

УДК 629.014.7-534.011

Ю.С. Рудь, д-р техн. наук, проф., **И.С. Радченко**, канд. физ.-мат. наук, доц., **В.Ю. Белоножко**, старший преподаватель, **А.С. Ткаченко**, аспирант

Криворожский технический университет

ИССЛЕДОВАНИЯ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ КАРЬЕРНОГО САМОСВАЛА, ВЫЗВАННЫХ НЕРОВНОСТЯМИ ДОРОЖНОГО ПОЛОТНА

Исследованы вертикальные колебания карьерных самосвалов при их движении по дорогам, имеющим существенные неровности дорожного полотна. С помощью физической модели - одноосного транспортного средства, исследованы поперечные колебания карьерного самосвала, определены скорость и ускорения вертикальных колебаний.

карьерные самосвалы, физическая модель, вертикальные колебания, вынужденные колебания, дифференциальное уравнение, неровности дорожного полотна

Проблема и ее связь с научными или практическими задачами. Карьерные самосвалы большой грузоподъемности широко применяются при добыче железорудного сырья открытым способом. Дорожное полотно железорудных карьеров сильно отличается от плоской поверхности и имеет значительные неровности. В руководстве по эксплуатации карьерных самосвалов БелАЗ 7555В и 7555Е на участке дороги, равной базе самосвала, допускается пять неровностей глубиной 3...5 см или одна неровность глубиной до 10 см [1]. Движение карьерного самосвала по поверхности, которая имеет выступы и впадины, приводит к возникновению значительных колебаний автомобиля при их кинематическом возбуждении от неровностей дорожного полотна. Исследование колебаний самосвалов, движущихся по карьерным дорогам, имеющим неровности разной глубины, представляет собой научную задачу, имеющую большое практическое значение [2, 3].

Анализ исследований и публикаций. К настоящему времени опубликовано ряд работ, в которых исследуются колебания разнообразных инженерных объектов [4-7]), автомобилей (см., например, [8, 9]). В монографии [8] рассмотрены вопросы вынужденных колебаний, в которых возмущающие силы являются детерминированными функциями времени. В отличие от этого, колебания конструктивных элементов карьерных самосвалов возбуждаются внешними случай-

ными воздействиями. В работе [9] разработаны основы теории колебаний механических систем самосвала с кинематическим возбуждением, вызванным неровностями дороги, в т.ч. определены основные энергетические соотношения колебаний механических систем, найдены уравнения для определения полной работы за время прохождения самосвалом единичной неровности дорожного полотна.

Постановка задачи. Настоящие исследования являются логическим продолжением научной работы [5]. Используя предложенную нами физическую модель - одноосного транспортного средства, поставлена задача исследовать поперечные колебания самосвала, определить скорость движения, при которой наступает резонанс, рассчитать скорость и ускорения автомобиля при таких колебаниях.

Изложение материала и результаты. Представим физическую модель карьерный самосвала в виде одноосного транспортного средства (см. рис. 1).

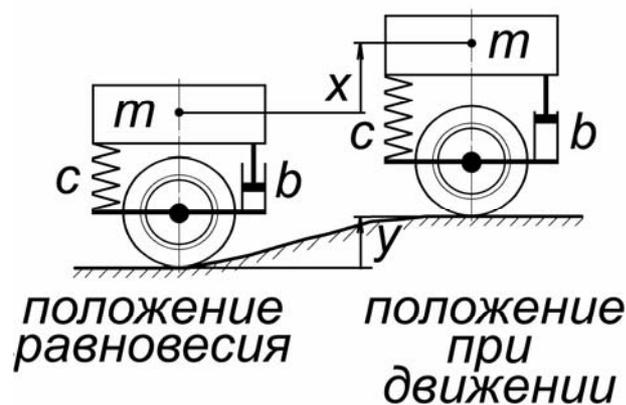


Рисунок 1. - Физическая модель карьерного самосвала

Обозначим смещение оси одноосного транспортного средства через y , а смещение его центральных масс – через x . Запишем уравнение поверхности дорожного полотна в виде

$$y = a \cos(2\pi s/l), \quad (1)$$

где a – глубина неровностей дороги, m , l – длина неровности, m , s – путь.

Смещение центра масс самосвала вертикально вверх в произвольный момент времени движения t обозначим через $x(t)$. При движении автомобиля по единичной неровности рессора подвески растягивается на величину $x-y$ и, следовательно, силу упругости можно выразить уравнением

$$F_{уп} = -c(x - y) \quad (2)$$

Обозначим постоянную демпфирования (коэффициент затухания) рассматриваемой физической системы через b . Сила сопротивления движению самосвала пропорциональна скорости $F_c = b\dot{x}$. Составим дифференциальное уравнение движения автомобиля

$$m\ddot{x} = -b\dot{x} - c(x - y). \quad (3)$$

Отсюда находим

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = cy. \quad (4)$$

Так как $y = a \cos \cdot 2\pi s/l$, то

$$\ddot{x} + \frac{b}{m} \dot{x} + \frac{c}{m} x = \frac{ca}{m} \cos \cdot \left(\frac{2\pi v \cdot t}{l} \right). \quad (5)$$

Обозначим $2n = b/m$, $k^2 = c/m$ и перепишем уравнение (3) в виде

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + k^2 x = k^2 a \cos(2\pi vt/l). \quad (6)$$

Уравнение (5) - это неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Ему соответствует однородное дифференциальное уравнение

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + k^2 x = 0 \quad (7)$$

Записываем соответствующее характеристическое уравнение

$$z^2 + 2nz + k^2 = 0.$$

Корни этого приведенного квадратного уравнения равны

$$z_{1,2} = -n \pm \sqrt{n^2 - k^2}. \quad (8)$$

В дальнейшем рассматриваем только частный случай, когда $n < k$ [7]. В таком случае последнее равенство перепишем так:

$$z_{1,2} = -n \pm \sqrt{k^2 - n^2} \cdot \sqrt{-1} = -n \pm ik_1, \quad (9)$$

где $k_1 = \sqrt{k^2 - n^2}$.

Общее решение дифференциального уравнения (6) записываем в таком виде [8]:

$$x_1 = e^{-nt} (A \cos(k_1 t) + B \sin(k_1 t)). \quad (10)$$

Частное решение неоднородного дифференциального уравнения (18) записываем в виде

$$x_2 = D \cos(2\pi vt/l - \alpha) = D \cos(\omega t - \alpha), \quad (11)$$

где $\omega = 2\pi v/l$.

Кроме того, введем обозначение $H = ca/m = k^2 a$ и найдем постоянные интегрирования D и α . Для этого находим первую и вторую производную по времени в равенстве (11):

$$\dot{x}_2 = -D \cdot \omega \cdot \sin(\omega t - \alpha), \quad (12)$$

$$\ddot{x}_2 = -D \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t - \alpha). \quad (13)$$

Подставим значения этих производных в равенство (5)

$$\begin{aligned}
 & -D\omega^2 \cos(\omega t - \alpha) - 2nD \sin(\omega t - \alpha) + k^2 D \cos(\omega t) = \\
 & = H \cos((\omega t - \alpha) + \alpha) = H \cos(\omega t - \alpha) \cos(\alpha) - H \sin(\omega t - \alpha) \sin \alpha.
 \end{aligned}$$

После группировки, вынесения за скобки и приравнивания к нулю коэффициентов при $\cos(\omega t - \alpha)$ и $\sin(\omega t - \alpha)$, находим

$$\cos \alpha = D(k^2 - \omega^2)/H; \quad \sin \alpha = 2Dn\omega/H. \quad (14)$$

Отсюда

$$\operatorname{tg} \alpha = 2n\omega/(k^2 - \omega^2); \quad (15)$$

$$D^2 = \frac{k^4 \cdot a^2}{(k^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \omega^2}. \quad (16)$$

Следовательно, общее решение неоднородного дифференциального уравнения имеет такой вид:

$$x = x_1 + x_2 = e^{-nt} (A \cos(k_1 t) + B \sin(k_1 t)) + D \cos(\omega t - \alpha). \quad (17)$$

Первые два слагаемых в этом равенстве описывают переходной процесс, т.е. ту составляющую, которая исчезает с течением времени t , оставляя лишь частное решение x_2 . Анализируя амплитуду вынужденных колебаний D , отмечаем, что она описывает некоторую функцию, которая имеет максимум, получаемый при минимальном значении знаменателя в выражении (17). Обозначим через $F = (k^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \omega^2$ и найдем первую производную уравнения по параметру ω

$$\frac{\partial F}{\partial \omega} = 2(k^2 - \omega^2) \cdot (-2\omega) + 8n^2 \omega. \quad (18)$$

Приравнивая эту производную к нулю, находим

$$\omega^2 = k^2 - 2n^2; \quad \omega = \sqrt{k^2 - 2n^2}. \quad (19)$$

Из равенства (19) находим вторую производную

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \omega^2} = -4k^2 + 12\omega^2 + 8n^2.$$

Подставляя в это выражение значение ω из (20), находим

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \omega^2} = 8k^2 - 16n^2 > 0.$$

Так как вторая производная больше нуля ($k \gg n$), то функция F при значении ω , полученном из равенства (20), имеет минимальное значение, а амплитуда D будет максимальной. Из равенств (12) и (20) находим величину скорости v , при которой наступит практический резонанс системы

$$v = \frac{l}{2\pi} \cdot \sqrt{k^2 - 2n^2} = \frac{l}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{c}{m} - \frac{2b^2}{m^2}}. \quad (20)$$

Из формулы (21) видно, что практический резонанс наступает при меньших значениях постоянной демпфирования.

Из равенства (18) находим скорость движения автомобиля

$$\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial t} = -ne^{-nt} \cdot (A \cos(k_1 t) + B \sin(k_1 t)) + e^{-nt} \cdot (Ak_1 \sin(k_1 t) + Bk_1 \cos(k_1 t)) - D\omega \sin(\omega t).$$

Используя начальные условия $x=x_0$ и $\dot{x}=v_0$, из последних двух уравнений находим

$$x_0 = A + D \cos(-\alpha) = A + D \cos \alpha, \quad A = x_0 - D \cos \alpha, \quad (34)$$

$$v_0 = -nA + Bk_1 + D\omega \sin \alpha,$$

$$B = (v_0 + nx_0 - D(n \cos \alpha + \omega \sin \alpha)) / k_1. \quad (35)$$

Иногда для анализа полученного решения для вынужденных колебаний частное решение неоднородного дифференциального уравнения удобно представить в виде

$$x_2 = G \cos(\omega t) + K \sin(\omega t).$$

Отсюда находим

$$\dot{x}_2 = -G\omega \sin(\omega t) + K\omega \cos(\omega t);$$

$$\ddot{x}_2 = -G\omega^2 \cos(\omega t) - K\omega^2 \sin(\omega t).$$

Подставим значения этих производных в неоднородное дифференциальное уравнение, приведем подобные члены, приравняем коэффициенты при $\cos(\omega t)$ и $\sin(\omega t)$ и получим два уравнения:

$$G(c - m\omega^2) + Kb\omega = ca;$$

$$G(b\omega) + K(c - m\omega^2) = 0. \quad (28)$$

Из этих уравнений находим

$$G = ca(c - m\omega^2) / \left[(c - m\omega^2)^2 + (b\omega)^2 \right], \quad (32)$$

$$K = b\omega c a / \left[(c - m\omega^2)^2 + (b\omega)^2 \right]. \quad (33)$$

Следовательно

$$G \cos(\omega t) + K \sin(\omega t) = D(\cos(\omega t) \cos(\alpha) + \sin(\omega t) \sin(\alpha)) = D \cos(\omega t - \alpha),$$

т.е. как и ранее, установившиеся периодические колебания описываются равенством (23)

Амплитуда этих колебаний равна

$$D = \sqrt{G^2 + K^2} = F_0 / \sqrt{(c - m\omega^2)^2 + (b\omega)^2}.$$

Так как $\sin(\alpha) = (K/D) > 0$, то фазовый угол α лежит в первой или второй четвертях. Поэтому $\operatorname{tg}(\alpha) = K/D = b\omega / (c - m\omega^2)$ при $0 < \alpha < \pi$. Откуда

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(b\omega / (c - m\omega^2)\right) \quad \text{при } c > m\omega^2,$$

$$\alpha = \pi + \operatorname{arctg}\left(b\omega / (c - m\omega^2)\right) \quad \text{при } c < m\omega^2,$$

причем $\alpha = \pi/2$ при $c = m\omega^2$.

Численный пример. Исследуем колебания самосвала массой $m = 9,55 \cdot 10^4$ кг, с коэффициентом затухания $b = 2 \cdot 10^4$ Н·с/м, коэффициентом жесткости $c = 2,7 \cdot 10^6$ Н/м, который движется по неровной дороге, поверхность которой описывается уравнением $y = \alpha \cos(2\pi vt/l)$. В этом случае дифференциальное уравнение движения автомобиля запишем в виде

$$9,55 \cdot 10^4 \frac{d^2 x}{dt^2} + 2 \cdot 10^4 \frac{dx}{dt} + 2,7 \cdot 10^6 x = 2,7 \cdot 10^6 \cdot 0,05 \cos(5,231t).$$

При этих значениях коэффициентов получаем следующее уравнение, описывающее движение самосвала по дорожному полотну, имеющему неровности:

$$x(t) = 2,6929 \cdot 10^2 \cos \omega s(5,231t) + 16,6009 \cdot 10^2 \sin(5,231t) + e^{-0,1047t} \cdot (0,02693 \cos(3,0970t) + 0,001895 \cdot \sin(3,0970t)), \text{ м.}$$

Продифференцировав последнее уравнение по времени дважды найдем ускорение колебаний. На рис. 2 показана зависимость амплитуды вынужденных колебаний центра масс самосвала D от скорости его движения v , вычисленная по формуле (17). Из рисунка видно, что резонанс системы наступает при скорости движения $v=30,6$ км/ч.

Следовательно, на дороге с неровностями с параметрами $a = 0,05$ м и $l = 10$ м самосвал должен двигаться со скоростью, отличающейся от значения $v = 30,6$ км/ч. Зависимость смещения x центра тяжести самосвала от времени t , его скорость v и ускорение описываются сравнительно сложными функциями и будут приведены в следующей работе.

Выводы и направления дальнейших исследований. Карьерный самосвал можно рассматривать как линейную механическую систему.

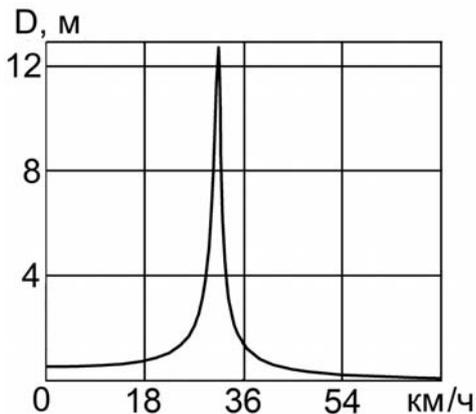


Рисунок 2. Зависимость амплитуды вынужденных колебаний самосвала D от скорости его движения v

Вследствие линейности системы и симметрии конструкции автомобиля поперечные и продольные колебания, возникающие при его движении по дорожному полотну с неровностями, можно исследовать независимо. Предложена физическая модель самосвала, представляющая собой одноосное транспортное средство. Это позволяет исследовать колебания автомобиля в целом, и отдельно его передней и задней частей, закрепленных на упругой подвеске.

- исследованы вертикальные колебания карьерных самосвалов при их движении по дорогам, имеющим суще-

ственные неровности дорожного полотна.

- найдены зависимости амплитуды вынужденных поперечных колебаний карьерного самосвала от параметров автомобиля (массы, жесткости подвески, коэффициента затухания), а также от параметров дорожного полотна (глубины и длины неровностей). Эти зависимости обеспечивают возможность решения важной практической задачи – определение критической скорости автомобиля, при которой наступает резонанс колебаний системы, и тем самым избежать этого явления.

- определены ускорения и силы, которые возникают в конструктивных элементах карьерного самосвала при его движении по дорожному полотну с неровностями. Это дает возможность определить динамические нагрузки и учесть их при проведении прочностных расчетов конструкции автомобиля.

Список источников:

1. Карьерные самосвалы БелАЗ 7555В, 7555Е и их модификации. Руководство по эксплуатации 7555В-3902015 РЭ. – Республика Беларусь. 25-2 с.

2. Рудь Ю.С., Радченко И.С., Белоножко В.Ю., Ткаченко А.С. Теория изнашивания деталей горных машин, основанная на использовании законов взаимодействия атомов в кристаллической решетке металлов Міжнародна науково-технічна конференція «Гірничо-металургійний комплекс: досягнення, проблеми та перспективи розвитку». Матеріали конференції 12-16 травня 2009 р. – Кривий Ріг, КТУ.– 2009. - С. 189-190.
3. Rud Yu.S., Radchenko I.S., Belonozko V.Yu., Tkachenko A.S. Theory of wear of details of machines, founded on the uses of lows co-operation of atoms in crystalline grates of metals Nauka i studia. – 2009. - №6(18). - P. 13-21.
4. С.П. Тимошенко. Колебания в инженерном деле. -М.: Физматгиз, 1959. С.438.
5. Ден-Гартог Дж. Механические колебания. -М.: Физматгиз, 1960.
6. Мандельштам Л.И. Лекции по колебаниям. Собр. Трудов. -М.: Издательство АН СССР, 1955.
7. Рудь Ю.С., Радченко И.С., Кузьміч С.М., Білоножко В.Ю. Теорія коливань. - Кривий Ріг: Мінерал, 2002.
8. Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля и его колебания. – М.: Машгиз, 1960.
9. Рудь Ю.С., Радченко И.С., Белоножко В.Ю., Ткаченко А.С. Теория колебаний механических систем с кинематическим возбуждением и ее применение к движению карьерных самосвалов. Восточно-европейский журнал передовых технологий.- 2010.- 2/9 (44).- С.32-38.
10. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. Том 2. - М.: Наука, 1983
11. Лурье А.И. Аналитическая механика.-М.: Наука, 1961.
12. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального уравнения. - Т. 3. - М.: Физматгиз, 1960.

Ю.С.Рудь, І.С. Радченко, В.Ю.Білоножко, А.С.Ткаченко. Дослідження поперечних коливань кар'єрного самоскида, викликаних нерівностями дорожнього полотна. Досліджені вертикальні коливання кар'єрних самоскидів при їх русі по дорогах, що мають істотні нерівності дорожнього полотна. За допомогою фізичної моделі - одноосного транспортного засобу, досліджені поперечні коливання кар'єрного самоскида, визначені швидкість і прискорення вертикальних коливань.

кар'єрні самоскиди, фізична модель, вертикальні коливання, вимушені коливання, диференціальне рівняння, нерівності дорожнього полотна

Yu. Rud, I. Radchenko, V. Belonozhko, A. Tkachenko. Researches of transversal vibrations of quarry tipper, caused burries of travelling linen. The vertical vibrations of quarry tippers are investigational at their motion on the real roads, to having substantial burries of travelling linen. By a physical model - monaxonic transport vehicle, the transversal vibrations of quarry tipper are investigational, speed and accelerations of vertical vibrations is certain.

quarry tippers, physical model, vertical vibrations, forced vibrations, differential equalization, burries of travelling linen

Стаття надійшла до редколегії 09.09.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. М.В.Кіяновський

© Ю.С.Рудь, И.С.Радченко, В.Ю.Белоножко, А.С.Ткаченко, 2010