

УДК 622.821

**А. Н. Ткачук**, ст. препод., зам. директора по производству  
УкрНИИВЭ, **В. А. Шевкуненко**

Донецкий национальный технический университет

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗРЫВА ГОРЮЧЕЙ СМЕСИ ВНУТРИ ВЗРЫВОНЕПРОНИЦАЕМОЙ ОБОЛОЧКИ**

*Произведены анализ и разработка математической модели взрыва горючей смеси внутри взрывонепроницаемой оболочки, с учётом механизма процесса воспламенения.*

**математическая модель, оболочка, взрывозащита, воспламенение, взрыв, взрывная волна**

### ***Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.***

Экспериментальные и теоретические исследования воспламеняющей способности электрических разрядов представляют большой практический интерес для нахождения критериев безопасности, при проведении многих технологических процессов в угольной, нефтеперерабатывающей, газовой, химической и других отраслях промышленности, для разработки искробезопасных систем и их использования в различных производственных процессах.

В атмосфере производственных помещений нефтеперерабатывающей, газовой и химической промышленности содержится большое количество газов и паров жидкостей, которые при определенных условиях могут образовывать горючие смеси с воздухом. Даже в атмосфере угольных шахт, где до последнего времени основным взрывоопасным газом считался метан, отмечено наличие других представителей его гомологического ряда. Такое многообразие горючих смесей затрудняет разработку взрывобезопасных систем и их унификации. В настоящее время все горючие смеси классифицированы по их способности к воспламенению от электрических разрядов.

Электрический разряд считается безопасным, если, возникнув в электрической цепи при нормальном или аварийном её состоянии, он не может явиться источником воспламенения горючей смеси, в среде которой электрическая аппаратура должна эксплуатироваться. В случае если данное условие не выполняется, то наиболее распространённым видом взрывозащиты является «взрывонепроницаемая оболочка» или защита вида «d» /1/. Принцип действия данного вида взрыво-

защиты заключается в локализации взрыва внутри оболочки и недопущении его проникновения в окружающую среду. При этом, анализ конструкций оборудования с видом взрывозащиты вида «d» показал, что взрывонепроницаемые оболочки имеют, как правило, цилиндрическую форму, что вызвано, очевидно, желанием обеспечить равномерное распределение давления взрыва на стенки оболочки. Однако данная форма оболочки существенно снижает эффективность её заполнения и увеличивает размеры и массу всего изделия. Очевидно, что данных недостатков будет лишена оболочка прямоугольной формы.

Сложность процессов, имеющих место при воспламенении горючих смесей, в большей степени затрудняет расчёт основных параметров взрывозащищённых оболочек вида d, а также параметров характеризующих воспламеняющую способность электрических разрядов. Поэтому для изучения возможности её применения требуются дополнительные исследования. В частности, в данной работе для изучения этого вопроса построена математическая модель взрыва горючей смеси внутри взрывонепроницаемой оболочки. В настоящее время при расчётах оболочек используются данные о давлении взрыва, полученные опытным путем.

#### ***Анализ исследований и публикаций.***

Анализ литературных данных по воспламенению горючих смесей электрическими разрядами показывает, что в литературе существуют, по сути дела, две теории воспламенения: электрическая и тепловая.

Хотя электрические и тепловые явления в искровом разряде совместно влияют на процесс воспламенения горючей смеси, но преобладающая роль в тепловых теориях отводится тепловому эффекту искры, так как до настоящего времени точно не выяснено, какую роль в воспламенении играют электрические характеристики искрового разряда, в частности создаваемая ионизация, и следовательно, повышенная в зоне разряда концентрация радикалов.

Электрическая или так называемая активационная теория воспламенения предполагает специфическую способность электрического разряда к прямой химической активации, значительно превосходящей по эффективности термическую активацию. Считается, что в зоне искрового разряда в большом количестве образуются активные частицы типа свободных атомов и радикалов, диффундирующие в горючую смесь и инициирующие цепную реакцию горения, которая,

раз начавшись, распространяется сама собой. Согласно этой теории условия воспламенения смеси будут зависеть от концентрации активных частиц, уходящих из области искрового разряда. За критерий воспламенения принимается скорость реакции, которая считается зависящей от величины разрядного тока. Согласно же тепловой теории, для воспламенения горючей смеси необходимо нагреть некоторый минимальный объем (величина которого определяется свойствами данной горючей смеси) до температуры, при которой возникает фронт пламени, способный к самопроизвольному распространению. Свойства последнего, должны быть воспроизведены в начальном ядре пламени. Мерой воспламеняющей способности различных источников тепловой энергии по этой теории может служить либо объем газа, нагреваемый за данное время до температуры горения, либо время, необходимое для нагрева до этой температуры определённого минимального объема газа. Эти величины определяются решением уравнения теплопроводности Фурье при отсутствии постоянно действующих источников тепла /2/:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{dx^2} + \frac{\partial^2 T}{dy^2} + \frac{\partial^2 T}{dz^2} \right) \quad (1)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплопроводности  
 $\tau$  – время.

Различными исследователями /5, 3, 4/ было установлено, что в любых экспериментальных устройствах для воспламенения горючей смеси от теплового источника (в нашем случае от искрового разряда) необходимо выделение определённого минимального количества энергии, т.е. было установлено наличие относительного постоянства воспламеняющей энергии на границе воспламенения.

Льюисом и Эльбе /3/, впервые была предпринята попытка теоретически рассчитать величину минимальной энергии воспламенения. Согласно теории Льюиса и Эльбе, именно эта избыточная энергия и соответствует минимальной энергии воспламенения. На основании этого для образования ядра пламени критического диаметра, способного к самопроизвольному распространению, необходимо создания в нем за счёт энергии искрового разряда, определённого избытка энтальпии по сравнению с полной энтальпией свежего или сгоревшего газа. Для минимальной энергии воспламенения получено следующее соотношение:

$$W = K\lambda_0 \frac{r_u - T_n}{v_n},$$

где  $W$ -минимальная энергия воспламенения, Дж;  $K=\pi d^2$  ( $d$  – критический диаметр ядра пламени – гасящее расстояние между электродами), м;  $\lambda_0$  – коэффициент теплопроводности горючей смеси при начальной температуре  $T_n$ , Вт/(м·К);  $T_r$  – температура горения горючей смеси, К;  $v_n$ - максимальная нормальная скорость распространения пламени, м/с.

Дальнейшие исследования в этой области, показали, что представления об «избыточной энтропии» в зоне подогрева перед фронтом пламени является ошибочным. В действительности в зоне подогрева наряду с поступлением тепла из зоны реакции одновременно происходит диффузионный отвод горючего в зону горения, так что суммарная внутренняя энергия смеси в зоне подогрева остается постоянной или даже имеет слабый минимум. В тепловой модели искровой разряд заменяется точечным мгновенно действующим тепловым источником, который в момент времени  $\tau=0$  выделяет некоторое количество тепла  $Q$  джоулей.

### ***Постановка задачи.***

Анализ тепловых теорий показал, что различие моделей воспламенения заключается в различной трактовке условий возникновения взрыва. Существуют три направления.

1. Критический диаметр ядра воспламенения, принимается пропорциональным ширине зоны пламени.
2. Объемная скорость тепловыделения в ядре принимается равной этой величине во фронте пламени.
3. Предполагается наличие избытка энтропии в ядре воспламенения по сравнению с полной энтропией свежего газа.

Электрическая теория воспламенения говорит, что необходимо создание такой ионизации газа в разрядном промежутке, чтобы обеспечить протекание возможно большего тока по искровому каналу. При этом, существуют экспериментальные данные, свидетельствующие об определенном снижении температуры в зоне взрыва, что на первый взгляд противоречит тепловой теории.

*Задачей данной работы* является построение математической модели учитывающей выявленные противоречия.

### ***Изложение материала и результаты.***

Для построения математической модели взрыв целесообразно разбить на 3 этапа:

1 этап - инициализация взрыва

Мгновенное выделение энергии от точечного источника. Источником может служить:

а) искра от электрического разряда.

б) химическая реакция в газовой смеси, начавшаяся в результате наличия катализатора.

При этом, количества энергии, выделяемого источником должно хватить, для увеличения скорости движения молекул (температуры смеси) до уровня, достаточного для начала химической реакции. Скорость химической реакции зависит от концентрации реагирующих элементов /2/. Если концентрации достаточно, то скорость химической реакции может быть настолько высока, что реакция протекает в виде взрыва.

Происходит резкое увеличение объема газа, что объясняет снижение температуры, выявленное при экспериментах.

2 этап - движение взрывной волны.

Возникновение сферической волны, образованной реагирующими с выделением тепла молекулами газовой смеси.

Фронт волны движется от источника, выполняя роль поршня, сжимающего газ перед собой. Энергия химической реакции в волне расходуется на выполнение работы по сжатию газа в оболочке и на сообщение кинетической энергии молекулам газа перед фронтом волны.

$$E_{хим} = p_2(V_1 - V_2) + \frac{mv^2}{2}$$

где  $p_2$  - давление газа после взрыва;  $V_1$  - объем оболочки;  $V_2$  - объем смеси после сжатия;  $v$  - скорость движения волны;

На втором этапе взрыва газ внутри оболочки можно считать идеальным, удовлетворяющим уравнению состояния:

$$p = R \cdot \rho \cdot T$$

где  $p_2$  - давление;  $\rho$  - плотность;  $R$  - удельная газовая постоянная;  $T$  - абсолютная температура.

Процесс уменьшения температуры описывается уравнением (1) в полярных координатах примет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (2)$$

где  $r$  - расстояние от центра сферы.

Т.е. избыток тепла между теплом, вошедшим через внутреннюю часть сферы и вышедшим через внешнюю поверхность элементарного концентрического слоя, равен теплу, накопленному в элементе рис. 1

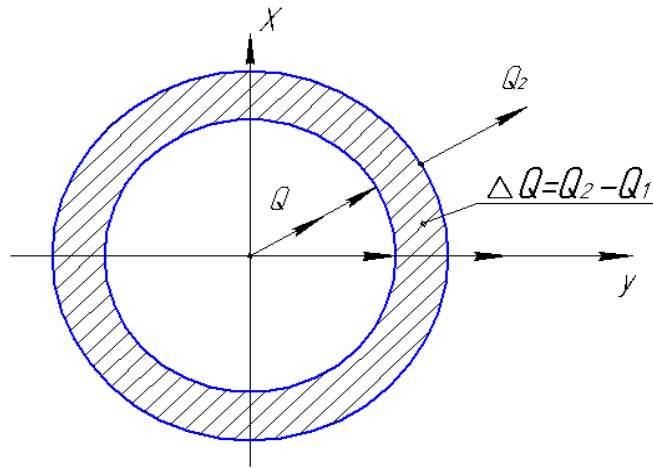


Рис.1. Процесс распределения тепла.

При граничных условиях  $T = T_0; \quad dT/dr = 0$

Решение уравнения (2) имеет вид:

$$T = T_n + \frac{Q(r)}{C_p \rho (4\pi \cdot d\tau)^{3/2}} e^{-\frac{r^2}{4a\tau}} \quad (3)$$

где  $T$  - температура источника;

$T_n$  - начальная температура газовой смеси;  $\rho$  - плотность смеси;

$C_p$  - теплоёмкость смеси;  $Q$  - количество тепла:

$$Q(r) = 4\pi C_p \rho \int_0^{\infty} (T - T_n) r^2 dr$$

Если смесь горючая, то процесс охлаждения замедляется вследствие выделения дополнительного тепла за счёт развития химической реакции. Когда температура упадёт до  $T_2$  - температура горения смеси, дальнейшее понижение температуры прекратится из-за компенсации тепла, отводимого в окружающие слои смеси, теплом, выделяющимся при сгорании. Т.е. создаётся сферический фронт пламени, ко-

торый состоит из зоны предварительного разогрева  $\delta_{пл}$  и зоны химической реакции (рис. 2).

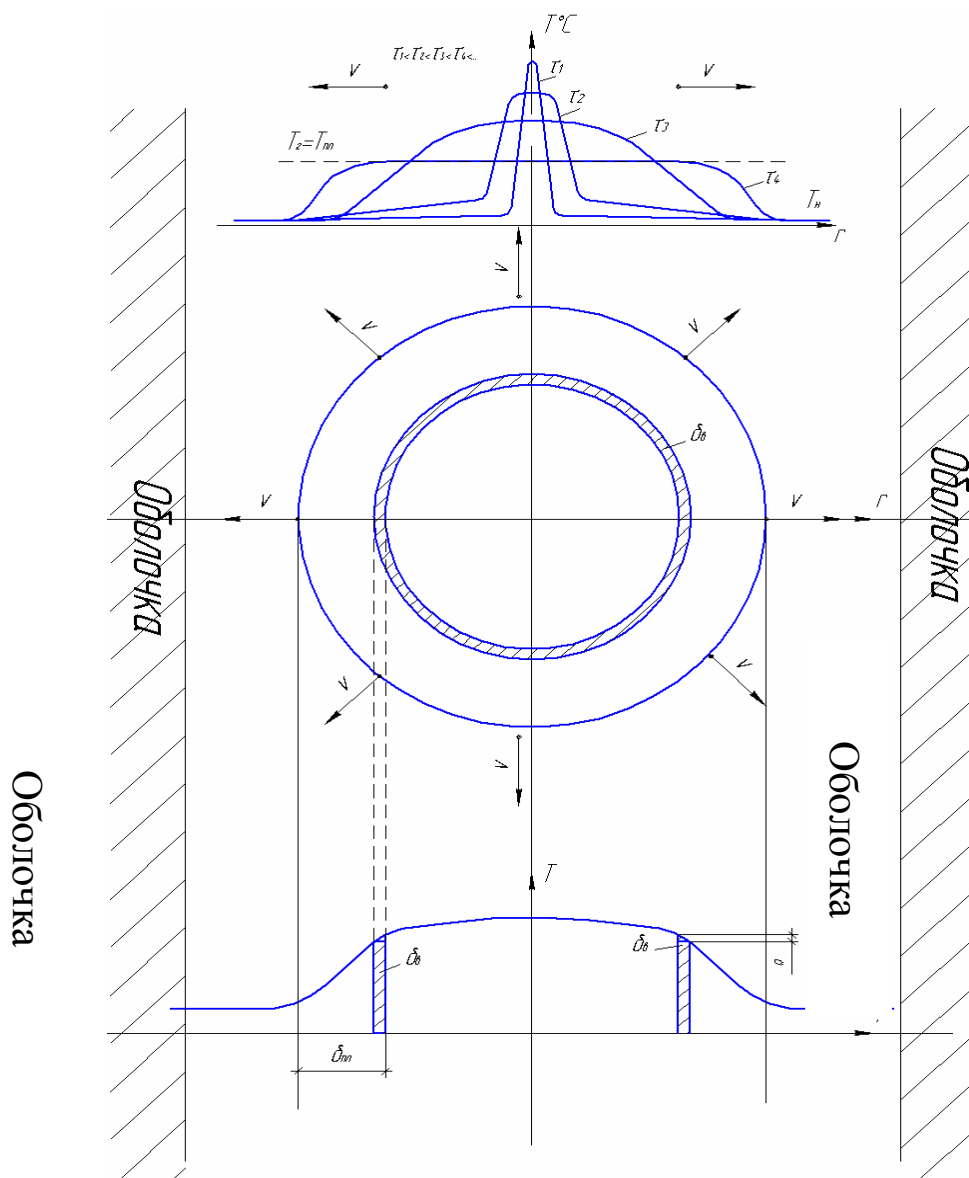


Рис.2 - Модель взрыва горючей смеси

В зоне предварительного разогрева  $\delta_{пл}$ , составляющей основную часть фронта пламени, свежая смесь получает тепло, необходимое для ее нагревания до температуры горения  $T_r$ . Это тепло за счёт теплопроводности поступает из зоны, в которой протекает химическая реакция. Чем меньше радиус начального ядра горящего газа, тем больше отношение количества тепла, покидающего сферический объем (оно пропорционально квадрату радиуса), к количеству тепла, возникающего в этом объеме (оно пропорционально кубу радиуса).

Следовательно должно существовать какое-то критическое значение радиуса  $r_{кр}$ , ниже которого прирост тепла, образующегося в зо-

не реакции, недостаточен для нагрева поступающей в зону реакции свежей смеси до температуры  $T_2$ . Недостающая энергия может быть получена только от источника воспламенения.

Химическая реакция идёт со скоростью необходимой для поддержания горения, только в пределах узкого интервала температур (3). То есть, распространение пламени возможно только при условии, что время охлаждения  $\tau_{охл}$  газового объема от температуры  $T_2$  до температуры  $T_2 - \theta$  будет больше, или в предельном случае равно времени химической реакции  $\tau_p$  в зоне пламени, т.е

$$\tau_{охл} \geq \tau_p \quad (4)$$

Величину  $\tau_{охл}$  можно найти из уравнения (2), при  $T=T_r=\theta$  при  $r = 0$ . Можно использовать приближённую формулу:

$$\Delta\tau_{охл} \approx \frac{\theta}{\left. \frac{dT}{d\tau} \right|_{T=T_r}} \quad (5)$$

где:  $\left. \frac{dT}{d\tau} \right|_{T=T_r}$  определяем дифференцированием выражения (2)

при  $r = 0$ .

Таким образом :

$$\Delta\tau_{охл} \approx \frac{\theta}{6\pi\alpha(T_2 - T_n)} \cdot \left[ \frac{\theta}{C_p\rho(T_2 - T_n)} \right]^{3/2} \quad (6)$$

Минимальную воспламеняющую энергию искры можно найти как энергию, необходимую для нагрева от температуры  $T_n$  до температуры горения  $T_2$  шарообразного объема, радиус которого пропорционален ширине зоны пламени:

$$\theta = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_{кр}^3 \cdot C_p\rho(T_2 - T_n) \quad (7)$$

Подставляя (7) в (6), получим:

$$\Delta\tau_{охл} \approx 0,14 \frac{\theta}{T_2 - T_n} \cdot \frac{r_{кр}^2}{\alpha} \quad (8)$$

С другой стороны, известно [5], что время реакции в зоне пламени:



$$\tau_p \approx \frac{2 \cdot \theta}{T_z - T_H} \cdot \frac{\alpha}{v_H^2} \quad (9)$$

где  $\frac{\alpha}{v_H} = \delta_{пл}$

Решая систему (8), (9), получим:

$$r_{кр} \geq 3,7\delta_{пл} \quad (10)$$

Таким образом, критические условия воспламенения искрой сводятся к нагреванию газовой сферы, радиус которой почти вчетверо превышает ширину зоны ламинарного пламени в рассматриваемой горючей смеси, до температуры пламени за счёт тепловой энергии разряда. При этом условия близлежащие слои горючей смеси успеют воспламениться прежде, чем остынет нагретый искрой объем.

Сферический фронт пламени при значениях  $r > r_{кр}$  способен к дальнейшему самостоятельному распространению; при значениях  $r < r_{кр}$  пламя затухает, так как отдача тепла в окружающие слои газа превышает тепло, выделяющееся за счёт сгорания.

Кроме того, очевидно, что силы, действующие на молекулы газа, на втором этапе взрыва являются центральными (рис.3). То есть:

$$а) \quad \oint_l \vec{F} d \vec{l} = \oint_S \text{rot } \vec{F} d \vec{S} = 0; \quad \text{или} \quad \text{rot } \vec{F} = 0 \quad (11)$$

$$\vec{F} = \text{grad } E = \frac{\partial E}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial E}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial E}{\partial z} \vec{k}$$

$$б) \quad \oint_S \vec{F} d \vec{S} \approx \sum_1^n m_i; \quad \text{или} \quad \oint_S \vec{F} d \vec{S} \approx \int_V \rho \cdot d \cdot V$$

$$\text{откуда} \quad \text{div } \vec{F} \approx \rho;$$

$$\text{или} \quad \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} \approx c\rho; \quad c = \text{const} \quad (12)$$

где  $F$  - сила действующая на элемент газа со стороны источника взрыва;  $\rho$  - плотность газа внутри оболочки;  $m_i$  - масса молекулы газа;  $E$  - внутренняя энергия газа в оболочке;

То есть, поток сил, действующих на молекулы газа со стороны источника взрыва, через любую замкнутую поверхность пропорцио-

нален массе горючей смеси, заключенной в объеме, ограниченном данной поверхностью и не зависит от её формы.

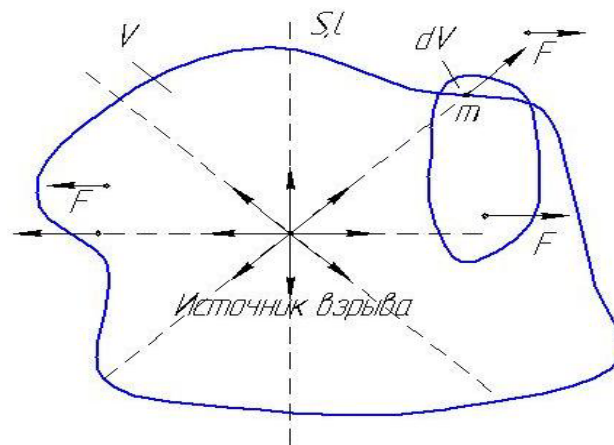


Рис. 3 - Модель взрыва горючей смеси.

### 3 этап - гашение взрывной волны

Встреча волны с поверхностью оболочки, задача которой поглотить энергию химической реакции и не допустить проникновения взрыва в окружающую среду. При этом должно выполняться условие:

$$E_{хим.} = p_2 V_1 + \frac{mv^2}{2} < E_{разр} \quad (13)$$

где:  $E_{хим}$  - энергия химической реакции;  $p_2$  - давление в оболочке после взрыва;  $V_1$  - объем оболочки;  $m$  - масса газа внутри оболочки;  $v$  - скорость фронта волны;  $E_{разр}$  - энергия разрушения оболочки;

Таким образом, с помощью уравнений (1)...(13) можно получить систему для определения скорости, давления, плотности и температуры газа на границе с оболочкой. При этом, форма оболочки может быть любой при условии выполнения (13).

### ***Выводы и направление дальнейших исследований.***

Изучение механизма воспламенения горючей смеси показало, что в настоящее время существует два подхода при моделировании этого процесса тепловой и электрический. При тепловом подходе существуют различия в формулировке условий возникновения взрыва. При электрическом подходе экспериментально зафиксирован эффект снижения температуры в момент взрыва, что противоречит тепловой теории.

В данной работе, предложена модель взрыва, учитывающая противоречия между тепловой и электрической теорией.

Согласно данной модели взрыв горючей смеси можно разбить на три этапа: 1 - инициализация взрыва; 2 - движение взрывной волны; 3 - гашение взрывной волны;

На втором этапе процесс взрыва полностью удовлетворяет тепловым моделям.

Силы, действующие на молекулы газа при взрыве, являются центральными, а поток сил действующих через любую замкнутую поверхность не зависит от её формы.

Полученная математическая модель взрыва горючей смеси внутри оболочки позволяет получить систему уравнений для определения параметров взрыва и уточнения расчёта конструкции оболочки, что и является направлением дальнейших исследований.

Правильность предложенной методики, была подтверждена испытаниями, проведёнными в экспертно-техническом центре института УкрНИИВЭ.

Список источников:

1. Электрификация горных работ: Учеб. для вузов/ М.М.Белый, В.Т.Заика. -М.: Недра, 1992.- 383с.
2. Курс общей физики: учеб. пособие для вузов. Савельев.И.В. «Астрель» 2001. -336с.
3. Льюис Б., Эльбе Г. Горение, пламя и взрывы в газах. - М.: Мир, 1968.
4. Физика быстропротекаемых процессов. Г.Томер. Издательство «Мир» Москва 1971г.
5. Взрывобезопасность электрических разрядов и фрикционных искр. Под ред. д-ра техн. наук, проф. В.С. Кравченко и канд. техн. наук В.А. Бондаря. М., «Недра», 1976.- 304с.

*Стаття надійшла до редколегії 10.09.2009*

*Рецензент: канд. техн. наук, проф. В.А.Будишевский*

***А.Н.Ткачук, В.А.Шевкуненко. Математичне моделювання вибуху горючої суміші у середині вибухонепроникненої оболонки. Проведений аналіз, і розробка математичної моделі вибуху горючої суміші усередині вибухонепроникненої оболонки, з урахуванням механізму процесу запалювання.***

**математична модель, оболонка, вибухозахист, запалювання, вибух, вибухова хвиля**

***A.Tkachuk, V.Shevkunenko. Mathematical Modelling of Air-Gas Explosion within a Blastproof Shell. A mathematical model of air-gas explosion within a blastproof shell has been developed taking into account the process of self-ignition.***

**mathematical model, shell, implosion protection, self-ignition, explosion, explosive wave**

© А. Н. Ткачук, В. А. Шевкуненко 2009