УДК 681.3.06

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ В OPENOFFICE.ORG CALC

А. Хохлова, *студентка электротехнического факультета*
Т. В. Кучер, *ассистент кафедры ВМиП*
Донецкий национальный технический университет

В работе рассматривается решение оптимизационных задач в электронных таблицах OpenOffice.org Calc.

У роботі розглядається рішення оптимізаційних задач в електронних таблицях OpenOffice.org Calc.

The solution of optimization tasks in the spreadsheets of OpenOffice.org Calc is considered.

Задачей оптимизации в математике называется задача о нахождении минимума или максимума вещественной функции в некоторой области.

Для решения задач оптимизации в OpenOffice.org Calc применяется модуль оптимизации *Сервис → Поиск решения*. Стандартный блок *Поиск Решения* в OpenOffice.org Calc последней версии (версия OpenOffice.org 3.4.1) позволяет решать задачи линейной и нелинейной оптимизации. Если на компьютере установлена более ранняя версия программы, то для решения задач нелинейной оптимизации нужно установить расширение scsolver.uno.oxt [4]. Для установки этого расширения необходимо выполнить команду *Сервис→ Управление расширениями...*, щелкнуть по кнопке *Добавить* и выбрать файл расширения scsolver.uno.oxt [4]. Нажатие на кнопку *Открыть* приведет к автоматической установке расширения. Затем нужно перезапустить OpenOffice.org Calc. При решении конкретной задачи с помощью кнопки *Параметры* можно выбирать способ оптимизации – линейный или нелинейный.

Рассмотрим решение основных задач оптимизации в электронных таблицах OpenOffice.org Calc.

Нахождение экстремума функции одной переменной.

Пусть задана непрерывная функция $Y=-2x^3+0,25x^2+47,5x$. Требуется найти ее максимальное значение. Для решения задачи построим график (рис.1), из которого видно приближенное значение максимума –при $x\approx 2,5)$. Введем в ячейку **A24** это приближенное значение. В ячейку **B24** необходимо ввести формулу, определяющую заданную функцию **=2*A24^3+0,25*A24^2+47,5*A24**. Затем выполним команду *Сервис➢Поиск решения*. В открывшемся окне в поле *Целевая ячейка* нужно указать адрес ячейки, содержащей формулу (это ячейка **B24**), установить переключатель *Максимум*, в поле *Путем изменения ячеек* ввести адрес ячейки, содержащей *x* – это ячейка **A24**. Так как функция *Y(x)* является нелинейной, то следует в открывшемся окне с помощью кнопки *Параметры* выбрать модуль нелинейной оптимизации. После выполнения команды по щелчку по кнопке *Решить* в ячейке **A24** будет определено значение переменной *x*, при котором функция принимает максимальное значение, в ячейке **B24** отобразится максимум функции.

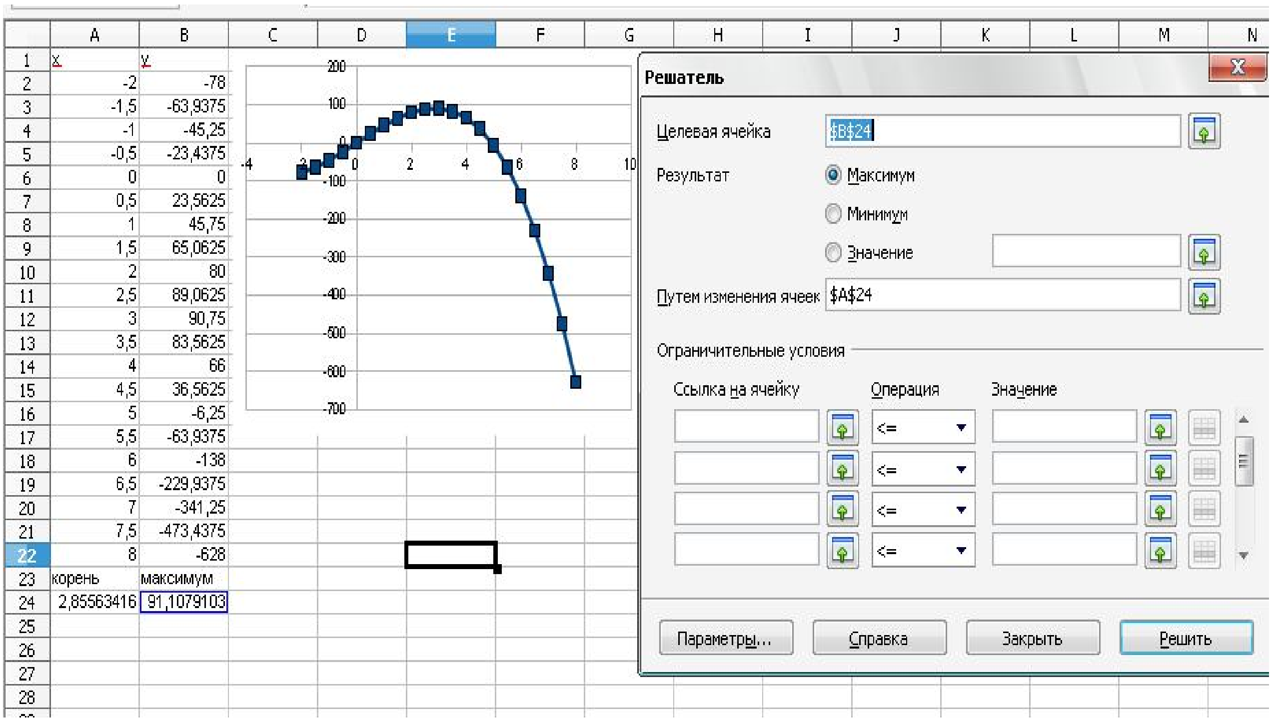

Рисунок 1

Решение систем нелинейных уравнений.

Рассмотрим, как можно решить систему уравнений:

$$\begin{cases} -\cos(x+0{,}5)+y=1 \\ y=\sin(x)+2x \end{cases}$$

Для решения системы уравнений ее нужно привести к следующему виду:

$$\begin{cases} F_1(x_1,x_2,\dots x_n)=0, \\ F_2(x_1,x_2,\dots x_n)=0, \\ \dots \\ F_n(x_1,x_2,\dots x_n)=0 \end{cases}$$

Для решения такой системы уравнений необходимо решить следующую задачу – найти минимум функции $\Phi=\sum F_i^2(x_i) \to min$.

Рассмотрим решение заданной системы уравнений. Оба уравнения системы заданы неявно. Необходимо разрешить заданные уравнения относительно переменной *y*. Вначале построим графики двух функций *y(x)* и убедимся, что они имеют точку пересечения (рис. 2). Затем в ячейки **E3** и **E4** введем приближенные значения *x* и *y*, которые найдем из графика. В ячейку **G2** введем формулу из первого уравнения системы

=COS(E2+0,5)-E3+1,

а в ячейку **G3** введем формулу из второго уравнения системы

=E3-SIN(E2)-2*E2.

В ячейку **G4** введем формулу для расчета функции *Ф*

=G2^2+G3^2.

Затем выполним команду *Сервис*➢*Поиск решения*. В открывшемся окне (рис. 2) в поле *Целевая ячейка* указываем адрес ячейки, содержащей формулу суммы (это ячейка **G4**), установим переключатель *Минимум*, в поле *Путем изменения ячеек* нужно ввести адреса ячеек, содержащей *x* и *y* – это ячейки **E2** и **E3**. После выполнения команды *Решить* в ячейках **E2** и **E3** будет выведено решение системы уравнений.

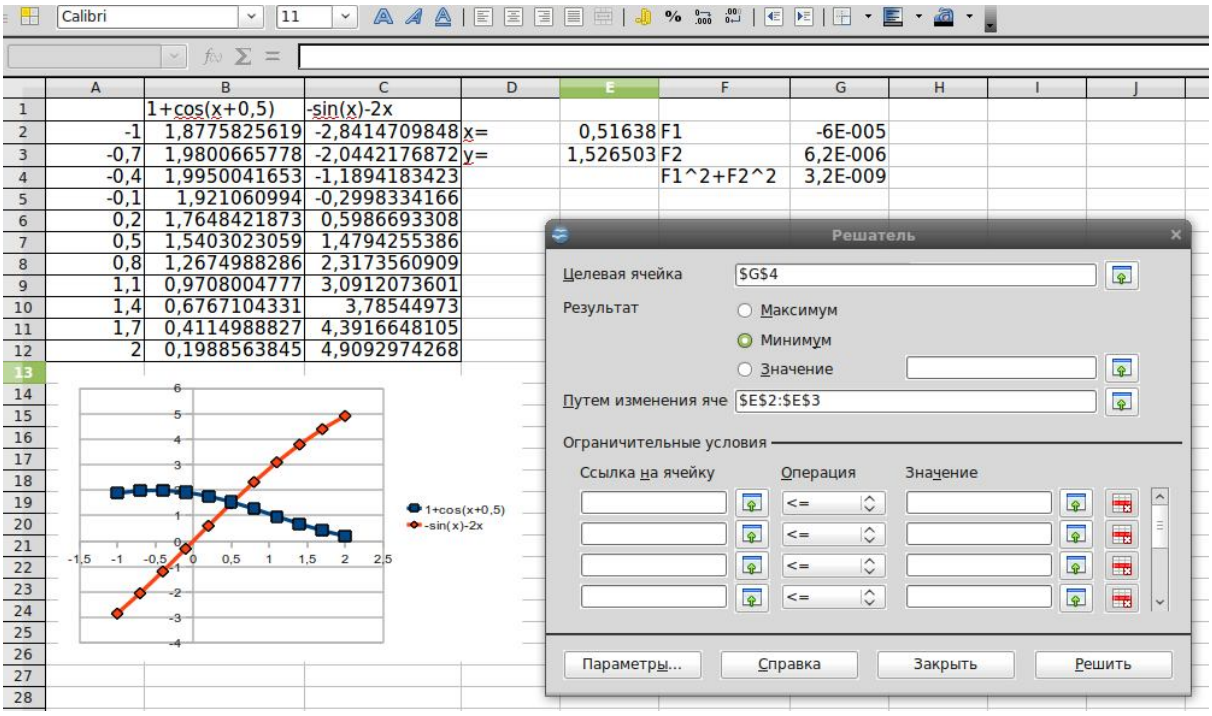

Рисунок 2

Решение задач линейного программирования

Так же с помощью команды *Поиск Решения* можно решать задачи линейного программирования. К этому классу задач можно отнести задачи определения максимальной прибыли, минимальной себестоимости, оптимального рациона и т.п.

Рассмотрим задачу определения максимальной прибыли предприятия. Предприятие выпускает четыре вида товара A, B, C, D. На изготовление одной единицы каждого вида товара расходуется 3 материала (рис. 3) и электроэнергия, при этом запас ресурсов ограничен. Прибыль от производства одной единицы товара составляет соответственно: товара A – 10 грн, товара B – 12 грн, товара C – 6 грн, товара D – 7,5 грн. Необходимо найти оптимальный план производства, обеспечивающий максимальную прибыль.

На рабочий лист введем исходные данные в виде таблицы (рис. 3). Отведем место под хранение искомых переменных:

в ячейке **B10** будет хранится количество товара вида A, в ячейке **B11** – вида B,

в ячейке **B12** – вида C,

в ячейке **B13** – вида D.

Составим функцию цели (прибыль предприятия):

$$F = \sum_{i=1}^{N} P_i \cdot X_i$$

где P_i – прибыль от одной единицы i-го вида, X_i – количество единиц i-го вида.

Введем функцию цели в ячейку **D10**:

=B7*B10+C7*B11+D7*B12+E7*B13

В нашей задаче имеются ограничения по ресурсам. Ограничение на использование j-го ресурса можно записать:

$$O_j = \sum_{i=1}^{N} R_{ij} \cdot X_i , \qquad O_j \le Z_j$$

где

R_{ij} – норма использования j-го ресурса на 1 единицу i-го вида,

Z_j – запас j-го ресурса.

Левые части формул ограничений (суммы) введем в диапазон ячеек **D11:D14**:

=B3*B10+C3*B11+D3*B12+E3*B13 (ограничение по электроэнергии)

=B4*B10+C4*B11+D4*B12+E4*B13 (ограничение по материалу 1)

=B5*B10+C5*B11+D5*B12+E5*B13 (ограничение по материалу 2)

=B6*B10+C6*B11+D6*B12+E6*B13 (ограничение по материалу 3)

Затем вызовем команду *Сервис➢Поиск решения*. В открывшемся окне (рис. 3) в поле *Целевая ячейка* указываем адрес ячейки, содержащей формулу расчета прибыли (это ячейка **D10**), установим переключатель *Максимум*, в поле *Путем изменения ячеек* вводим адреса ячеек, содержащей X_i – это ячейки **B10:B13**. В области *Ограничительные условия* необходимо задать ссылки на ячейки левых границ ограничений, выбрать условие для ограничения и задать ссылки для правых границ. Если предполагается, что товар измеряется в штуках (стол, пальто и т.п.), то добавляется еще одно ограничение – все значения x_i это целые числа. После выполнения команды в ячейках **B10:B13** будет выведено решение задачи.

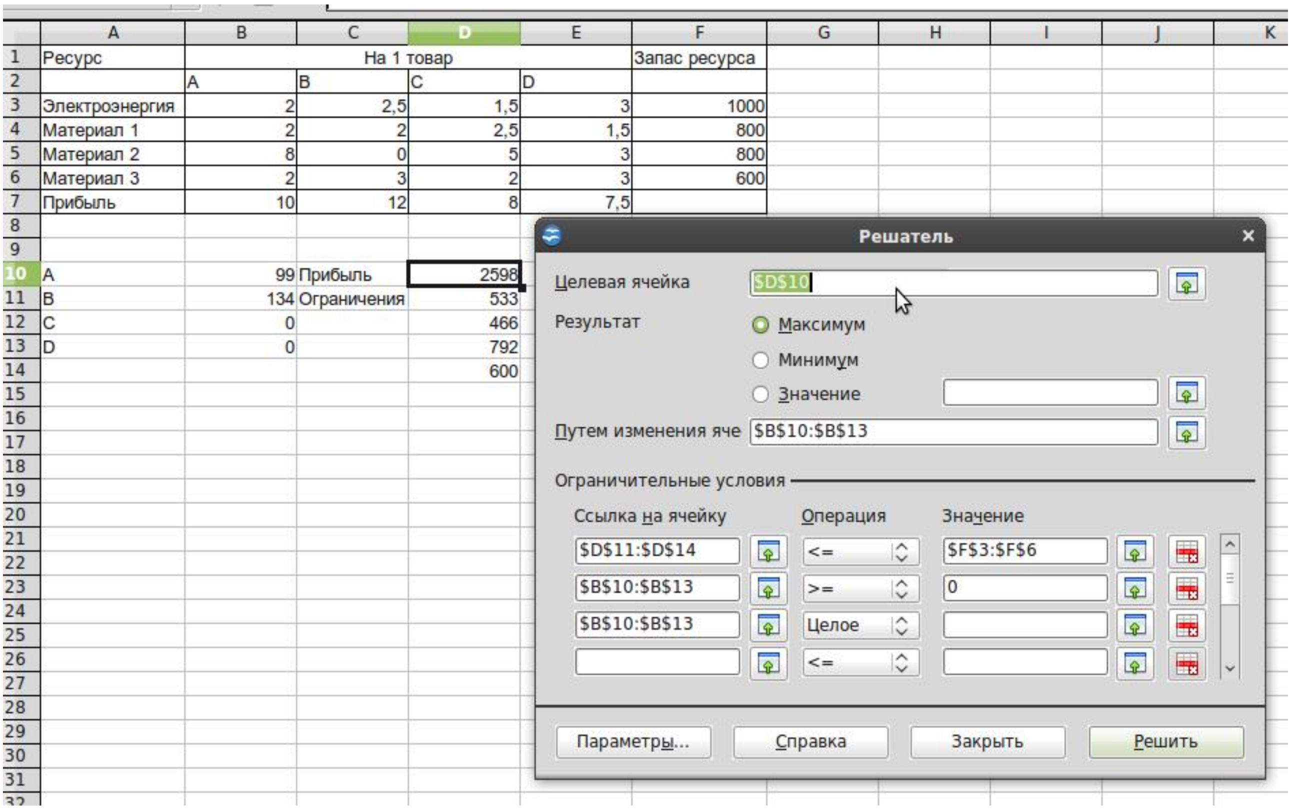

Рисунок 3

Аппроксимация экспериментальных данных.

Одной из распространенных задач в науке, технике, экономике является аппроксимация экспериментальных данных, алгебраических данных аналитическими выражениями.

Рассмотрим следующую математическую задачу. В результате эксперимента получена зависимость (табл. 1) силы тока от нагрузки *I(B)*.

Таблица 1

B	1,40	1,20	1	0,9	0,8	0,7	0,5	0,4	0,2
I	11,30	11,25	11,1	10,99	10,5	10,1	9,5	9	7,5

С помощью метода наименьших квадратов подберем зависимость вида $Y=a\cdot ln(x)+b$. Идея метода наименьших квадратов заключается в том, что функцию $Y= f(x,\ a_0\ a_1,\ ...,\ a_k)$ необходимо подобрать таким образом, чтобы сумма квадратов отклонений измеренных значений y_i от расчетных Y_i была наименьшей:

$$S = \sum_{i=1}^{N} \left(y_i - f(x_i, a_0, a_1, ... a_k)\right) -> \min$$

Рассмотрим процесс решения этой задачи в OpenOffice.org Calc. Введем табличную зависимость в рабочий лист (ячейки **A1:J2**) и построим график функции (рис. 4).

Пусть значения коэффициентов *a* и *b* хранятся в ячейках **B14** и **B15**. Эти ячейки можно вначале оставить пустыми, в этом случае в ячейках будет учитываться в первоначальных расчетах значение 0. Для расчета ожидаемых значений в определенных точках введем эти значения в ячейки **B23:J23**. В ячейку **B23** введем формулу подбираемой аппроксимирующей зависимости **=$B14*LN(B1)+$B15** и скопируем ее в ячейки **C23:J23** (замечание– так как функция логарифм определена только для положительного аргумента, то в качестве начального приближения коэффициента *b* лучше взять положительное число). В ячейку **B24** введем формулу, вычисляющую квадрат разности между экспериментальными и расчетными точками: **B24 = (B23-B2)^2**, и продублируем ее в диапазон **C24:J24**. В ячейке **B25** определим суммарную квадратичную ошибку. Для этого введем формулу: **B25=СУММ(B24:J24).**

Теперь нужно с помощью решающего блока *Сервис➢Поиск решения* решить задачу оптимизации без ограничений (рис. 4).

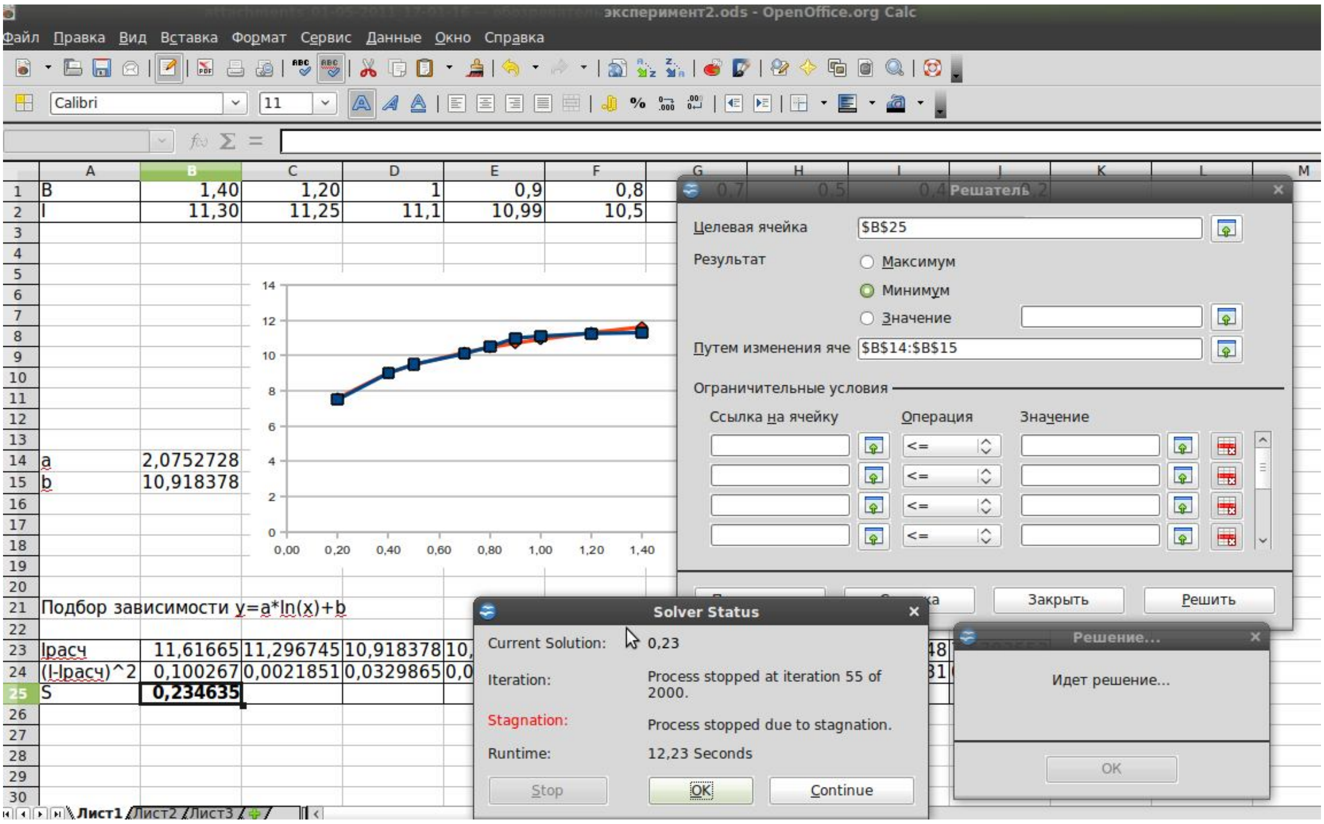

Рисунок 4

В работе было рассмотрено решение некоторых оптимизационных задач. Ручное решение этих задач требует знания определенных математических методов и в большинстве случаев связано с трудоемкими расчетами. Электронные таблицы OpenOffice.org Calc являются хорошим помощником для решения задач этого класса.

Литература:

1. Хахаев И. А., Машков В. В., Губкина Г. Е. и др. OpenOffice.org. Теория и практика. (+CD). — ALT Linux; Бином. Лаборатория знаний, 2008. — 318 с.

2. Ru.OpenOffice.org, - URL http://ru.openoffice.org/, (дата обращения: 01.04.2011).

3. Свободные офисные программы, - URL http://teacher.ucoz.net/index/Lection/OpenOffice/, (дата обращения: 01.04.2011).

4. Calc Optimization Solver. URL http://kohei.us/ooo/solver, (дата обращения: 12.05.2011).