

УДК 622.232

**В. А. Прищенко**, ассистент  
Донецкий национальный технический университет

## ДВИЖЕНИЕ ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА ВОДЫ НА ВХОДЕ В ПЕРВОЕ РАБОЧЕЕ КОЛЕСО ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА

*В статье предлагается математическая модель движения закрученного с помощью предвключенного направляющего аппарата потока воды на входе в первое рабочее колесо центробежного насоса*

**модель математическая, поток воды, рабочее колесо, насос**

**Проблема и ее связь с научными или практическими задачами.** Одной из актуальных проблем шахтного водоотлива является повышение всасывающей способности центробежных насосов во избежание появления кавитации. Одним из решений является установка перед первым рабочим колесом (РК) насоса предвключенной решетки для закручивания потока воды [1].

**Анализ исследований и публикаций.** Физическая модель движения потока воды на входе в первое РК шахтного центробежного насоса представлена в работе [1]. В этой статье показана целесообразность использования предвключенного направляющего аппарата для создания закручивания потока. Дальнейшие исследования доказали его эффективность [2, 3].

**Постановка задачи.** Для теоретического анализа влияния закручивания на поле скоростей в движущемся потоке необходимо составить математическую модель его движения на входе в первое РК центробежного насоса с предвключенным направляющим аппаратом.

**Изложение материала и результаты.** Согласно теории закрученных потоков вихревое движение потоков в осесимметричных ограниченных потоках описывается следующими известными фундаментальными зависимостями [4]:

$$\text{grad } p = \bar{v} \times \bar{\Omega}, \quad (1)$$

$$\text{div}(\rho \bar{v}) = 0, \quad (2)$$

где  $p$  – давление,  $\bar{\Omega}$  – вектор вихря,  $\rho$  – плотность воды,  $\bar{v}$  – вектор скорости потока воды.

Используем цилиндрические координаты  $(r, \varphi, x)$ , для которых коэффициенты Ламэ соответственно равны  $H_1 = 1$ ,  $H_2 = r$ ,  $H_3 = 1$ . Кар-

тину течения будем считать установившейся. Тогда с учетом дупараметричности потока уравнение (1) запишется:

$$\frac{\partial v_{cm}}{\partial r} = v_{\varphi} \Omega_x - v_x \Omega_{\varphi}, \quad (3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial v_{cm}}{\partial \varphi} = v_x \Omega_r - v_r \Omega_x, \quad (4)$$

$$v_r \Omega_{\varphi} - v_{\varphi} \Omega_r = 0. \quad (5)$$

При этом составляющие вектора вихря равны:

$$\Omega_r = \frac{1}{r} \frac{\partial v_x}{\partial \varphi}; \quad \Omega_{\varphi} = -\frac{\partial v_x}{\partial r};$$

$$\Omega_x = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial(rv_{\varphi})}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} \right], \quad v^2 = v_r^2 + v_{\varphi}^2 + v_x^2.$$

Соотношение (4) показывает, что

$$\frac{\Omega_r}{v_r} = \frac{\Omega_{\varphi}}{v_{\varphi}} = \tilde{\lambda} \text{ или } v_r = \frac{1}{\tilde{\lambda} \cdot r} \frac{\partial v_x}{\partial \varphi}, \quad v_{\varphi} = -\frac{1}{\tilde{\lambda}} \frac{\partial v_x}{\partial r}, \quad (6)$$

где  $\tilde{\lambda}$  - напряженность винтового движения.

Используя уравнения (3) и (4) с учетом (6), нетрудно получить

$$\frac{1}{r} \left[ \frac{\partial v_x}{\partial r} + \frac{\partial v_x}{\partial \varphi} \frac{\partial(1/r)}{\partial \varphi} \right] + \left[ \frac{\partial^2 v_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_x}{\partial \varphi^2} \right] + \tilde{\lambda}^2 v_x - \tilde{\lambda}^2 \frac{dv_{cm}}{dv_x} - \frac{1}{\tilde{\lambda}} \left[ \frac{\partial v_x}{\partial r} \frac{\partial \tilde{\lambda}}{\partial r} + \frac{\partial v_x}{\partial \varphi} \frac{\partial \tilde{\lambda}}{\partial \varphi} \right] = 0 \quad (7)$$

Уравнение (7) содержит лишь одну неизвестную функцию  $v_x(r, \varphi)$  и является основным для ее нахождения, так как функции  $\tilde{\lambda}$  и  $\frac{dv_{cm}}{dv_x}$  определяются по заданным начальным параметрам потока.

Рассмотрение экспериментального материала по вопросам продуктов закручивающих аппаратов [5] показывает, что в большинстве случаев  $\tilde{\lambda} = \text{const}$ , при этом уравнение (7) запишется в виде:

$$\frac{1}{r} \left[ \frac{\partial v_x}{\partial r} + \frac{\partial v_x}{\partial \varphi} \frac{\partial(1/r)}{\partial \varphi} \right] + \left[ \frac{\partial^2 v_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_x}{\partial \varphi^2} \right] + \tilde{\lambda}^2 \left( v_x - \frac{dv_{cm}}{dv_x} \right) = 0. \quad (8)$$

В зависимости от условий задачи уравнение (8) теперь определяет поле скоростей. Его анализ показывает, что при  $\frac{dv}{dv_x} = 0$  в частности будем получать случаи однородно и неоднородновинтовых движений. В предельном случае при  $\lambda = 0$  могут реализоваться два вида движения жидкости: однозакрученное ( $v_z = \text{const}$ ) или безвихревое движение.

При малых скоростях движения и перепадах температур жидкость можно считать несжимаемой, т.е.  $\rho = \text{const}$ .

В зависимости от характера радиального распределения скоростей кинетическая энергия пульсационного движения частиц жидкости может переходить в потенциальную энергию динамической стратификации, т.е. происходит разделение потока в поле центробежных массовых сил на области активного и консервативного воздействия. При активном характере центробежная сила способствует развитию случайных возмущений в потоке, усилению турбулентных пульсаций, а при консервативном - приводит к их подавлению. Данное свойство закрученных потоков позволит вследствие формирования определенного закона изменения профиля скорости в сечении подвода насоса с помощью регулируемого направляющего аппарата уменьшить интенсивность турбулентности, а следовательно, и потери вихреобразования.

Для определения областей активного и консервативного характера воздействия центробежных сил используем метод Рэля [Ошибка! Закладка не определена.], согласно которому для поступательно-вращательного движения условие консервативного воздействия центробежной силы на поток имеет следующий вид

$$\frac{d}{dr} \left( \rho \frac{v_x}{r} \text{tg}^2 \varphi \cdot \cos \varphi \right) > 0, \\ d\zeta / dr$$

где  $v_x$  – осевая составляющая скорости потока,

$\zeta$  – радиус кривизны линии тока на произвольном радиусе потока.

Чаще всего при проектировании лопаток используется степенной закон изменения вращательной скорости  $C_u$  по радиусу [5]

$$C_u \cdot r^i = \text{const},$$

где  $i$  – показатель степени.

Если задаться постоянным значением осевой составляющей скорости потока, то последнее выражение можно представить в виде:

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\varphi_{\text{гр}} \left( \frac{R_{\text{гр}}}{r} \right)^i, \quad (9)$$

где  $\varphi_{\text{гр}}$ ,  $R_{\text{гр}}$  – соответственно угол закрутки и радиус на внешней границе области потока.

Для степенного закона изменения вращательной скорости по радиусу производная  $d\zeta/dr$  определяется выражением

$$\frac{d\zeta}{dr} = \frac{1 + 2i \cdot \cos^2 \varphi}{\sin^2 \varphi}$$

Подставляя это выражение в предыдущее при условии постоянного значения  $\rho \cdot v_x$  по радиусу направляющего аппарата, после преобразований получим

$$-\frac{\rho v_x \sin^4 \varphi}{r^2 (1 + 2i \cos^2 \varphi) \cos \varphi} > 0$$

Учитывая, что отношение  $\rho v_x \sin^4 \varphi / r^2$  всегда положительно, условие консервативного воздействия центробежной силы на структуру потока при поступательно-вращательном движении и степенном законе изменения угла закрутки по радиусу приобретает окончательный вид

$$(1 + 2i \cdot \cos^2 \varphi) \cos \varphi < 0 \quad (10)$$

Графики данной зависимости для различных значений показателя степени  $i$  представлены на рис. 1. Как видно из приведенных графиков, при всех  $i \geq 0$  по всему сечению за направляющей решеткой массовые силы при всех  $\varphi$  имеют активный характер.

При  $i = -1$  (закон вращения твердого тела) неравенство с учетом выражения (9) приводится к виду

$$\frac{r}{R_{\text{гр}}} < \frac{1}{\operatorname{tg}\varphi_{\text{гр}}}$$

Таким образом, консервативный характер массовых сил проявляется при значении угла закрутки потока не более  $45^\circ$ . При этом следует отметить, что консервативный характер по мере увеличения закрутки потока начинает развиваться в периферийной области сечения.

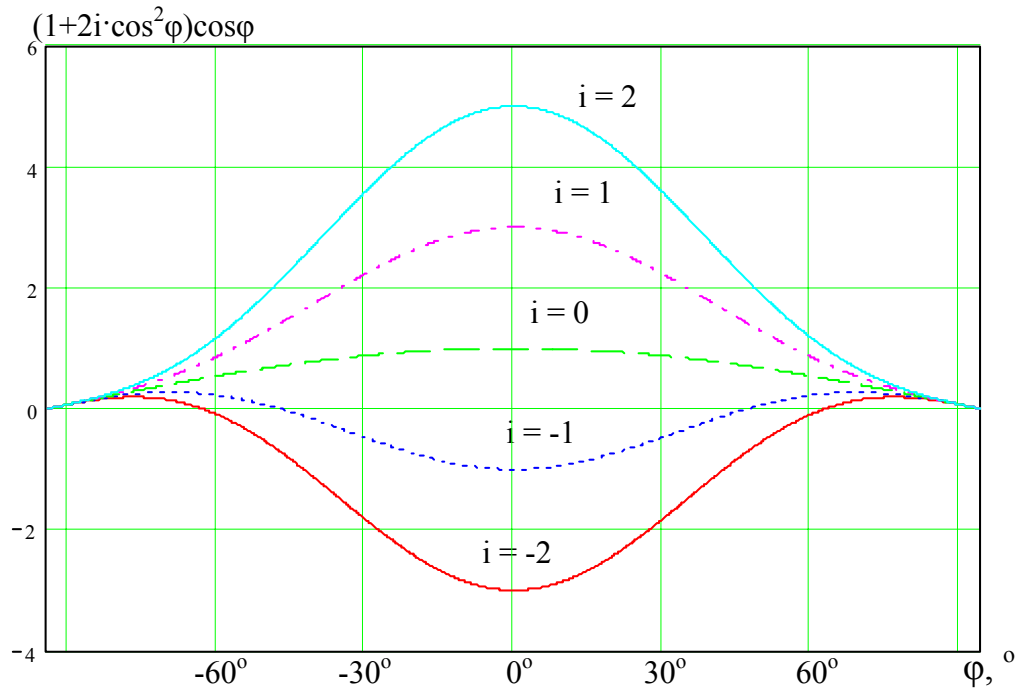


Рис.1 Условие вихреподавляющего воздействия центробежной силы на поток жидкости

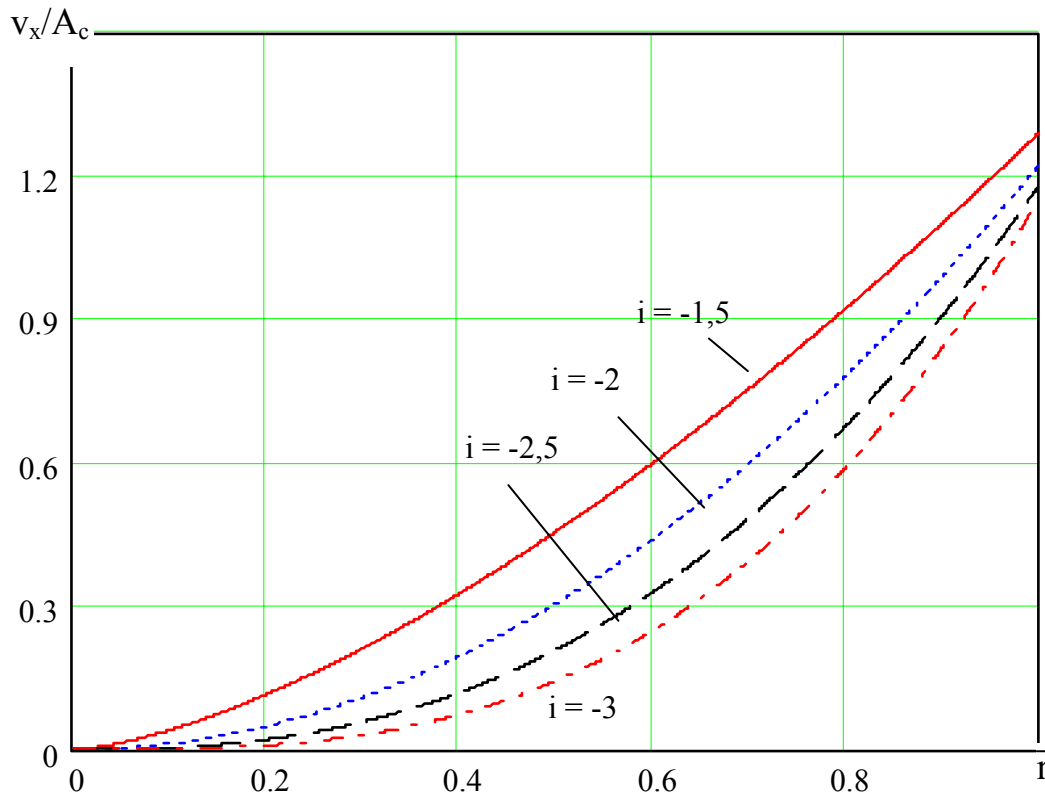


Рис. 2 Распределение осевой составляющей скорости потока в подводе насоса

В общем случае при  $i < -1$  консервативное воздействие массовых сил будет иметь место в области

$$\frac{r}{R_{\text{гр}}} < \left[ \frac{\text{tg}\varphi_{\text{гр}}}{\sqrt{2|i|-1}} \right]^{1/i}$$

При этом, если член в правой части неравенства больше единицы, то по всему сечению потока будет иметь место активное воздействие массовых сил.

Таким образом, подбирая  $i$ , и зная максимальное  $\varphi_{\text{гр}}$ , которое требуется для закручивания потока при регулировании, можно управлять структурой потока за направляющим аппаратом, обеспечивая безвихревое движение.

В частном случае однопараметрического осесимметричного винтового вихревого движения уравнение потока имеет вид:

$$\frac{v_r}{r} \frac{d(v_r r)}{dr} + v_x \frac{dv_x}{dr} = 0 \quad (11)$$

Решение данного уравнения при условии распределения окружной скорости по степенному закону  $v_r = A_c \cdot r^i$  ( $A_c$  – константа пропорциональности) позволило получить функцию распределения осевой составляющей скорости потока по поперечному сечению потока жидкости (рис. 2):

$$v_x = A_c \sqrt{\frac{1+i}{i \cdot r^{2i}}} \quad (12)$$

Эта зависимость дает возможность определить параметры потока на выходе из направляющей решетки и, соответственно, на входе в межлопаточный канал рабочего колеса.

### ***Выводы и направление дальнейших исследований.***

1. Разработана математическая модель движения потока шахтной воды на входе в межлопаточные каналы рабочего колеса центробежного насоса.

2. Вихреподавляющий эффект закручивания потока направляющей решеткой проявляется при значении угла закрутки потока не более  $45^\circ$ .

3. Полученные зависимости позволяют подбирать удобные из конструктивных соображений типы закручивающих решеток.

Список источников.

1. Малеев В.Б., Прищенко В.А. Влияние закручивания потока на входе в рабочее колесо на антикавитационные качества центробежных насосов // Проблемы експлуатації обладнання шахтних стаціонарних установок. – Донецьк: ВАТ “НДІГМ імені М.М. Федорова”. - 2004. – Вип.96. – С. 140-145.
2. Малеев В.Б., Прищенко В.А. Исследование центробежного насоса с предвключенной свободносидящей решеткой радиальных лопаток // Наукові праці ДонНТУ. Серія: “Гірничо-електромеханічна” – Донецьк: ДонНТУ, 2004. – Вип.83. – С.200-207.
3. Малеев В.Б., Прищенко В.А. Экспериментальные исследования центробежного насоса с повышенными антикавитационными свойствами // Вісник Криворізького технічного університету. Зб. наук. пр.– Кривий Ріг: КТУ, – 2005.–Вип. № 10.– С.137–141.
4. Васильев О.Ф. Основы механики винтовых и циркуляционных потоков. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1958. – 144 с.
5. Щукин В.К., Халатов А.А. Теплообмен, массообмен и гидродинамика закрученных потоков в осесимметричных каналах. – М.:Машиностроение, 1982. – 200 с.

Стаття надійшла до редколегії 09.09.2009

Рецензент: докт. техн. наук, проф. А. П. Кононенко

**В. А. Прищенко.** Плин закрученого потоку води на вході у перше робоче колесо відцентрового насосу. У статті пропонується математична модель руху закрученого за допомогою передввідного спрямовувального апарату потоку води на вході у перше робоче колесо відцентрового насосу.

**модель математична, потік води, робоче колесо, насос**

**V. Prischenko.** The Motion of a Twirled Water Stream at the Entry to the First Impeller of a Centrifugal Pump. The article offers a mathematical model for the motion of a twirled water stream at the entry to the first impeller of a centrifugal pump.

**mathematical model, water stream, impeller, pump**

© В. А. Прищенко, 2009