ВПЛИВ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ НАДМІРНОСТІ РЕЗЕРВОВАНИХ СИСТЕМ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ НА СКОРОЧЕННЯ ОБСЯГІВ ЇХ ВИПРОБУВАНЬ НА НАДІЙНІСТЬ

Скопа О.О., Казакова Н.Ф., Мурін О.С.
Одеська національна академія зв'язку ім.О.С.Попова,
кафедра технічної електродинаміки та систем радіозв‘язку
E-mail: skopa2003@ukr.net

Abstract. ***Skopa O., Kazakova N., Murin O. Influence of functional redundancy of redundant telecommunications system to reduction of their reliability test volumes.*** *The procedure of routine testing reduction of telecommunications channels at the expense of their functional redundancy is considered. Is shown, that such procedure does not boost risk of exploiting organizations at deriving the data about of channels reliability.*

Постановкою проблеми у загальному вигляді щодо необхідності скорочення обсягів контрольних випробувань на надійність резервованих систем телекомунікацій та **її зв‘язок з важливими науковими та практичними завданнями** є випадки сугубо практичного характеру. З огляду на те, що необхідність у включенні резервного устаткування резервованої системи є випадковою величиною, то проведення планових перевірок апаратури повинне забирати мінімальний час. Його скорочення можливе за рахунок прискореного проведення випробувань в перевантаженому режимі, за рахунок структурної та функціональної надмірності або за рахунок запасу по ресурсу. Методики проведення таких випробувань, технічні і математичні проблеми обробки результатів досить докладно розглянуті в [1, 2]. Однак, слід зазначити, що в указаних роботах приділяється увага окремим об'єктам складних технічних систем без резерву. Методики мають на увазі, що виграш досягається лише за рахунок властивостей основного об'єкта досліджень. У той же час вважається, що для проведення випробувань об'єкт припиняє своє функціонування в складі технічної системи і повертається в неї після їх закінчення [4, 5]. Щодо питання скорочення обсягу випробувань з врахуванням функціональної надмірності резервованих систем телекомунікацій, то у вітчизняній літературі воно висвітлене, в основ-

ному, тільки з точки зору ретроспективного аналізу без будь-якого прогнозування.

Скорочення часу випробувань функціонуючих систем телекомунікацій важливо також з економічної точки зору. Тут економія коштів і ресурсів очевидна і не має потреби в їх обґрунтуванні.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв‘язання проблеми по вказаній тематиці, показав, що основними роботами є праці Р.Барлоу, Ф.Прошана та І. Герцбаха, які висвітлюють багато аспектів проблеми впливу функціональної надмірності резервованих систем на скорочення обсягів їх випробувань на надійність. У роботах О.І.Ракова, О.Н.Большева, Є.Ю.Барзиловича, В.А.Каштанова, Н.А.Северцева, Р.С.Судакова та інших вчених розглядаються питання як прогнозування надійності складних систем в залежності від їх конструктивних параметрів та умов експлуатації, так і питання їх структури з точки зору підвищення надійності. Одначе, більшість робіт, що стосуються теорії визначення надійності складних систем, дають аналіз та вирішення таких питань як підвищення їх живучості, роботи до першого відмовлення, стійкості до зовнішніх впливів і т.д. В той же час досить рідко зустрічаються роботи, що дають оцінку та рекомендації щодо скорочення обсягу досить складних випробувань на надійність таких технічних систем як резервовані системи телекомунікацій.

Таким чином, **раніше не невирішеною частиною загальної проблеми** є задача, яка дозволяє оцінити ризик замовника та передбачити необхідну кількість резервного обладнання, структуру організації системи та інші технічні та виробничі параметри, використовуючи прискорені методи визначення надійності з врахуванням функціональної надмірності.

Враховуючи вищесказане, **постановкою завдання** для подальшого вирішення є метод скорочення обсягів контрольних випробувань на надійність резервованих систем телекомунікацій за рахунок їх функціональної надмірності, яка обумовлена наявністю резервних об'єктів, цілком ідентичних основним. Метод дозволяє провести випробування з використанням резервних об'єктів, поширюючи результати на всю систему в цілому, включаючи питання проектування нових систем.

Перейдемо до викладу **основного матеріалу** з математичним обґрунтуванням отриманих результатів.

Позначимо подію, що складається у виникненні відмовлення системи телекомунікацій у цілому, як $\overline{B}$. Тоді B — подія, яка складається в тому, що система виконує покладені на неї функції. Припустимо, що з метою реалізації події B в технічній документації обговорені N деяких умов A_i. Зокрема, подія A_i може складатися в умові допускового типу, наприклад, $A_i = \{a_i \le \xi_i \le b_i\}$, тобто подія A_i полягає в тому, що деяка випадкова величина ξ_i може знаходитися у фіксованому інтервалі $[a_i, b_i]$, де a_i і b_i — границі допуску. Якщо ξ_i виходить за границі допуску ($\xi \notin [a_i, b_i]$), то ця подія може супроводжуватися виходом системи з ладу. Однак може бути і так, що при $\xi \notin [a_i, b_i]$ відмовлення системи (з імовірністю, що дорівнює 1) не відбувається. Назвемо число $P(A_i) = R_i$ *імовірністю виконання i-ї умови, яка обумовлена в технічній документації*. Будемо вважати, що документація складена досить повно і в ній передбачається, що при виході системи з ладу відбувається хоча б одна з подій $\overline{A}_i$ — $\overline{B} \subset \bigcup_{i=1}^{N} \overline{A}_i$. Тоді $\overline{B} = \overline{B} \cap \left(\bigcup_{i=1}^{N} \overline{A}_i \right) = \bigcup_{i=1}^{N} \left(\overline{B} \cap \overline{A}_i \right)$, де $B = \bigcap_{i=1}^{N} \overline{\overline{A}_i \cap \overline{B}} = \bigcap_{i=1}^{N} (A_i \cup B) = \bigcap_{i=1}^{N} Д_i$, $Д_i = A_i \cup B$, а це значить, що

$$P(B) = \left(1 - P\left(\overline{Д}_1\right)\right)\left(1 - P\left(\overline{Д}_2 \mid Д_1\right)\right) \ldots \left(1 - P\left(\overline{Д}_N \mid \bigcap_{k=1}^{N-1} Д_k\right)\right). \qquad (1)$$

Врахуємо, що $P\left(\overline{Д}_1\right) = P\left(\overline{A}_1 \cap \overline{B}\right) = q_1(1 - k_1)$; $q_1 = P\left(\overline{A}_1\right)$ — імовірність невиконання першої умови документації (наприклад, q_1 — імовірність виходу ξ_1 за допуск $[a_1, b_1]$); $P\left(\overline{B} \mid \overline{A}_1\right)$ — імовірність відмовлення системи при невиконанні зазначеної умови; $k_1 = 1 - P\left(\overline{B} \mid \overline{A}_1\right)$.

Розглянемо випадок, коли імовірність безвідмовної роботи системи

$$L = P(B) = P\left(\bigcap_{i=1}^{N} Д_i\right), \; Д_i = A_i \cup B \qquad (2)$$

задовольняє співвідношенню

$$L = P(B) \ge \prod_{i=1}^{N} P(Д_i) = \Pi = \prod_{i=1}^{N} R_i', \; R_i' = P(Д_i). \qquad (3)$$

Зокрема (2) виконується для незалежних, а також для позитивно зв'язаних подій $Д_i$, $i=\overline{1,N}$ [1]. У розглянутому випадку $П$ є оцінкою знизу для показника надійності $L=P(B)$ системи:

$$П=\prod_{i=1}^{N}P(Д_i)=\prod_{i=1}^{N}R_i';\ R_i'=1-q_i(1-k_i)=P(Д_i'),\qquad(4)$$

де $q_i=P(\overline{A}_1)$ — імовірність невиконання i-ї умови документації (наприклад q_i — імовірність виходу ξ_i за допуск $[a_i,b_i]$), а число

$$k_i=1-P(\overline{B}\mid\overline{A}_i)=P(B\mid\overline{A}_i)\qquad(5)$$

назвемо *коефіцієнтом функціональної надмірності системи по i-й умові документації*. При всіх $k_i=0$ з (4) випливає, що $П=\prod_{i=1}^{N}R_i$, $k_i=0$, $i=\overline{1,N}$, $R_i=1-q_i$.

Рівність $k_i=0$ відповідає випадкові, коли при невиконанні i-ї умови система не виконує покладені на неї функції і тоді $P(\overline{B}\mid\overline{A}_i)=1$. Якщо i-та умова документації грає настільки несуттєву роль у системі в цілому, що факт виникнення події $\overline{A}_i$ не впливає на $\overline{B}$, то $P(B\mid\overline{A}_i)=P(B)$ і, таким чином,

$$0\le k_i\le P(B)=L.\qquad(6)$$

Коефіцієнти k_i надмірності системи по кожній з N умов, обумовлених у технічній документації, можуть бути знайдені шляхом статистичного моделювання процесу функціонування системи, описуваної, наприклад, сукупністю диференціальних рівнянь руху [2].

Зі співвідношень (2) – (5) приходимо до наступних висновків.

1. На етапі проектування, для кожної з N умов A_i, що обмовляються в технічній документації і мають вигляд

$$a_i\le\xi_i\le b_i,\ i=\overline{1,N},\qquad(7)$$

в результаті статистичного моделювання процесу виконання задачі системою в цілому по формулі (5) можуть бути розраховані коефіцієнти k_i функціональної надмірності. Надалі будемо вважати, що коефіцієнти k_i відомі і фіксовані.

2. Кількісною мірою виконання i-ї умови служить імовірність $R_i=P(A_i)$ її виконання, причому R_i – невідома і підлягає оцінюванню за результатами

випробувань. У силу співвідношень (3) і (4) за критерій виконання i-ї умови з позиції системного розгляду приймається імовірність

$$R_i' = 1 - q_i h_i,\ q_i = 1 - R_i,\ h_i = 1 - k_i. \tag{8}$$

3. Виходячи з необхідного значення L_T для імовірності $L = P(B)$ виконання задачі системою в цілому і заданого для неї припустимого ризику замовника β_q, визначаються вимоги R'_{Ti} до кожної з імовірностей $R_i' = P(\text{Д}_i)$ і припустимий ризик замовника β_{qi}.

4. Вимога по надійності до реалізації i-ї умови вважається виконаною, якщо γ-нижня границя [3] $\underline{R}_i' = \underline{R}_{i\gamma}$ при $\gamma = i - \beta_{qi}$ задовольняє співвідношенню

$$\underline{R}'_{i\gamma} \geq R'_{Ti},\ \gamma = 1 - \beta_{qi}. \tag{9}$$

Так як коефіцієнт k_i надмірності системи по i-й умові технічної документації в нашому випадку вважається фіксованим числом з інтервалу [0, 1], то $\underline{R}_{i\gamma} = 1 - (1 - k_i)(1 - \underline{R}_{i\gamma})$, де $\underline{R}_{i\gamma}$ — статистика, що є γ-нижньою границею для імовірності $R_i = 1 - q_i$. Відмітимо, що будь-яка невідома константа, яка підлягає оцінюванню по результатах $\omega \in \Omega$ випробувань, де Ω — сукупність всіх результатів ω, буде називатися *параметром*, а всяка функція $g(\omega)$, яка залежить від результатів $\omega \in \Omega$ випробувань буде називатися *статистикою*.

З огляду на викладене, співвідношення (9) перепишемо у вигляді:

$$R'_{Ti} = R^*_{Ti} = \frac{R'_{Ti} - k_i}{1 - k_i},\ \gamma = 1 - \beta_{qi} \tag{10}$$

Якщо встановити, що γ-нижня границя $\underline{R}_{i\gamma}$ для імовірності R_i є ідеальною, L_T — необхідне значення імовірності $L = P(B)$ безвідмовної роботи системи в цілому, а β_∂ — припустимий ризик замовника в C_0-процедурі [3] перевірки виконання вимоги $L \geq L_T$ для системи в цілому, то при незалежності статистик $\underline{R}_{i\gamma}$, $i = \overline{1, N}$ у (9) і (10) можна покласти

$$R'_{Ti} = L_T,\ \beta_{qi} = \beta_q,\ i = \overline{1, N} \tag{11}$$

при будь-якому кінцевому N. Легко перевірити, що якщо $\underline{R}_{i\gamma}$ — ідеальна γ-нижня границя для R_i, то при фіксованому k_i статистика $\underline{R}'_{i\gamma} = 1 - (1 - k_i) \times \times (1 - \underline{R}_{i\gamma})$ є ідеальною γ-нижньою границею для $R_i' = 1 - (1 - k_i)(1 - R_i)$. Тому в розглянутому випадку статистика

$$\underline{\Pi}_{\gamma} = \min_{1\le i\le N} \underline{R}'_{i\gamma} = \min_{1\le i\le N}\left(1-\left(1-k_i\right)\left(1-\underline{R}_{i\gamma}\right)\right) \tag{12}$$

є γ-нижньою границею для імовірності Π з (3). З пропонованої нерівності $\Pi \le L = P(B)$ і співвідношення $\gamma \le P\left(\underline{\Pi} \le \Pi\right) \le P\left(\underline{\Pi} \le L\right)$ випливає, що вираз (12) одночасно забезпечує можливість знаходження γ-нижньої границі для $L = P(B)$. Так як відповідно до C_0-процедури, умовою приймання системи в цілому є виконання нерівності

$$\underline{\Pi}_{\gamma} \ge L_T\,,\ \gamma = 1-\beta_q\,, \tag{13}$$

то в силу еквівалентності $\underline{\Pi}'_{\gamma} = \min\limits_{1\le i\le m} \underline{R}'_{i\gamma} \ge L_T \Leftrightarrow \bigwedge\limits_{i=1}^{m}\left(\underline{R}'_{i\gamma} \ge L_T\right)$, $\gamma = 1-\beta_q$, ця нерівність рівносильна виконанню N нерівностей

$$\underline{R}'_{i\gamma} \ge L_T\,,\ \ \gamma = 1-\beta_q\,,\ i = \overline{1,N}\,. \tag{14}$$

Отже, приймання системи в цілому відповідно до (13) здійснюється тоді і тільки тоді, коли здійснюється приймання відповідно до (14) по кожній з N умов, обумовлених в технічній документації. Звідси та з (9) випливає (11).

Отримані результати представимо у вигляді наслідку:

Нехай задовольняються всі приведені допущення. Тоді вимоги по надійності до реалізації i-ї умови, обумовленої в технічній документації, можуть вважатися виконаними, якщо статистика $\underline{R}_{i\gamma}$ задовольняє нерівності:

$$\underline{R}_{i,1-\beta_q} \ge R^*_{Ti} = \frac{L_T - k_i}{1-k_i}\,,\ i = \overline{1,N}\,. \tag{15}$$

Висновки. В результаті проведених досліджень встановлено, що в (15) при $k_i = L_T$ можемо вважати $R^*_{Ti} = 0$ і, в цьому випадку, *проведення випробувань для перевірки виконання вимог по надійності реалізації i-ї умови не потрібно*. З ростом коефіцієнта надмірності k_i по i-й умові необхідне значення R^*_{Ti} для R_i (враховуючи k_i) знижується. **Це рівносильне зниженню обсягу випробувань і, природно, скороченню часу їхнього проведення**. Виконання всіх N нерівностей (15) рівносильне виконанню одного співвідношення (13).

Підкреслимо, що в (15) параметри L_T і β_q відноситься до системи в цілому, і їх «роздроблення» не потрібно. Зрозуміло, ситуація може змінитися, якщо γ-нижні границі $\underline{R}_{i\gamma}$ не є ідеальними для $\underline{R}_i$. Враховуючи це, відмітимо, що питання дослідження ситуації з неідеальними γ-нижніми границями є **перспек-**

тивним для подальшого дослідження. При цьому розгляду підлягає співвідношення (15) щонайменше в наступних випадках:

а) Кожна зі статистик $\underline{R}_{i\gamma}$ знаходиться за результатами біноміальних випробувань із зупинкою [3], у яких беруть участь кілька об'єктів;

б) Кожна зі статистик $\underline{R}_{i\gamma}$ знаходиться за результатами біноміальних випробувань з зупинкою, у яких бере участь один об'єкт;

в) Кожна зі статистик $\underline{R}_{i\gamma}$ знаходиться за біноміальною схемою Бернуллі при допустимому числі відмовлень $r_{iq} = 0$.

Література

1. Судаков Р.С. Избыточность и объем испытаний технических систем и их элементов. — М.: Знание, 1980.
2. Судаков Р.С., Владыкин Е.Н. О совместном рассмотрении методов оценки надежности технических систем на этапе проектирования и методов планирования испытаний. — М.: Надежность и контроль качества, №1, 1980.
3. Скопа О.О. Інтервальне оцінювання надійності Т-систем з паралельним з'єднанням елементів за результатами їх біноміальних іспитів // Наукові праці Одеської націон. академії зв‘язку: Період. наук. збірник з радіотехніки і зв‘язку, електроніки та економіки в галузі зв‘язку. — Одеса, 2002. — №1. — С.65–70.
4. Skopa O. Construction of the System of Radio Communication Network Management// Proceeding of the International Conference TCSET’2002 «Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science»: February 18–23, 2002. — Lviv-Slavsk, Ukraine: Lviv Polytechnic National University — IEEE Networking the World. — 2002. — P.285.
5. Kazakova N. Mobil radio-service management system construction principles // Proceeding of the International Conference TCSET’2002 «Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science»: February 18–23, 2002. — Lviv-Slavsk, Ukraine: Lviv Polytechnic National University — IEEE Networking the World. — 2002. — P.285.

Здано в редакцію: 11.03.2003р.

Рекомендовано к печати: д.т.н., проф. Ткаченко В.Н.