

УДК 538.213

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ОБОГАТИТЕЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА НА ОСНОВЕ ОРТОГОНАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ ГАММЕРШТЕЙНА

Моркун В.С., докт. техн. наук, проф., Криворожский
технический университет, Поркуян О.В., канд. физ.-мат.
наук, доц., Проказа Е.И., ассистент,

Восточноукраинский национальный университет им. В. Даля

В данной статье приводится анализ процедур ортогонализации, выбор оптимального полинома для идентификации на основе ортогональных моделей Гаммерштейна, а также оценка различных видов ортогональных функций с точки зрения минимальной погрешности и простоты расчета.

The analysis of orthogonalization procedures, selection of optimal polynomial for the identification on the basis of orthogonal Hammerstein's models and also the evaluation of different types of orthogonal functions from the point of view of minimal error and simplicity of calculation have been considered in the given article.

Проблема и ее связь с научными или практическими задачами. Большинству объектов управления на обогатительных фабриках присущи и динамические, и нелинейные свойства. При синтезе управления такими объектами значительные трудности возникают в связи с моделированием и идентификацией таких объектов. Поэтому построение простого и быстрого алгоритма идентификации объектов обогатительного производства является актуальной научной и практической задачей.

Анализ исследований и публикаций. Для идентификации нелинейного динамического процесса обогащения железной руды в работе [1] были рассмотрены ортогональные параллельные и рекурсивно-параллельные модели Гаммерштейна. При этом отмечено, что ортогонализация процедуры идентификации существенно улучшает качество результата, позволяет избежать решения систем уравнений. Однако не проведены исследования по определению оптимального ортогонального полинома для осуществления идентификации.

Постановка задачи. Целью данной работы является анализ процедур ортогонализации, выбор оптимального полинома для орто-

гональных моделей Гаммерштейна (применительно к решаемым задачам) и оценка различных видов ортогональных функций с точки зрения минимальной погрешности и простоты расчета.

Изложение материала и результаты.

Для описания модели нелинейный динамический объект с обратной связью [1] будем представлять в виде:

$$X(j\omega) = \sum_{i=0}^{\infty} {}^g H_i(j\omega) \cdot G_i(Y(j\omega)), \quad (1)$$

где $X(j\omega)$ - входное воздействие на динамический объект в частотной области; $Y(j\omega)$ - отклик исследуемого динамического объекта в частотной области; $G_i(Y(j\omega))$ - i -я ортогональная функция в частотной области; $H_i(j\omega)$ - i -й комплексный коэффициент передачи,

или в корреляционном виде:

$$R_{xg_k}(j\omega) = {}^g H_k(j\omega) \cdot R_{g_k g_k}(j\omega), \quad (2)$$

где $R_{xg_k}(j\omega)$ - Фурье-образ кросскорреляционной функции входного сигнала и отклика; $R_{g_k g_k}(j\omega)$ - Фурье-образ автокорреляционной функции отклика, вычисляются по формуле:

$$\begin{cases} R_{xg_k}(j\omega) = M\{X(j\omega) \cdot G_k(Y(-j\omega))\} \\ R_{g_k g_k}(j\omega) = M\{G_k(Y(j\omega)) \cdot G_k(Y(-j\omega))\} \end{cases} \quad (3)$$

При этом вид функций $G_i(y(j\omega))$ во всех выражениях зависит от типа полинома.

Общие свойства ортогональных функций охарактеризованы в [2]. Будем использовать для аппроксимации исследуемых объектов классические полиномы Лежандра, Чебышева, Лагерра и Эрмитта.

Полиномы Лежандра $G_k(x)$ ортогональны на интервале $[-1, +1]$ с весом $s(x) = 1$. Будем использовать для идентификации первые четыре полинома Лежандра:

$$\begin{aligned} G_0(x) &= x^0 = 1, \\ G_1(x) &= x^1, \\ G_2(x) &= (1/2)(3x^2 - 1), \\ G_3(x) &= (1/2)(5x^3 - 3x^1). \end{aligned} \quad (4)$$

Полиномы Чебышева $T_k(x)$ ортогональны с весом $s(x) = 1/(1-x^2)^{1/2}$ на интервале $[-1,+1]$. Первые несколько полиномов Чебышева приведены ниже:

$$\begin{aligned} T_0(x) &= x^0 = 1, \\ T_1(x) &= x^1, \\ T_2(x) &= 2x^2 - 1, \\ T_3(x) &= 4x^3 - 3x^1. \end{aligned} \tag{5}$$

Полиномы Лагерра $L_k(x)$ ортогональны с весом $s(x) = \exp(-x)$ на интервале $[0, \infty]$. Будем использовать для идентификации следующие полиномы Лагерра:

$$\begin{aligned} L_0(x) &= x^0 = 1, \\ L_1(x) &= -x^1 + 1, \\ L_2(x) &= x^2 - 4x^1 + 2, \\ L_3(x) &= -x^3 + 9x^2 - 18x^1 + 6. \end{aligned} \tag{6}$$

Полиномы Эрмита $H_k(x)$ ортогональны с весом $s(x) = \exp(-x^2)$ на интервале $[-\infty, +\infty]$. Первые несколько полиномов Эрмита имеют следующий вид:

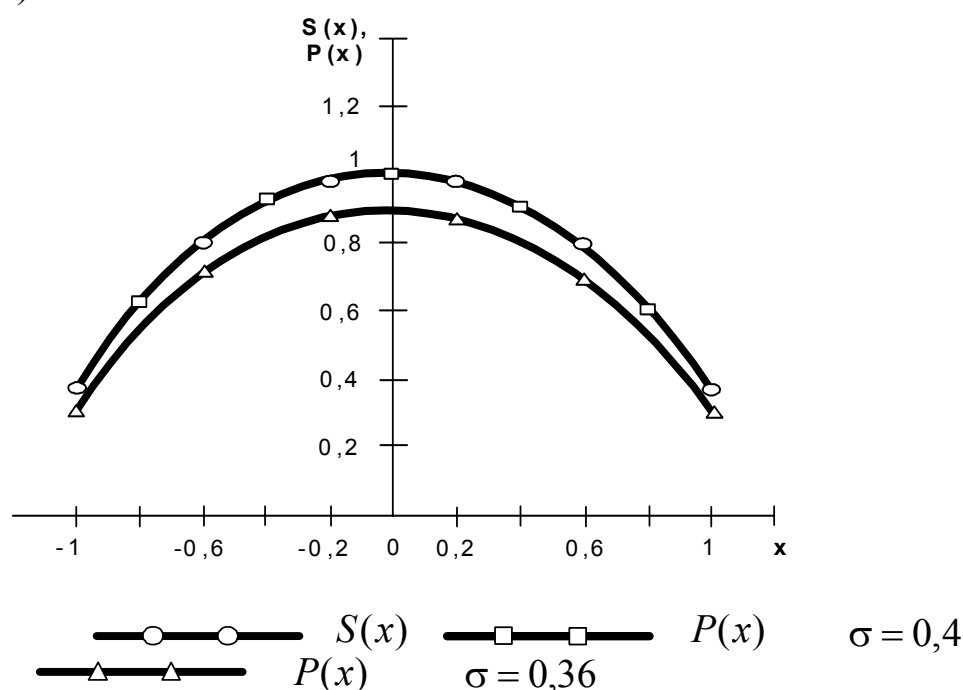
$$\begin{aligned} H_0(x) &= x^0 = 1, \\ H_1(x) &= 2x^1, \\ H_2(x) &= 4x^2 - 2, \\ H_3(x) &= 8x^3 - 12x^1. \end{aligned} \tag{7}$$

В работе [3] показано, что оптимальной будет являться система ортогональных базисных функций, для которой интервал ортогональности совпадает с динамическим диапазоном изменения входного сигнала, а весовая функция совпадает с плотностью распределения значений входного сигнала. В этом случае процедура ортогонализации существенно упрощается. Для того чтобы определить какие ортогональные функции оптимальны для процессов магнитного обогащения, был проделан сравнительный анализ весовых функций ортогональных полиномов и плотностей распределения значений входных переменных процессов обогащения.

Известно, что большинство входных переменных процессов обогащения железных руд характеризуется нормальным законом распределения:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x - M(x))^2}{2\sigma^2}\right).$$

Как следует из вышеприведенных данных для ортогональных функций, ни один из классических ортогональных полиномов не имеет весовой функции такого вида. Поэтому целью исследования было отыскание минимума разности $|s(x) - p(x)|$ с учетом интервала ортогональности функций. Наилучший результат соответствует полиному Эрмита (рис. 1).



Для более наглядного сопоставления графиков был осуществлен переход в систему координат $\hat{x} = \frac{x}{\sqrt{2\sigma}}$, в этом случае функции Эрмита практически полностью соответствуют плотности распределения. Кроме того, диапазон ортогональности функций Эрмита $[-\infty, +\infty]$ позволяет использовать их для любых диапазонов переменных, распределенных нормально. Результаты сравнения для остальных ортогональных функций демонстрируют лишь возможность их ограниченного использования: при плотности распределения близкой к равномерному закону – полиномы Лежандра, при больших дисперсиях входных переменных – полиномы Лагерра.

Как было указано выше, использование оптимальных полиномов упрощает процедуру, но не гарантирует минимум погрешности при идентификации. Поэтому сравним погрешности расчетов при использовании различных полиномов.

В качестве входной переменной выберем такую величину, диапазоны задания которой позволяли бы использовать любой полином. Такой величиной является, например, содержание контрольного класса крупности (-0,074 мм) в пульпе слива классификатора. Эта переменная представляет собой долю, т.е. теоретически может изменяться в пределах от 0 до 1, что для всех рассматриваемых полиномов входит в интервал ортогональности, но не совпадает с ним. Поэтому в расчетах необходимо осуществить линейное преобразование исходной системы координат вида $\hat{x} = (ax + b)$ с тем, чтобы привести в соответствие интервал ортогональности и интервал возможных значений входной переменной. На заключительном этапе необходимо осуществить возврат в исходную систему координат. В качестве выходной переменной будем рассматривать содержание железа в твердой фазе промпродукта.

Алгоритм для исследования ортогональной модели идентификации можно представить следующим образом:

1. Используя имитационное моделирование, для исследуемого объекта формируем две выборки случайных значений входных переменных и соответствующих им выходных величин. (Или используем подходящие экспериментальные статистические данные.)

2. По полученным данным для каждой выборки определяем первые n полиномов каждого исследуемого вида. Все полиномы будут использованы в рекурсивных моделях, поэтому определяются как функции выходной величины: полиномы Лежандра $G_n(y)$ в соответствии с (4), полиномы Чебышева $T_n(y)$ в соответствии с (5), полиномы Лагерра $L_n(y)$ в соответствии с (6), полиномы Эрмита $H_n(y)$ в соответствии с (7).

3. Для каждой из двух выборок в соответствии с (3) определяем Фурье-образ автокорреляционной функции отклика $R_{g_k g_k}(j\omega)$ и Фурье-образ кросскорреляционной функции $R_{x g_k}(j\omega)$ входного сигнала и отклика, учитывая, что G_k равно соответственно $G_n(y)$, или $T_n(y)$, или $L_n(y)$, или $H_n(y)$.

4. Определяем искомый комплексный коэффициент передачи $H(j\omega)$ из (2) как отношение Фурье - образов этих корреляционных функций.

5. Сравниваем результаты расчета коэффициентов передачи для двух выборок и определяем относительную погрешность ε .

Результаты расчетов приведены на рис. 2.

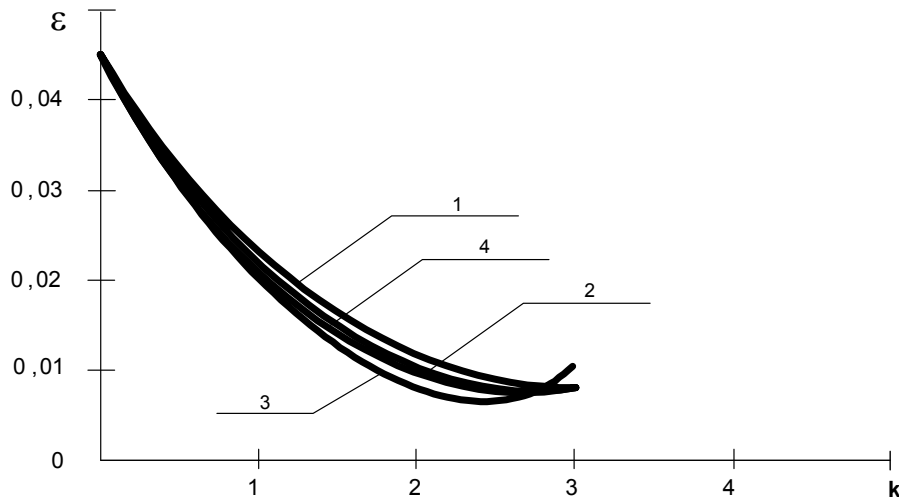


Рисунок 2 - Погрешность идентификации для различных типов ортогональных полиномов:

1 - Чебышева, 2 - Лежандра, 3 - Лагерра, 4 - Эрмита.

Выводы и направление дальнейших исследований.

Таким образом, наиболее высокая точность идентификации обеспечивается при использовании полинома Лагерра. Но полином применим только в узком диапазоне входных переменных. Поэтому для идентификации большинства объектов технологических процессов обогащения железных руд оптимальным будет полином Эрмита: погрешности при его использовании несущественно отличаются от погрешностей для полинома Лагерра, а диапазон применения, обусловленный видом весовой функции, очень широк.

Список источников.

1. Поркуян О.В. Идентификация объектов управления на основе моделей Гаммерштейна применительно к процессам магнитного обогащения. - Вісник КТУ.- Кривой Рог: КТУ. - 2007. - №.19 - С. 223-229.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров.- М.: Наука.-1978.- 831с.
3. Сверкунов Ю.Д. Идентификация и контроль качества нелинейных элементов радиоэлектронных систем (спектральные методы). М.: Энергия, 1975. – 97 с.

Дата поступления статьи в редакцию: 05.11.07