

УДК 622.7:538.4

## **РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ПОЛОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ УСТРОЙСТВА ДЛЯ ВЫЩЕЛАЧИВАНИЯ**

Смирнов В.А., канд. техн. наук, доц.

Донецкий национальный технический университет

*В безындукционном приближении решена задача о распределении электрического поля в полом цилиндрическом канале устройства для выщелачивания. Канал конечной длины заполнен проводящей жидкостью. Уравнение Лапласа решено методом разделения переменных в виде бесконечных рядов по бесселевым, тригонометрическим и гиперболическим функциям.*

*In non-inductive approximation the task about allocation of an electric field in the tear cylindrical channel of the device for leaching is decided. The channel of final length is filled by a holding liquid. The equation of Laplace is decided by a method of a separation of variables by the way of infinite numbers on Bessel, trigonometric and hyperbolic functionses.*

### ***Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.***

Разработка прогрессивной технологии получения кварцевого концентрата повышенным содержанием SiO<sub>2</sub> (до 99,99 %) из молочно-белого кварца позволит значительно расширить сырьевую базу.

### ***Анализ исследований и публикаций.***

Технология обогащения кварцевых песков включает трехстадийную флотацию, полиградиентную магнитную сепарацию и химическую очистку. Химическую очистку осуществляют кипячением в чанах в 20 % соляной кислоте или травлением в 40 % плавиковой кислоте (без подогрева). Однако скорость технологического процесса на стадии химической очистки невелика, что отрицательно сказывается на производительности всего технологического комплекса.

### ***Постановка задачи.***

Из приведенного выше анализа вытекает следующая задача: интенсифицировать процесс химической очистки кварца, что может быть достигнуто вводом электрического тока в объем обрабатываемой пульпы.

### ***Изложение материала и результаты.***

В соответствии с поставленной задачей были выполнены следующие теоретические и экспериментальные исследования процесса

химической очистки кварца в электрическом поле.

Рассматривается задача о распределении электрического поля в полом цилиндрическом канале конечной длины, заполненном неподвижной проводящей жидкостью (рис. 1). Такой случай может быть реализован, например, при выщелачивании руд кислотами в поле электрического тока в цилиндрическом канале, смонтированном на несущем каркасе, размещенном по оси устройства.

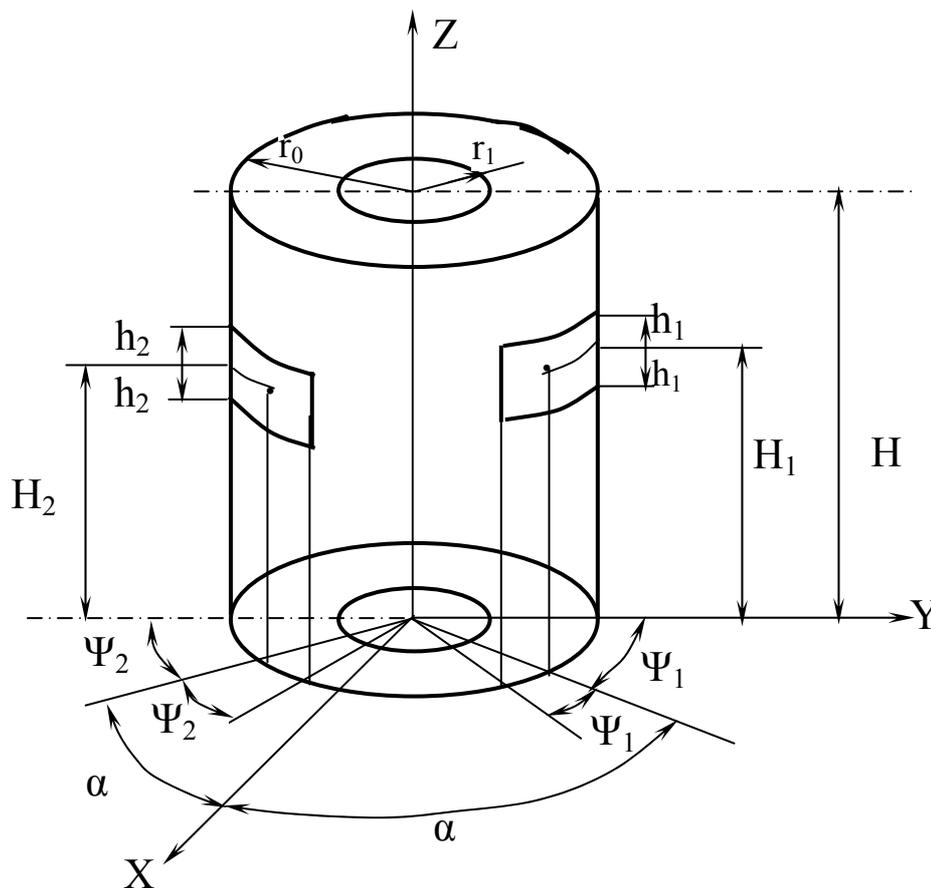


Рисунок 1 – Расчетная схема.

Стенки канала устройства неэлектропроводны, ток  $I$  вводится электродами конечных размеров, расположенными под углом  $\pm \alpha$  относительно оси  $X$ . Плотность тока в электродах однородна и постоянна.

При этих условиях составляющие электрического тока в цилиндрической системе координат будут определяться следующим образом:

$$I_r = \sigma \frac{\partial u}{\partial z} \sin \psi, \quad (1)$$

$$I_{\psi} = \sigma \frac{\partial u}{\partial z} \cos \psi, \quad (2)$$

$$I_z = -\sigma \left( \frac{\partial u}{\partial r} \sin \psi + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \psi} \cos \psi \right) \quad (3)$$

При решении задачи приняты следующие допущения:

- жидкость в канале неподвижна,
- проводимость жидкости изотропна.

При принятых допущениях потенциал электрического поля  $U(\rho, \psi, \zeta)$  в системе безразмерных координат  $\rho = r/r_0, \psi, \zeta = z/z_0$  в области  $0 \leq \rho \leq 1, 0 \leq \psi \leq 2\pi, 0 \leq \zeta \leq \zeta_0$  удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\nabla^2 U_{1,2} = 0 \quad (4)$$

при следующих граничных условиях:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad \text{при } \zeta = 0 \text{ и } \zeta = \zeta_0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \rho} = 0 \quad \text{при } \rho = \Delta, \quad (6)$$

$$\frac{\sigma}{r_0} \cdot \frac{\partial u}{\partial \rho} = \Phi, \quad (7)$$

где

$$\Phi = \begin{cases} J_1 \text{ при } \rho = 1; \alpha - \psi_1 \leq \psi \leq \alpha + \psi_1; \zeta_1 - \delta_1 \leq \zeta \leq \zeta_1 + \delta_1; & (8) \\ -J_2 \text{ при } \rho = 1; -\alpha - \psi_2 \leq \psi \leq -\alpha + \psi_2; \zeta_2 - \delta_2 \leq \zeta \leq \zeta_2 + \delta_2; & (9) \\ 0 \text{ вне электродов,} & (10) \end{cases}$$

В формулах (5)-(10) приняты обозначения:

$$\zeta_0 = H/r_0; \delta_{1,2} = h_{1,2}/r_0; \zeta_{1,2} = H_{1,2}/r_0; \Delta = r_1/r_0;$$

$$J_1 = I (4h_1 \psi_1 r_0)^{-1}; J_2 = I (4h_2 \psi_2 r_0)^{-1}$$

Решение уравнения (3) методом Фурье в цилиндрической системе координат определяется как произведение функций:

$$U = R(\rho) \cdot Q(\psi) \cdot Z(\zeta). \quad (11)$$

Общее решение уравнения с учетом принятых граничных условий (5) – (7) имеет вид:

$$\begin{aligned}
 U = & \frac{I}{\sigma\pi r_0} \left\{ \frac{1}{\zeta_0} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\rho^m (1 + \Delta^{2m})}{m(1 - \Delta^{2m})} \cdot \left[ \left( \frac{\sin m\psi_1}{m\psi_1} + \frac{\sin m\psi_2}{m\psi_2} \right) \times \sin m\alpha \cdot \sin m\psi + \right. \right. \\
 & + \left. \left( \frac{\sin m\psi_1}{m\psi_1} - \frac{\sin m\psi_2}{m\psi_2} \right) \cos m\alpha \cdot \cos m\psi \right] + \\
 & + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{I_0\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \Delta\right) \cdot K_0\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \rho\right) - K_0\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \Delta\right) \cdot I_0\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \rho\right)}{I_0\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \Delta\right) \cdot K_0\left(\frac{n\pi}{\zeta_0}\right) - K_0\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \Delta\right) \cdot I_0\left(\frac{n\pi}{\zeta_0}\right)} \times \\
 & \times \left[ \frac{\sin n\pi\delta_1 / \zeta_0}{n\pi\delta_1 / \zeta_0} \cdot \cos \frac{n\pi}{\zeta_0} \zeta_1 - \frac{\sin n\pi\delta_2 / \zeta_0}{n\pi\delta_2 / \zeta_0} \cdot \cos \frac{n\pi}{\zeta_0} \zeta_2 \right] \cdot \cos \frac{n\pi}{\zeta_0} \zeta + \\
 & + \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{I_m\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \rho\right) \cdot K_m\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \Delta\right) - I_m\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \Delta\right) \cdot K_m\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \rho\right)}{I_m\left(\frac{n\pi}{\zeta_0}\right) \cdot K_m\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \Delta\right) - I_m\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \Delta\right) \cdot K_m\left(\frac{n\pi}{\zeta_0}\right)} \times \\
 & \times \left[ \left( \frac{\sin n\pi\delta_1 / \zeta_{01}}{n\pi\delta_1 / \zeta_0} \cdot \cos \frac{n\pi}{\zeta_0} \zeta_1 + \frac{\sin n\pi\delta_2 / \zeta_0}{n\pi\delta_2 / \zeta_0} \cdot \cos \frac{n\pi}{\zeta_0} \zeta_2 \right) \cdot \sin m\alpha \cdot \sin m\psi + \right. \\
 & + \left. \left( \frac{\sin n\pi\delta_1 / \zeta_0}{n\pi\delta_1 / \zeta_0} \cdot \cos \frac{n\pi}{\zeta_0} \zeta_1 - \frac{\sin n\pi\delta_2 / \zeta_0}{n\pi\delta_2 / \zeta_0} \cdot \cos \frac{n\pi}{\zeta_0} \zeta_2 \right) \times \right. \\
 & \left. \left. \times \cos m\alpha \cdot \cos m\psi \right] \cos \frac{n\pi}{\zeta_0} \zeta \right\}
 \end{aligned} \tag{12}$$

При одинаковых размерах электродов, а также при одинаковом их расположении по высоте, т.е. при  $\psi_1 = \psi_2 = \psi_0$ ;  $\delta_1 = \delta_2 = \delta$ ;  $\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta^*$  ( $H_1 = H_2 = H^*$ ;  $h_1 = h_2 = h_0$ ;  $\delta = h_0/r_0$ ;  $\zeta^* = H^*/r_0$ ) выражение (12) для потенциала электрического поля значительно упрощается:

$$U = \frac{2I}{\sigma\pi r_0} \left[ \frac{1}{\zeta_0} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\rho^m + \rho^{-m} \Delta^{2m}}{m(1 - \Delta^{2m})} \cdot \frac{\sin m\psi_0}{m\psi_0} \cdot \sin m\alpha \cdot \sin m\psi + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{I_m\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \rho\right) \cdot K'_m\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \Delta\right) - I'_m\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \Delta\right) \cdot K_m\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \rho\right)}{I'_m\left(\frac{n\pi}{\zeta_0}\right) \cdot K'_m\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \Delta\right) - I'_m\left(\frac{n\pi}{\zeta_0} \cdot \Delta\right) \cdot K'_m\left(\frac{n\pi}{\zeta_0}\right)} \times \\
 & \times \frac{\sin m\psi_0}{m\psi_0} \cdot \frac{\sin n\pi\delta/\zeta_0}{n\pi\delta/\zeta_0} \cdot \sin m\alpha \cdot \cos \frac{n\pi}{\zeta_0} \zeta^* \cdot \sin m\psi \cdot \cos \frac{n\pi}{\zeta_0} \zeta. \quad (13)
 \end{aligned}$$

По мере увеличения размера электродов по высоте распределение потенциала электрического поля в цилиндрическом канале стремится к двумерному, т.е. независящему от высоты  $\zeta$  расположения слоя проводящей жидкости в аппарате. При высоте электродов равной высоте цилиндра распределение потенциала электрического тока зависит только от площади электродов и расстояния между ними, т.е. от  $\rho$  и  $\psi$ :

$$U = \frac{2I}{\sigma\pi r_0 \zeta_0} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\rho^m + \rho^{-m} \Delta^{2m}}{m(1 - \Delta^{2m})} \cdot \frac{\sin m\psi_0}{m\psi_0} \cdot \sin m\alpha \cdot \sin m\psi \quad (14)$$

Используя выражения (12) – (14) можно рассчитать распределение потенциала электрического поля в полем цилиндрическом канале устройства для выщелачивания при различных вариантах ввода тока.

### **Выводы и направление дальнейших исследований**

Полученные результаты позволяют сделать следующие основные выводы:

1. Определено оптимальное расположение электродов, обеспечивающее максимальную эффективность процесса за счет интенсивного перемешивания и разогрева пульпы, что, в свою очередь, приводит к увеличению скорости выщелачивания.

2. Ввод электрического тока обеспечивает равномерный и быстрый разогрев раствора, что способствует повышению его химической активности.

3. Высокая скорость и эффективность разогрева и выщелачивания в поле электрического тока позволяют сделать вывод о возможности выщелачивания кварца в потоке, что позволит создать непрерывно действующий аппарат для выщелачивания.

Список источников.

1. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. - М.: Высшая школа, 1970. - 712 с.
2. Говорков В.А. Электрические и магнитные поля. - М.: Энергия, 1968. - 488 с.

Дата поступления статьи в редакцию: 13.10.07