Д.В. Бельков, к.т.н, В.Е. Текучев

ФОРМИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО КРЕДИТНОГО ПОРТФЕЛЯ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

Особенностью кредитной сферы Украины является актуальная задача уменьшения риска несвоевременного возврата денежных средств заемщиками. Один из способов ее решения - это применение кредитными организациями методов оптимизации кредитного портфеля [1]. Целью настоящей работы является разработка метода формирования единого кредитного портфеля системы банков (филиалов одного банка).

Пусть в момент времени T_0 имеется множество $\{C_1, C_2, ..., C_m\}$ кредитных запросов, и каждый из них может быть принят банком к выполнению. Каждый i-й кредитный запрос характеризуется размером займа Q_i, который желательно получить заемщику в момент времени T_0, и графиком возврата занятых денег с процентом за кредит. В этом графике учитывается размер будущих платежей V_k, которые осуществляются заемщиком в моменты времени T_k, k=1,2,…,l. Пусть r – нормативная процентная ставка использования банком кредитных ресурсов, R_k – процентная ставка в момент T_k, которая рассчитывается по схеме сложных процентов: $R_k = (1+r)^{T_k - T_0} - 1$, k=1,2,…,l. В случае если банк принимает i-й кредитный запрос к выполнению и при полном своевременном погашении кредита, чистый доход D_i банка вычисляется по формуле:

$$D_i = -Q_i + \sum_{k=1}^{l} V_k / (1+R_k) \quad (1)$$

Из-за ограниченности кредитного ресурса банка возникает задача выбора запросов для размещения их в кредитном портфеле. Необходимо сформировать кредитный портфель, который обеспечивает банку максимальный суммарный доход от его кредитных ресурсов в момент времени T_0. Пусть $X_i = 1$, если i-й кредитный запрос будет внесен в кредитный портфель, иначе - $X_i = 0$. Величина кредитного ресурса банка равна B. При отсутствии риска неплатежеспособности заемщиков задача формирования оптимального кредитного портфеля имеет следующий вид [1]:

$$\sum_{i=1}^{m} D_i X_i \to \max \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{m} Q_i X_i \le B \tag{3}$$

$$X_i \in \{0;1\} \tag{4}$$

В задаче (2)-(4) максимизируется суммарный доход от кредитного ресурса банка в момент времени T_0. Значения D_i вычисляются по формуле (1).

В реальных условиях всегда есть вероятность P_i будущей неплатежеспособности i-го заемщика. Показателем риска i-го кредитного запроса может быть среднеквадратическое отклонение σ_i: $\sigma_i = (D_i + Q_i)\sqrt{P_i(1-P_i)}$. Доход кредитного портфеля является случайной величиной. Ее ожидаемое значение вычисляется по формуле $\overline{D}_\Sigma = \sum_{i=1}^{m} \overline{D}_i X_i$, где $\overline{D}_i$ - ожидаемое значение D_i. При независимых кредитных запросах задача формирования оптимального кредитного портфеля может быть сформулирована следующим образом:

$$\sum_{i=1}^{m} \overline{D}_i - \sum_{i=1}^{m} \sigma_i X_i = \sum_{i=1}^{m} (\overline{D}_i - \sigma_i) X_i \to \max \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{m} Q_i X_i \le B \tag{6}$$

$$X_i \in \{0;1\} \tag{7}$$

Целевая функция (5) учитывает требование минимизации дисперсии дохода кредитного портфеля. Поэтому решение задачи (5)-(7) позволит уменьшить риск получить доход в размере меньшем, чем ожидается.

В работе [2] предложена постановка обобщенной задачи формирования кредитного портфеля для случая системы банков (филиалов банка). Препятствием при решении задачи является большое число альтернатив, из которых нужно выбрать оптимальный вариант. При большом количестве запросов анализ вариантов точными методами не возможен ввиду значительной трудности вычислений. Для данной задачи требуется разрабатывать приближенные методы, среди которых выбирается лучший по точности и быстродействию.

Задача формирования кредитного портфеля состоит в следующем. Пусть m - количество кредитных запросов; n - количество банков; Q_i - размер i-го займа; D_{ij} - доход j-го банка после выполнения i-го запроса; $\overline{D}_{ij}$ - ожидаемое значение D_{ij}; $\sigma_{ij} = (D_{ij} + Q_i)\sqrt{P_i(1-P_i)}$; B_j - кредитный ресурс j-го банка. Пусть $X_{ij} = 1$, если i-й запрос выполняется j-м банком, иначе $X_{ij} = 0$. Задача имеет вид:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(\overline{D}_{ij} - \sigma_{ij})X_{ij} / B_j \to \max \tag{8}$$

$$X_i \in \{0;1\},\ \sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 1, \text{i=1...m} \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^{m} Q_i X_i \le B_j \ \text{ j=1...n} \tag{10}$$

Необходимо найти матрицу размещения кредитных запросов X, обеспечивающую максимум целевой функции (8) при ограничениях (9),(10). В задаче максимизируется ожидаемый суммарный доход банков с учетом риска неплатежеспособности заемщиков. Для рационального использования кредитных ресурсов банков целесообразно минимизировать остатки этих ресурсов после формирования портфеля. Поэтому в задаче максимизируется отношение $(\overline{D}_{ij} - \sigma_{ij}) / B_j$. Условие $\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 1$ гарантирует, что кредитный запрос будет выполнен одним из банков. Для решения данной задачи в работе [2] предложен „жадный” эвристический метод, состоящий из двух этапов. На первом этапе выполняется поиск тех банков, которые имеют необходимый кредитный ресурс для i-го запроса. На втором этапе, среди найденных банков определяется банк с наибольшим значением $(\overline{D}_{ij} - \sigma_{ij}) / B_j$ и запрос направляется в этот банк. Временная сложность метода - $O(mn)$.

В данной работе для решения задачи (8)-(10) предлагается метод Монте-Карло. На каждой итерации метода формируется матрица случайных величин γ, равномерно распределенных на интервале [0;1]. Очередной запрос направляется в тот банк, где есть необходимый кредитный ресурс и значение γ максимально. Решением задачи является вариант размещения кредитных запросов (кредитный портфель), полученный на итерации с максимальной целевой функцией.

Для исследования работы предлагаемого метода проведены серии вычислительных экспериментов. В каждом эксперименте методом Монте-Карло решалась задача распределения m кредитных запросов среди n банков, m=8, n=3. Для сравнения результатов использовались решения, полученные в среде Excel, а также „жадным" методом [2] и полным перебором. Все методы реализованы в среде Delphi. Эксперимент показал, что метод Монте-Карло является наиболее рациональным по точности и быстродействию. „Жадный" метод лучше по быстродействию, но хуже по точности. Метод полного перебора вариантов имеет очень большое время работы и может применяться лишь при решении задач малого размера. Перспективным направлением исследований является тестирование предложенного метода при решении задач большого размера.

Литература

1. Кігель В.Р. Методи і моделі підтримки прийняття рішень у ринковій економіці. К.: ЦУЛ, 2003. – 202 с.
2. Бельков Д.В., Текучев В.Е. Метод формирования оптимального кредитного портфеля. // Матеріали наукової конференції „Наука та практика 2007", www.pdaa.com.ua/np.