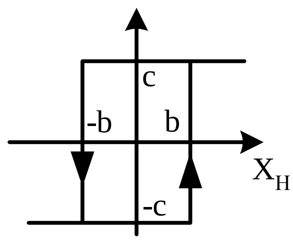
Зміст контрольної роботи № 3

1. Визначити параметри й стійкість режиму автоколивань у нелінійній системі за допомогою критерію Михайлова.

Передаточна функція лінійної частини:

$$W_Л(p) = \frac{k(t_1 p + 1)}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}.$$

Нелінійний елемент - реле з гістерезисом.

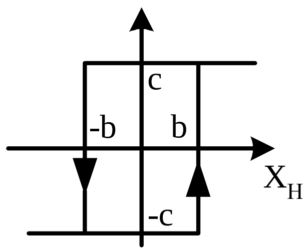


2. Визначити параметри й стійкість режиму автоколивань у нелінійній системі використовуючи критерій Найквиста.

Передаточна функція лінійної частини:

$$W_Л(p) = \frac{k}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}.$$

Нелінійний елемент - реле з гістерезисом.

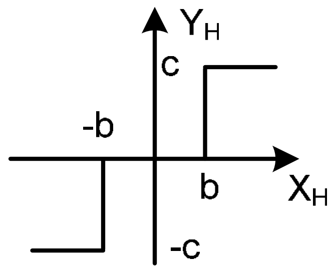


3. Визначити параметри й стійкість режиму автоколивань у нелінійній системі використовуючи логарифмічний критерій Найквиста.

Передаточна функція лінійної части:

$$W_{Л}(p) = \frac{k(t_1 p + 1)}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)} .$$

Нелінійний елемент – реле с зоною нечутливості (трипозиційне реле).



Вихідні данні приведені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1. Варіанти завдань до контрольної роботи

№ вар	**k**	**T_1**	**T_2**	**T_3**	**τ_1**	**b**	**c**
1	35	0,01	0,1	0,7	0,08	1	5
2	70	0,03	0,8	0,08	0,3	0,5	3
3	50	0,05	0,3	0,9	0,09	0,8	4
4	100	0,02	0,4	0,7	0,1	1,2	6
5	150	0,04	0,1	0,6	0,4	1,5	4
6	200	0,08	0,5	0,9	0,2	1	3
7	120	0,01	0,08	0,4	0,05	0,7	7
8	95	0,1	0,8	0,9	0,5	0,6	4,5
9	135	0,05	0,3	0,9	0,1	1,1	3,5
10	180	0,02	0,2	0,7	0,09	1,2	3
11	220	0,03	0,5	0,7	0,15	0,9	6
12	140	0,1	0,4	0,8	0,25	1	2
13	185	0,04	0,4	0,75	0,15	1,3	3
14	160	0,01	0,3	0,65	0,1	1,5	5,5
15	80	0,03	0,5	0,85	0,07	1,7	6
16	90	0,05	0,25	0,75	0,09	1,4	5
17	110	0,02	0,35	0,9	0,1	0,8	2
18	100	0,04	0,55	0,8	0,2	0,6	6,5
19	120	0,1	0,65	0,7	0,25	1	6
20	210	0,07	0,45	0,9	0,15	0,9	4

Методичні вказівки до виконання контрольної роботи №3

При виконанні контрольної роботи №3 необхідно дотримуватися тих же вимог, що й при виконанні контрольних робіт №1, №2.

Перед виконанням контрольної роботи також варто ретельно проробити матеріал відповідних тем робочої навчальної програми, чітко усвідомити поставлені завдання й засвоїти порядок їхнього вирішення.

Порядок дослідження нелінійної САУ наступний.

Структурну схему нелінійної системи необхідно привести до розрахункової схеми, що містить нелінійний елемент і зібрану в єдиний блок лінійну частину (рисунок 3.1).

При виконанні цього перетворення покласти рівним нулю задаючий вплив, тому що автоколивання є вільними коливаннями.

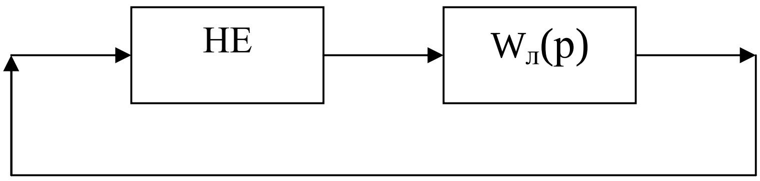


Рисунок 3.1 – Структурна схема нелінійної САУ.

Еквівалентний комплексний коефіцієнт передачі нелінійного елемента.

$$W_Э(x_m) = q(x_m) + jq_1(x_m)$$

Параметри автоколивань і їхню стійкість можна визначати різними методами.

Якщо відомі передаточна функція лінійної частини

$$W_Л(p) = \frac{K_Л(p)}{D_Л(p)} \tag{3.1}$$

і еквівалентна передаточна функція нелінійної частини

$$W_H(p, x_m, w) = q(x_m) + q_1(x_m)p/w, \tag{3.2}$$

те можна записати еквівалентну передаточну функцію розімкнутого контуру нелінійної системи

$$W(p,x_m,w)=W_Л(p)W_Н(p,x_m,w)=\frac{\mathrm{K}_Л(p)}{\mathrm{D}_Л(p)}[q(x_m)+q_1(x_m)p/w] \qquad (3.3)$$

і характеристичне рівняння гармонічно лінеаризованої системи

$$F(p,x_m,w)=\mathrm{D}_Л(p)+\mathrm{K}_Л(p)[q(x_m)+q_1(x_m)p/w]=0 \qquad (3.4)$$

У режимі автоколивань амплітуда x_m і частота w, як відомо, залишаються постійними. Отже, і функція $W(p,x_m,w)$ в цьому режимі постійна, а вираження (3.3) і (3.4) є лінійними, і їх можна аналізувати звичайними методами теорії лінійних систем.

Існуванню в нелінійній системі автоколивань відповідає перебування лінеаризованої системи (3.4) на коливальній границі стійкості. Для визначення коливальної границі можна використовувати будь-який із звичайних критеріїв стійкості, які застосовуються для лінійних систем.

Вказівки до дослідження автоколивань за допомогою критерію Михайлова.

Найбільше зручно досліджувати автоколивання за допомогою критерію Михайлова. Для того щоб установити, чи можливі в системі автоколивання виду $x(t)=x_{ma}\cdot\sin w_a t$ з постійною амплітудою x_{ma} й частотою w_a, необхідно в характеристичне рівняння (5.21) підставити мнимий корінь $p=jw_a$:

$$\mathrm{D}_Л(jw_a)+\mathrm{K}_Л(jw_a)[q(x_m)+q_1(x_m)jw_a/w]=0 \qquad (3.5)$$

і розв'язати його щодо невідомих x_{ma} й w_a.

Розв'язання рівняння (3.5) спрощується завдяки тому, що в лівій частині завжди можуть бути виділені дійсна й мнима складові, які порізно теж дорівнюють нулю:

$$\begin{cases} P(x_{ma},w_a)=0; \\ Q(x_{ma},w_a)=0. \end{cases} \qquad (3.6)$$

Одночасне виконання рівностей (3.6) відповідає проходженню характеристичної кривої $F(x_m,jw)$ через початок координат.

Якщо рівняння (3.6) не мають позитивних дійсних корінь x_{ma} й w_a то автоколивання в системі неможливі.

Після відшукання параметрів x_{ma} й w_a необхідно перевірити, чи відповідають вони стійким автоколиванням. Для цього використовують наступну умову стійкості автоколивань:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x_{ma}}\right)^{*}\left(\frac{\partial Q}{\partial w_{ma}}\right)^{*}-\left(\frac{\partial P}{\partial w_{ma}}\right)^{*}\left(\frac{\partial Q}{\partial x_{ma}}\right)^{*}>0 \qquad (3.7)$$

де зірочка означає, що в похідні, отримані з виражень (6), необхідно підставити знайдені чисельні значення параметрів x_{ma} й w_a.

Вказівки до дослідження автоколивань за допомогою критерію Найквиста.

Якщо лінійна частина описується рівнянням високого порядку або містить запізнювання, то аналітичне розв'язання системи (3.6) важко або неможливо. У цих випадках автоколивання можна відшукати за допомогою критерію Найквиста.

Відповідно до критерію Найквиста система знаходиться на коливальній границі стійкості, якщо АФЧХ розімкнутого контуру проходить через точку $(-1; j0)$. Отже, умовою існування автоколивань є рівність

$$W_Л(jw_a)W_Н(x_{ma})=-1 \qquad (3.8)$$

або

$$W_Л(jw_a)=\frac{-1}{W_Н(x_{ma})} \qquad (3.9)$$

Ліва частина рівняння (3.9) являє собою АФЧХ всіх лінійних ланок системи, а права - зворотну характеристику нелінійного елемента, взяту із протилежним знаком.

Рівняння (3.9) зручно вирішувати графічно. Для цього необхідно побудувати указані характеристики в одній системі координат (рис. 3.2). У точках перетинання кривих виконується рівність (3.9). Ці точки визначають параметри автоколивань. Оцінка поточної частоти на кривій $W_Л(jw)$ визначає частоту автоколивань w_a, а оцінка поточної амплітуди на кривій $1/W_H(x_{ma})$- амплітуду автоколивань x_{ma}. Якщо характеристики не перетинаються, то автоколивання відсутні.

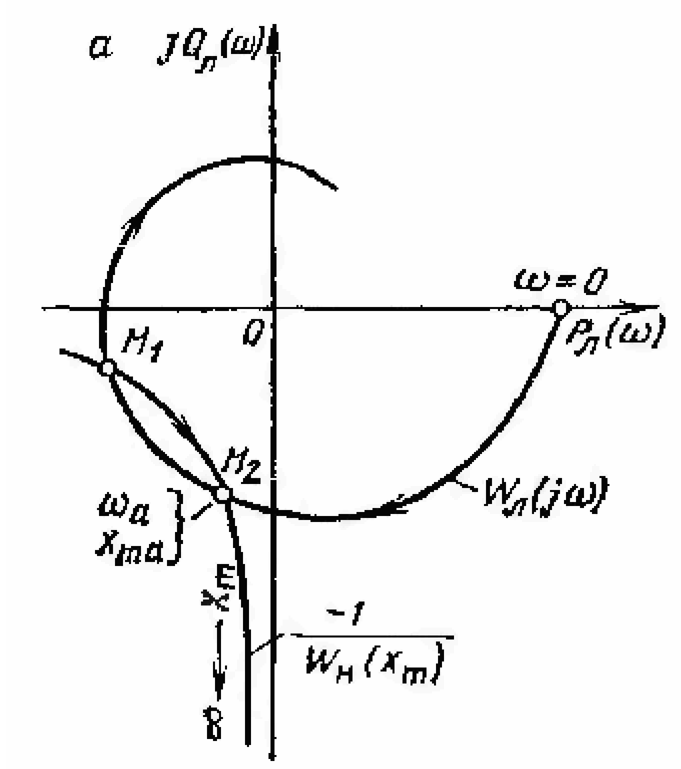


Рисунок 3.2. Визначення амплітуди та частоти автоколивань графічним способом

Факт стійкості або нестійкості знайденого режиму автоколивань встановлюють за допомогою наступного правила: якщо точка на кривій $1/W_H(x_{ma})$, близька до точки перетинання, але зрушена в напрямку зростання параметра x_m, не охоплюється характеристикою $W_Л(jw)$, то автоколивання стійкі, якщо ж охоплюється, то - нестійкі (див. рис. 3.2, точка M_2 відповідає стійким автоколиванням, точка M_2 - нестійким).

Вказівки до визначення параметрів автоколивань по логарифмічних частотних характеристиках.

Умови виникнення автоколивань у нелінійних системах (рівняння гармонійного балансу)

$$W(jw)W_Э(x_m) = -1 \tag{3.10}$$

можна записати у вигляді рівнянь:

$$\arg W(jw) + \arg W_Э(x_m) = (2k+1)p\,, \quad k = 0{,}1{,}2$$

$$|W(jw)||W_Э(x_m)| = 1$$

Виконав логарифмування рівності (3.10), одержимо:

$$L(w) = -L(x_m)$$

де

$$L(w) = 20\lg|W(jw)|, \quad L(x_m) = 20\lg|W_Э(x_m)|\,.$$

У контрольній роботі розглядається система з нелінійним елементом, який має однозначну характеристику. У такому випадку $W_Э(x_m) = q(x_m)$ й умови виникнення автоколивань приймають вид:

$$L(w) = -L(x_m) \tag{3.11}$$

$$j\,(w) = -(2K+1)p\,, \quad k = 0{,}1{,}\ldots к \tag{3.12}$$

$$L(x_m) = 20\lg q(x_m); \quad j\,(w) = \arg W(jw) \tag{3.13}$$

Виходячи з умов (3.11), (3.12) і (3.13), порядок визначення можливості автоколивань і знаходження їхніх параметрів наступний:

1. Побудувати логарифмічні амплітудні $L(w)$ й фазову $j\,(w)$ частотні характеристики лінійної частини системи й логарифмічну амплітудну характеристику $[-L(x_m)]$ гармонічно лінеаризованого нелінійного елемента. При побудові характеристики $[-L(x_m)]$ по осі абсцис доцільно прийняти той самий масштаб для w й x_m.
2. У лінійній системі можливе виникнення автоколивань, як слідує з (3.11), (3.12) і (3.13), якщо для якої-небудь із ординат ЛАЧХ $L(w)$ лінійної частини системи, взятих при значеннях w, при яких ЛФЧХ $j\,(w)$ перетинається із прямими $j = -(2k+1)p\,, k = 0{,}1{,}2{,}\ldots$, можна знайти рівну їй ординату ЛАХ $[-L(x_m)]$ нелінійного елемента.
3. По точках перетинання ЛФЧХ $j\,(w)$ із прямими $j = -(2k+1)p\,, k = 0{,}1{,}2{,}\ldots$ знайти частоти w_0 можливих автоколивальних режимів.

4. Визначити значення ординат ЛАЧХ $L(w)$ лінійної частини системи, що відповідають знайденим частотам, а потім з умови (3.11) графічно знайти амплітуди можливих автоколивань x_{ma} (див. рисунок 3.3).
5. Автоколивання з амплітудою x_{ma} будуть стійкими, якщо в малій околиці з координатами $[x_{ma}, -L(x_{ma})]$, дотичні до характеристики $[-L(x_m)]$,

$$|W(jw)| =< \left| \frac{1}{W_Э(x_{ma} + \Delta x_{ma})} \right|$$

мають позитивні нахили до осі абсцис (до осі w й x_{ma}). Це слідує з того факту, що автоколивання з амплітудою x_{ma} стійкі, якщо

$$L(w_0) < L(x_{ma} + \Delta x_{ma})$$

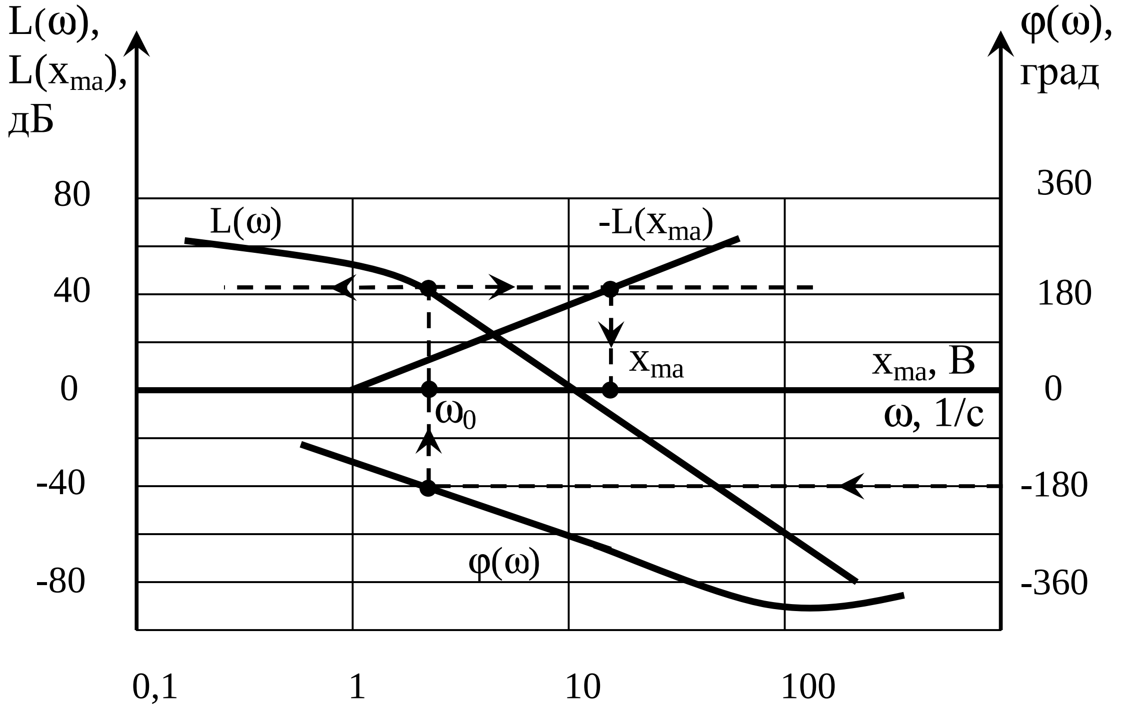


Рисунок 3.3 – До визначення параметрів автоколивань x_{ma} и ω_0

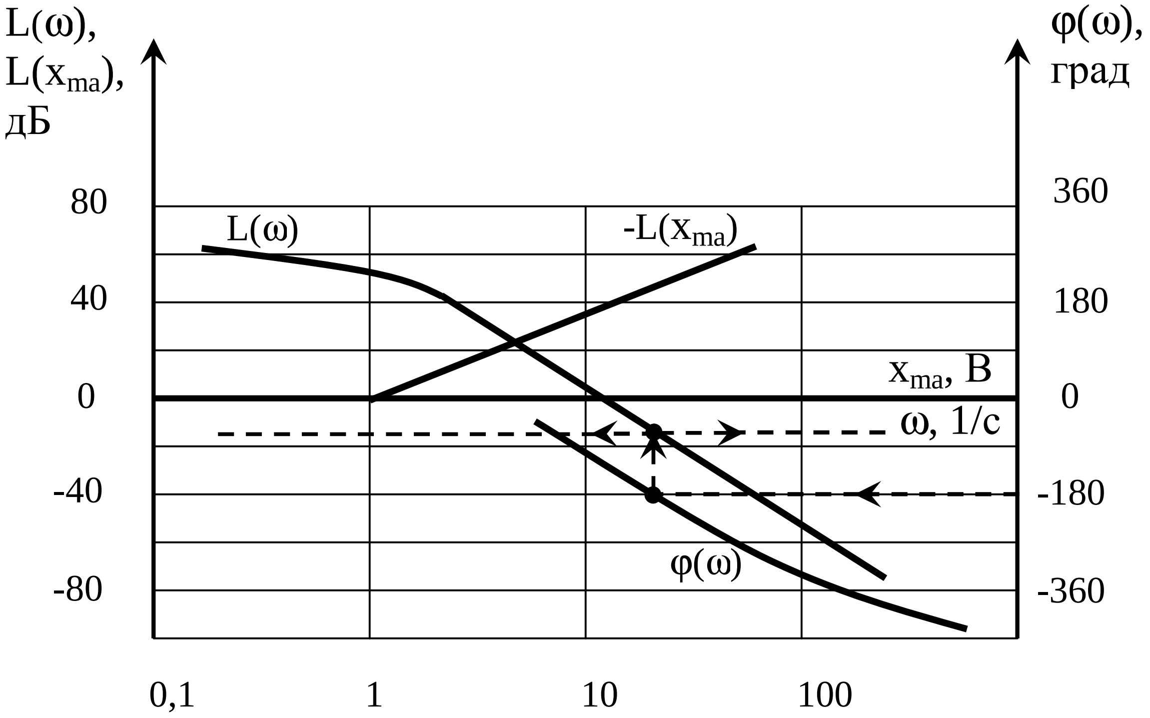


Рисунок 3.4 - Автоколивання в системі відсутні

Контрольна робота № 4

Зміст контрольної роботи № 4

На рис.4.1 приведена структурна схема досліджуваної дискретної САУ, до складу якої входять ідеальний імпульсний елемент із періодом дискретності T, фіксатор нульового порядку H_0(p), безперервна частина системи W_1(p) і W_2(p).

$$H(p)=\frac{1-e^{-Tp}}{p}; \qquad W_1(p)=\frac{k_1}{p(T_1p+1)} \qquad W_2(p)=\frac{k_2}{(T_2p+1)}.$$

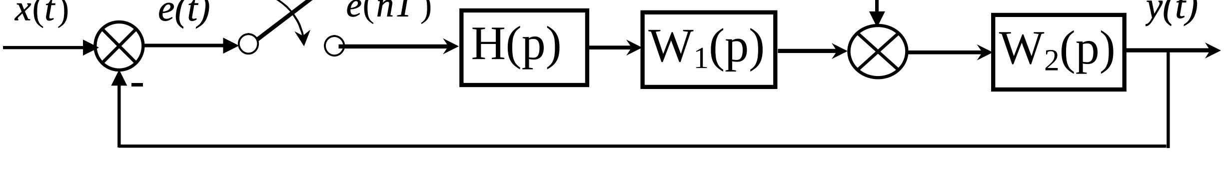


Рисунок 4.1. Структурна схема замкненої дискретної системи

1. Визначити дискретну передаточну функцію замкненої системи за задаючим впливом та відносно сигналу помилки.
2. Оцінити стійкість замкненої дискретної системи за критерієм Гурвіца.
3. Оцінити стійкість замкненої дискретної системи за критерієм Михайлова.
4. Оцінити стійкість замкненої дискретної системи за критерієм Найквіста.
5. Побудувати ЛАЧХ та ЛФЧХ дискретної системи.
6. Побудувати перехідну характеристику замкненої дискретної системи.
7. Виконати оцінку якості замкнутої дискретної системи.

Вихідні данні приведені в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1. Варіанти завдань до контрольної роботи

Варіант	k_1	T_1	k_2	T_2	T_0
1	2	3	4	5	7
1	10	1,4	1	2,5	0,4
2	9	1,2	0,9	2,3	0,3
3	8	1,5	1,2	2,4	0,2
4	7	1,7	1,1	2,5	0,3
5	6	1,2	0,5	2,3	0,4
6	9	1,4	0,7	2,6	0,4
7	10	1,8	0,4	2,4	0,3
8	5	1,5	1	2,5	0,4
9	6	1,7	0,9	2,3	0,3
10	4	1,1	1,2	2,4	0,2
11	5	1,9	1,3	2,5	0,3
12	3	1,3	1,5	2,3	0,4
13	9	1,6	1,2	2,6	0,1
14	7	1,2	1,0	2,4	0,3
15	4	1,8	1,0	2,5	0,1
16	5	1,6	0,9	2,3	0,3
17	6	1,8	0,8	2,4	0,2
18	3	1,9	1,1	2,7	0,4
19	5	1,2	1,0	2,4	0,1
20	6	1,35	1,1	2,6	0,2

Методичні вказівки до виконання контрольної роботи №4

При виконанні контрольної роботи №4 необхідно дотримувати тих же вимог, що й при виконанні контрольних робіт №1, №2, №3.

Перед виконанням контрольної роботи також варто ретельно проробити матеріал відповідних тем робочої навчальної програми, чітко усвідомити поставлені завдання й засвоїти порядок їхнього вирішення.

Вказівки по одержанню дискретної передаточної функції замкнутої системи

У практичних задачах дискретну передаточну функцію визначають по передаточній функції безперервної частини, використовуючи таблиці відповідності між звичайним перетворенням Лапласа й дискретним або z-перетворенням для часових функцій.

Порядок знаходження дискретної передаточної функції розімкнутої системи наступний:

- передаточна функція безперервної частини системи представляється у вигляді суми найпростіших передаточних функцій

$$W(p) = \sum_{i=0}^{k} W_i(p);$$

- по найпростішій передаточній функції $W_i(p)$ визначається з таблиць відповідностей зображення $W_i(z)$;
- дискретна передаточна функція розімкнутої системи визначається по формулі

$$W(z) = \sum_{i=0}^{k} W_i(z).$$

Якщо в типовому ланцюзі після ідеального імпульсного елемента стоїть фіксатор нульового порядку, то дискретна передаточна функція всього ланцюга може бути визначена по формулі:

$$W(z) = Z\left\{\frac{1-e^{-pT}}{p} W_H(\mathrm{p})\right\} = (1-z^{-1}) Z\left\{\frac{W_H(\mathrm{p})}{p}\right\} = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{W_H(\mathrm{p})}{p}\right\} = \frac{z-1}{z} Z\{h_H(\mathrm{t})\},$$

де $W_H(\mathrm{p})$ - передаточна функція безперервної частини (без фіксатора).

При визначенні дискретної передаточної функції необхідно враховувати наступну особливість дискретних систем:

якщо на вході безперервної частини є один спільний імпульсний елемент, то $Z\{W_1(p)W_2(p)\} \neq Z\{W_1(p)\}Z\{W_2(p)\}$.

Визначимо, наприклад, дискретну передаточну функцію системи, передаточна функція приведеної безперервної частини якої дорівнює:

$$H(p) = \frac{1 - e^{-Tp}}{p}; \qquad W_1(p) = \frac{k_1}{p(T_1 p + 1)}.$$

$$W(p) = H(p) \cdot W_1(p) = \frac{1 - e^{-Tp}}{p} \cdot \frac{k_1}{p(T_1 p + 1)} = \frac{k_1(1 - e^{-Tp})}{p^2(T_1 p + 1)};$$

$$W(z) = k_1(1 - z^{-1}) \cdot z\left\{\frac{1}{p^2(T_1 p + 1)}\right\}.$$

Представимо вираження $\dfrac{1}{p^2(T_1 p + 1)}$ у вигляді суми найпростіших дробів:

$$\frac{1}{p^2(T_1 p + 1)} = \frac{1}{p^2} - \frac{T_1}{p} + \frac{T_1}{p + \dfrac{1}{T_1}}$$

Визначимо по таблицях z-перетворень:

$$\frac{1}{p} \to \frac{z}{z-1}; \qquad \frac{1}{p^2} \to \frac{Tz}{(z-1)^2}; \qquad \frac{1}{p + \dfrac{1}{T}} \to \frac{z}{z-d}, \qquad \text{де } d = e^{-\frac{T}{T_1}}.$$

$$W(p) = k_1(1 - z^{-1})\left(\frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{T_1 z}{z-1} + \frac{T_1}{z-d}\right) =$$

$$= k_1 T \frac{z - d - \dfrac{T_1}{T}(1-d)(z-1)}{(z-1)(z-d)} = \frac{Az + B}{(z-1)(z-d)},$$

де $A = k_1 T - k_1 T_1(1-d)$; $B = k_1 T_1(1-d) - k_1 T d$.

Визначаємо дискретні передаточні функції системи по керуючому впливу й помилці:

$$W(\mathrm{z}) = \frac{\mathrm{Y}(z)}{X(z)} = \frac{HW_1W_2(z)}{1+HW_1W_2(z)}; \qquad W_E(z) = \frac{E(z)}{X(z)} = \frac{1}{1+HW_1W_2\,(z)}.$$

Вказівки до визначення стійкості замкнутої дискретної системи за критерієм Гурвиця

Для того щоб застосувати критерій Гурвиця, необхідно попередньо в характеристичному рівнянні замкнутої дискретної системи

$$a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \ldots + a_n z^n = 0$$

зробити заміну змінної z на змінну $\boldsymbol{w}$ шляхом підстановки

$$z = \frac{1+w}{1-w}.$$

У результаті підстановки отримуємо перетворене характеристичне рівняння:

$$A_0 w^n + A_1 w^{n-1} + A_2 w^{n-2} + \ldots + A_n = 0.$$

Дослідження стійкості по отриманому перетвореному характеристичному рівнянню провадиться відповідно до критерію Гурвиця для безперервних систем.

Вказівки до визначення стійкості замкнутої дискретної системи за критерієм Михайлова

Записують характеристичний поліном замкнутої дискретної системи:

$$F(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \ldots + a_n.$$

В отриманому виразі виконують заміну:

$$z = e^{jwT}$$

$$F(e^{jwT}) = a_0 (e^{jwT})^n + a_1 (e^{jwT})^{n-1} + a_2 (e^{jwT})^{n-2} + \ldots + a_n$$

Змінюючи частоту w від 0 до p/T в комплексній площині будують годограф вектора $F(e^{jwT})$ - характеристичну криву, криву Михайлова.

Дискретна система стійка, якщо при зростанні w *від 0 до* p/T *характеристичний вектор системи* $F(e^{jwT})$ *повернеться проти годинниковій стрілки на кут* np .

Якщо годограф характеристичного вектора $F(e^{jwT})$ *проходить через початок координат, то система находиться на границі стійкості.*

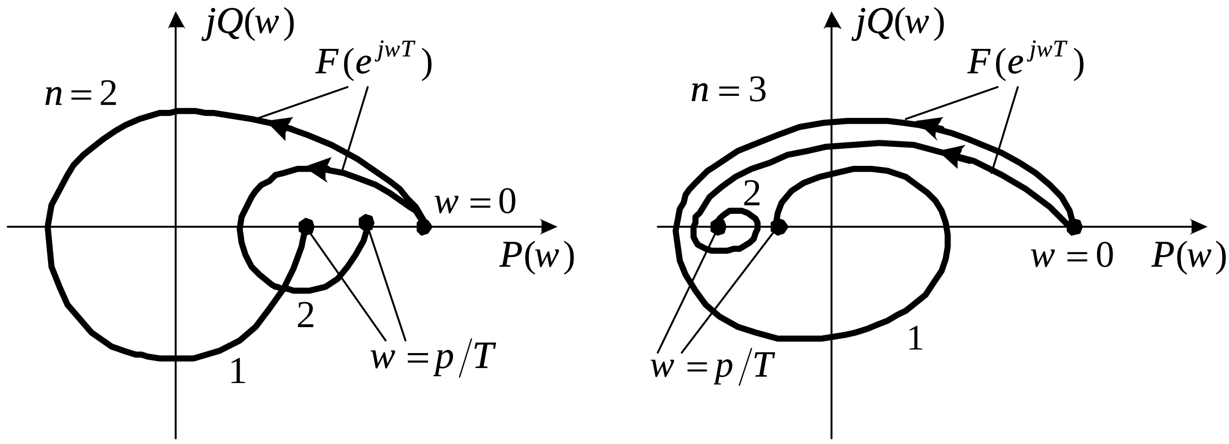


Рисунок 2. Приклади годографів Михайлова дискретних систем

1 – система стійка

2 – система не стійка

Вказівки до визначення стійкості замкнутої дискретної системи за критерієм Найквиста

Порядок дослідження аналогічний, як і для безперервних систем:

- по передаточній функції $W(z)$ будується на комплексній площині АФЧХ розімкнутої системи $W(e^{jwT})$;

- визначається число полюсів $W(z)$ які знаходяться поза колом одиничного радіуса (воно, як правило, збігається із числом позитивних полюсів передаточної функції безперервної частини $W(p)$);

- застосовують критерій Найквиста в наступних формулюваннях:

1. *Для того щоб замкнута дискретна система, безперервна частина якої не має позитивних полюсів була стійкою, необхідно й досить, щоб*

АФЧХ розімкнутої дискретної системи $W(e^{jwT})$ при зростанні частоти w від 0 до p/T не охоплювала точку (-1;j0).

2. *Щоб замкнута дискретна система була стійкою, необхідно й досить, щоб при зміні частоти w від 0 до p/T різниця між числом позитивних і негативних переходів АФЧХ розімкнутої дискретної системи $W(e^{jwT})$ відрізка дійсної осі $(-\infty;-1)$ рівнялася l/2.*
3. *Щоб замкнута дискретна система, безперервна частина якої нейтральна (має нульові коріння) була стійкою, необхідно й досить, щоб АФЧХ розімкнутої дискретної системи $W(e^{jwT})$ разом з доповненням її дугою нескінченно-великого радіуса дійсної осі, що починається на позитивному напрямку, не охоплювала точку (-1;j0).*

Вказівки до побудови ЛАЧХ і ЛФЧХ розімкнутої дискретної системи

Частотні характеристики дискретних систем, описуються трансцендентними виразами. Їхнє визначення пов'язане зі складними розрахунками, тому на практиці застосовуються частотні характеристики щодо абсолютної псевдочастоти l. Перехід до псевдочастоти заснований на переході від z-перетворення до ***w***-перетворення за допомогою підстановки

$$z = \frac{1+w}{1-w} \qquad w = \frac{z-1}{z+1}$$

с наступною заміною комплексної змінної ***w*** на абсолютну псевдочастоту l

$$w = j\frac{T}{2}l .$$

При цьому реальна частота w й псевдочастота l зв'язані співвідношенням

$$l = \frac{2}{T} tg \frac{wT}{2} .$$

Зручність псевдочастоти полягає в тому, що, як слідує з останнього співвідношення, на частотах де виконується умова $wT < 2$, вона приблизно дорівнює кутовій частоті, тобто $l \approx w$. Неважко переконатися, що при зміні частоти w від $-p/T$ до p/T псевдочастота l приймає значення від $-\infty$ до $+\infty$.

Якщо частота $w_0 = 2p/T$ обрана досить високою, тобто період проходження імпульсів значно менше постійних часу безперервних ланок системи, то частотні характеристики дискретної системи й безперервної частини в істотному діапазоні частот збігаються, що дозволяє в багатьох випадках із задовільною точністю застосовувати методи аналізу й синтезу безперервних систем до дискретних систем.

Вказівки до оцінки якості замкнутої дискретної системи

Якість дискретних систем управління характеризується такими ж показниками, як і якість безперервних систем: точністю в сталих режимах, тривалістю й перерегулюванням перехідного процесу.

Тривалість і перерегулювання оцінюють безпосередньо по перехідній характеристиці. Перехідна характеристика дискретної системи будується набагато простіше, ніж для безперервної системи. Для цього записують z-зображення вихідної величини при одиничному ступінчатому впливі

$$X(z) = \frac{z}{z-1} \mathrm{W}_3(z),$$

а потім по зображенню находять оригінал – ґратчасту функцію *x(i)*.

У простих випадках функцію *x(i)* можна знайти за допомогою таблиць зворотного z-перетворення, розклавши попередньо зображення *X(z)* на прості дроби.

У тих випадках, коли розкладання на дробі пов'язане із труднощами, доцільно розкласти функцію *X(z)* у ступеневий ряд по негативних ступенях *z* (діленням чисельника на знаменник):

$$X(z) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i z^{-i} = c_0 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \ldots + c_l z^{-l} + \ldots.$$

З визначення z-перетворення випливає, що коефіцієнти ступеневого ряду по ступенях z^{-1} являють собою значення перехідної характеристики $h(t)$ у дискретні моменти часу $t = i$ (i = 1; 2; 3;…), т.е.

$$c_0 = x(0);\quad c_1 = x(T);\quad c_2 = x(2T); \ldots; \qquad c_l = x(lT);\ \ldots$$

Точність дискретної системи оцінюють за сталим значенням сигналу помилки:

$$e(\infty) = \lim_{i=\infty} e(iT) = \lim_{z\to 1}\frac{z-1}{z}E(z) = \lim_{z\to 1}\frac{z-1}{z}W_E(z)X(z).$$

При ступінчатому впливі $x(t) = a1(t)$ стала помилка:

$$e(\infty) = \lim_{z\to 1}\frac{z-1}{z}\frac{1}{1+W(z)}\frac{az}{z-1} = \frac{a}{1+W(z)}.$$

і називається статичною помилкою або помилкою системи по положенню.

При $x(t) = a\cdot t$ стала помилка називається помилкою системи від швидкості й визначається як

$$e(\infty) = \lim_{z\to 1}\frac{aT}{(1-z)W(z)}.$$

Якщо $x(t) = \dfrac{a\cdot t^2}{2!}$, то отримуємо помилку системи від прискорення:

$$e(\infty) = \lim_{z\to 1}\frac{aT^2}{(1-z)^2 W(z)}.$$

Дискретні системи класифікуються відповідно до числа полюсів дискретної передаточної функції розімкнутої системи $W(z)$ при $z=1$. Якщо дискретна передаточна функція дискретної розімкнутої системи

$$W(z) = \frac{W^*(z)}{(z-1)^n}$$

а $W^*(z)$ не містить полюсів при $z=1$, т.е. при $n=0$ система називається *статичною*, при $n=1$ - *астатичною першого порядку* й т.д.

Для того щоб дискретна система мала нульову сталу помилку від задаючого впливу необхідно, щоб ступінь n астатизму системи перевищувала ступінь q полінома вхідного впливу $x(t)$, тобто:

$$e(\infty)=0\text{, якщо }q<n\text{ ;}$$

$$e(\infty)=\frac{aT^q}{W(1)}\text{, якщо }q=n\text{ ;}$$

$$e(\infty)=\infty\text{, якщо }q>n\text{ .}$$

Звідси видно, що при ступінчатому впливі помилка дорівнює нулю, якщо передаточна функція $W(z)$ розімкнутого контуру має хоча б один полюс, який дорівнює одиниці. Аналогічно можна показати, що при лінійному впливі помилка дорівнює нулю, якщо не менш двох полюсів дорівнюють одиниці.

Коефіцієнти помилок. Якщо задаючий вплив $x(t)$ має довільний вигляд, граничне значення помилки обчислюється по формулі

$$e(n)=C_0x(n)+C_1x^{'}(n)+)+\frac{C_2}{2!}x^{''}(n)+...+\frac{C_k}{k!}x^{(k)}(n),$$

де C_0, C_1, C_2, - коефіцієнти помилок по положенню, швидкості, прискоренню ...

Коефіцієнти помилок знаходять по дискретній передаточній функції замкнутої дискретної системи по помилці

$$C_i=i!\cdot\frac{d^i}{dz^i}W_{ez}(z)\bigg|_{z=1}\text{, для i = 0, 1, 2, …, k}$$

Число коефіцієнтів відповідає найбільшим ступенем полінома вхідного впливу.

В астатичних системах декілька перших коефіцієнтів помилок дорівнюють нулю: $C_0=C_1=C_2=...=C_{n-1}=0$, де n - порядок астатизму.

ЛІТЕРАТУРА

1. Теория автоматического управления/ Под ред. А.А.Воронова - М.: Высшая школа, 1986, ч. 1, 2.
2. Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. М.: Наука, 1989. 304 с.
3. Зайцев Г.Ф., Стеклов В.К., Бріцький О.І. Теорія автоматичного управління. - К., Техніка, 2002.- 688 с.
4. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування. Підручник. – Київ: Либідь, 1997. – 544с.
5. Лукас В. А. Теория автоматического управления. – М.: Недра, 1990. – 416 с.
6. Зайцев Г.Ф. Теория автоматического управления и регулирования. Киев: Вища школа, 1988 - 431 с.
7. Васильев Д. В., Чуич В. Г. Системы автоматического управления (примеры расчета). - М.: Высш. шк., 1984.
8. Филлипс Ч., Харбор Р. Системы управления с обратной связью.- М.: Лаборатория Базовых знаний.- 2001 - 616 с.
9. Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления.- М.: Лаборатория Базовых знаний.- 2002 - 832 с.
10. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского.- М.: Наука. Гл.ред. физ.-мат-лит., 1987.- 712 с.
11. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления. / Под ред. В.А.Бесекерского. М.: Наука, 1978. - 512 с.

Навчальне видання

Методичні вказівки до виконання контрольної роботи з курсу

"Теорія автоматичного управління"

Для студентів, що навчаються за напрямами

6.050201“Системна інженерія” (СУА)

6.050202“Автоматизація та

комп’ютерно-інтегровані технології” (АУП)

(для заочної форми навчання)

Укладачі: Федюн Роман Валерійович, к.т.н, доц.

Попов Владислав Олександрович, к.т.н, доц.

Рецензент Секірін Олександр Іванович, к.т.н, доц.

Відповідальний за випуск Бессараб Володимир Іванович, к.т.н., доц., зав. каф.