

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ОБМОТОК ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН ЗА ФУНКЦІЯМИ ЧУТЛИВОСТІ

Кучерук В.Ю., Васілевський О.М., Наталіч О.М.
Вінницький національний технічний університет, м.Вінниця
кафедра метрології та промислової автоматики
E-mail: kucheruk@svitonline.com

Abstract

Kucheruk V.Yu., Vasilevsky O.M., Natalych O.M. Identification of windings parameters of electric machines with the help of sensitivity functions. The method of identification of electrical machines windings internal parameters with the sensitivity theories is offered and is conducted of its research. The method allows with a small error to identify an active resistance of a winding. The identification error of a winding capacity has higher significance. It specifies expediency of identification of a capacity by other identification methods, for example, methods of an invariant investment or analytical methods. For want of it the found significance of a winding capacity can be used for an initial value for want of identifications by other methods.

Загальна постановка проблеми. Електричні машини (ЕМ) широко використовуються як джерела електричної енергії, електроприводи механізмів, сенсори в системах контролю і управління, у різних галузях економіки. Відповідальність покладених на них функцій обумовлює високі вимоги до їх надійності. Для забезпечення надійності як на стадії виробництва, так і на стадії експлуатації ЕМ необхідне вимірювання визначеної сукупності діагностичних параметрів, які характеризують технічний стан машини. Як показує практика, у більшості випадків відмова ЕМ виникає із-за пошкодження обмоток — 85–95%. Основні несправності обмоток зумовлені міжвитковими замиканнями — 93%. Тому ефективне оцінення показників технічного стану обмоток ЕМ на етапах виробництва та експлуатації, своєчасне діагностування причин розладу технологічного процесу є актуальним завданням.

Постановка задач досліджень. Для визначення параметрів обмоток ЕМ необхідно розв'язати такі основні задачі:

- за схемою заміщення обмоток скласти їх математичну модель у вигляді системи диференціальних рівнянь;
- вивести аналітичні вирази відносно параметрів обмоток ЕМ з використанням математичного апарату функцій чутливості.

Вирішення задач і результати досліджень. Для аналізу обмоток використаємо її одноланцюгову схему заміщення відносно виводів [1], наведену на рис. 1, в якій R_d — опір відомої величини, Ом; L — індуктивність обмотки, Гн; R_1 — активний опір обмотки, Ом; R — активний опір проводів, Ом; C_1 — ємність обмотки, Ф.

Як тестовий сигнал використаємо сигнал включення $U(t) = U_0 \cdot 1(t)$. Як вихідний сигнал будемо спостерігати напругу $U_c(t)$. Опір R_d введений в схему для того, щоб при подачі тестового сигналу обмежити швидкість наростання заряду ємності C_1 .

Допустимо, що $R \ll R_1, R_d$. Електромагнітні процеси в даній схемі можуть бути описані системою

$$\begin{cases} i(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t); & i(t)R_d + U_c(t) = U_0; \\ L di_1(t)/dt = U_c(t); & i_2(t)R_1 = U_c(t); & i_3(t) = C_1 dU_c(t)/dt. \end{cases} \quad (1)$$

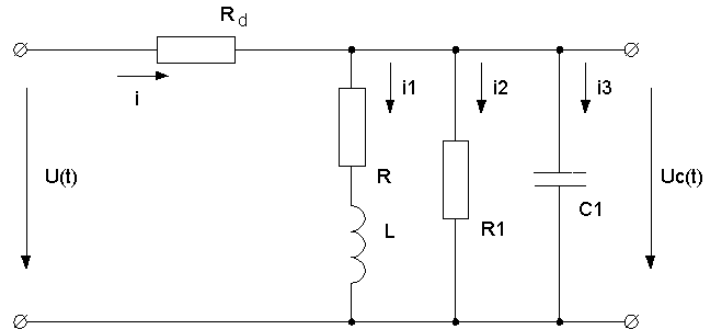


Рисунок 1 — Одноланцюгова схема заміщення обмотки ЕМ відносно виводів

Систему рівнянь (1) можна звести у форму

$$\begin{cases} dU_c(t)/dt = [U_0 - U_c(t)/R_d - i_1(t) - U_c(t)/R_1]/C_1; \\ di_1(t)/dt = U_c(t)/L. \end{cases} \quad (2)$$

Визначимо вектор стану обмоток ЕМ:

$$\mathbf{I} = [I_1; I_2]^T = [U_c; i_1]^T. \quad (3)$$

Запишемо параметри обмоток ЕМ у вигляді вектора (R_d та L приймаємо за відомі):

$$\mathbf{A} = [A_1; A_2]^T = [R_1; C_1]^T. \quad (4)$$

Використавши (3) та (4), запишемо математичну модель (2) у формі $\frac{d}{dt} \mathbf{I} = \mathbf{F}(\mathbf{I}, \mathbf{A}, t)$:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[\frac{U_0 - I_1(t)}{R_d} - I_2(t) - \frac{I_1(t)}{A_1} \right] / A_2 \\ I_1(t)/L \end{bmatrix} = [F_1; F_2]^T. \quad (5)$$

Тоді задача ідентифікації параметрів обмоток ЕМ полягає в знаходженні значень вектору \mathbf{A} при спостереженні неповного вектору стану \mathbf{I} . Для i -тої компоненти вектору \mathbf{I} з достатньою для практики точністю можна прийняти:

$$I_i(t) = I_i^n(t) + \sum_{j=1}^l u_{ij}(t) \cdot a_j, \quad (6)$$

де $I_i^n(t)$ — номінальний рух системи (5), який зумовлений номінальними значеннями параметрів \mathbf{A}^n ; $u_{ij}(t)$ — функція чутливості координати $I_i(t)$ до зміни параметру A_i ; l — розмірність вектору \mathbf{A} ;

$$\mathbf{a} = \mathbf{A}^n - \mathbf{A}. \quad (7)$$

Функції чутливості $u_{ij}(t)$ визначаються як:

$$\frac{\partial u_{ij}(t)}{\partial t} = \sum_{\mu=1}^n \left(\frac{\partial F_i}{\partial I_\mu} \right)^n \cdot u_{\mu i}(t) + \left(\frac{\partial F_i}{\partial A_j} \right)^n, \quad u_{ij}(0) = 0. \quad (8)$$

В матричній формі запису рівняння (6), (8) будуть мати вигляд:

$$\mathbf{I}(t) = \mathbf{I}^n(t) + \mathbf{u}(t) \cdot \mathbf{a}; \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}(t)}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{I}} \cdot \mathbf{u}(t) + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{A}}; \quad \mathbf{u}(0) = 0. \quad (10)$$

Номінальний рух $\mathbf{I}^n(t)$ визначиться із рівняння

$$\frac{d\mathbf{I}^n(t)}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{I}^n, \mathbf{A}^n, t), \quad \mathbf{I}^n(0) = 0. \quad (11)$$

В процесі спільного розв'язку рівнянь (10) і (11) розраховується номінальний рух $\mathbf{I}^n(t)$ і матриця чутливостей $\mathbf{u}(t)$ в множині точок t_1, t_2, \dots, t_r . Далі, на основі отриманих даних про $\mathbf{I}^n(t)$, $\mathbf{u}(t)$ і результатів спостережень $\mathbf{I}(t)$ в точках t_1, t_2, \dots, t_r визначаються невідомі значення всіх компонент вектору \mathbf{a} .

Використаємо квадратичний критерій якості ідентифікації

$$Q = \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^r \left[I_i^*(t_k) - I_i^n(t_k) - \sum_{j=1}^l u_{ij}(t_k) \cdot a_j \right]^2 \quad (12)$$

і необхідну умову мінімуму Q

$$\frac{\partial Q}{\partial a_\mu} = 2 \cdot \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^r \left[I_i^*(t_k) - I_i^n(t_k) - \sum_{j=1}^l u_{ij}(t_k) \cdot a_j \right] \cdot u_{i\mu}(t_k) = 0; \quad (13)$$

$$\mu = 1, 2, \dots, l,$$

де $\mathbf{I}^*(t) = [U_c(t)]$ — компоненти вектору стану \mathbf{I} , які вимірюються; s — кількість вимірних параметрів, що забезпечують можливість знаходження всіх компонент вектору \mathbf{a} із системи лінійних рівнянь

$$\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^l \left[\sum_{k=1}^r u_{ij}(t_k) \cdot u_{i\mu}(t_k) \right] \cdot a_j = \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^r \left[I_i^*(t_k) - I_i^n(t_k) \right] \cdot u_{i\mu}(t_k), \quad (14)$$

$$\mu = 1, 2, \dots, l.$$

Часткові похідні $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{I}^*}$, $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{A}}$ та функції чутливості розраховуються як:

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{I}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{A_2} \cdot \left[\frac{1}{R_d} + \frac{1}{A_1} \right] & -\frac{1}{A_2} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}; \quad (15)$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \frac{I_1}{A_1^2 A_2} & -\frac{1}{A_2^2} \cdot \left[\frac{U_0 - I_1}{R_d} - I_2 - \frac{I_1}{A_1} \right] \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Тоді математичну модель обмоток разом із функціями чутливості можна записати:

$$\begin{cases} \frac{dI_1(t)}{dt} = \frac{1}{A_2} \cdot \left[\frac{U_0 - I_1(t)}{R_d} - I_2(t) - \frac{I_1(t)}{A_1} \right]; \\ \frac{dI_2(t)}{dt} = \frac{I_1(t)}{L}; \\ \frac{du_{11}(t)}{dt} = -\left[\frac{1}{R_d} + \frac{1}{A_1} \right] \cdot \frac{u_{11}(t)}{A_2} - \frac{u_{21}(t)}{A_2} + \frac{I_1(t)}{A_1^2 A_2}; \\ \frac{du_{12}(t)}{dt} = -\left[\frac{1}{R_d} + \frac{1}{A_1} \right] \cdot \frac{u_{11}(t)}{A_2} - \frac{u_{21}(t)}{A_2} - \frac{1}{A_2^2} \cdot \left[\frac{U_0 - I_1(t)}{R_d} - I_2(t) - \frac{I_1(t)}{A_1} \right]; \\ \frac{du_{21}(t)}{dt} = \frac{u_{12}(t)}{L}; \\ \frac{du_{22}(t)}{dt} = \frac{u_{12}(t)}{L}. \end{cases} \quad (17)$$

За допомогою програмного пакету Maple V Release 4 [2] знайдено аналітичний розв'язок системи рівнянь (17) при нульових початкових умовах:

$$\begin{aligned}
 I_1(t) &= 2A_1U_0K_3\sqrt{\frac{L}{K_1}} \cdot \sin(K_2); \\
 I_2(t) &= A_1U_0 \cdot \left[\frac{1}{R_dA_1} - \frac{K_3}{A_1} \sqrt{\frac{L}{K_1}} \cdot \sin(K_2) - 4R_dA_1A_2 \frac{K_3}{K_1} \cos(K_2) + \right. \\
 &+ LA_1 \frac{K_3}{K_1R_d} \cos(K_2) + 2L \frac{K_3}{K_1} \cos(K_2) + LR_d \frac{K_3}{K_1A_1} \cos(K_2) - \left. \frac{K_3}{R_d} \sqrt{\frac{L}{K_1}} \cdot \sin(K_2) \right]; \\
 u_{11}(t) &= \frac{R_dLU_0}{A_2} \cdot \left[\frac{1}{R_d^2A_1^2} - \frac{K_3}{R_dA_1^2} \sqrt{\frac{L}{K_1}} \cdot \sin(K_2) - 4 \frac{A_2K_3}{K_1} \cdot \cos(K_2) + \right. \\
 &+ L \frac{K_3}{K_1R_d^2} \cos(K_2) + 2L \frac{K_3}{K_1R_dA_1} \cos(K_2) + L \frac{K_3}{K_1A_1^2} \cos(K_2) - \\
 &- \frac{K_3}{A_1R_d^2} \sqrt{\frac{L}{K_1}} \sin(K_2) + 4 \frac{R_dA_1^3A_2K_3}{K_1^2} \sqrt{\frac{K_1}{L}} \cdot \sin(K_2) - \\
 &- 2 \frac{A_1^2K_3}{LK_1} t \cdot \cos(K_2) - 4 \frac{K_3A_1A_2}{K_1^2} \sqrt{K_1L} \cdot \sin(K_2) + 2 \frac{K_3}{R_dK_1} t \cdot \cos(K_2) - \\
 &- \left. 4 \frac{R_dA_2K_3}{K_1^2} \sqrt{K_1L} \cdot \sin(K_2) + 2 \frac{K_3}{A_1K_1} t \cdot \cos(K_2) \right]; \\
 u_{12}(t) &= \frac{-L^2U_0}{A_1A_2} \cdot \left[4 \frac{R_d^2A_1A_2K_3}{K_1^2} \sqrt{\frac{K_1}{L}} \cdot \sin(K_2) - 2 \frac{R_dK_3}{LK_1} t \cdot \cos(K_2) + \right. \\
 &+ 4 \frac{A_1^2A_2R_dK_3}{K_1^2} \sqrt{\frac{K_1}{L}} \cdot \sin(K_2) - 2 \frac{A_1K_3}{LK_1} t \cdot \cos(K_2) - \\
 &- \left. 4 \frac{R_d^2A_1^4A_2K_3}{LK_1^2} \sqrt{\frac{K_1}{L}} \cdot \sin(K_2) + 2 \frac{R_dA_1^3K_3}{L^2K_1} t \cdot \cos(K_2) + 2 \frac{A_1^2K_3}{L\sqrt{LK_1}} \cdot \sin(K_2) \right]; \\
 u_{21}(t) = u_{22}(t) &= \frac{-LU_0}{A_1A_2} \cdot \left[- \frac{K_3}{A_1^2} \sqrt{\frac{L}{K_1}} \cdot \sin(K_2) - 2 \frac{K_3}{A_1R_d} \sqrt{\frac{L}{K_1}} \cdot \sin(K_2) - \right. \\
 &- 4 \frac{A_1A_2K_3}{K_1} \cdot \cos(K_2) - 4 \frac{R_dA_2K_3}{K_1} \cdot \cos(K_2) + \frac{LA_1K_3}{R_d^2K_1} \cdot \cos(K_2) + \\
 &+ 3 \frac{LK_3}{R_dK_1} \cdot \cos(K_2) + 3 \frac{LK_3}{A_1K_1} \cdot \cos(K_2) + \frac{LR_dK_3}{A_1^2K_1} \cdot \cos(K_2) - \\
 &- \frac{K_3}{R_d^2} \sqrt{\frac{L}{K_1}} \cdot \sin(K_2) - 2 \frac{A_1^2A_2K_3}{K_1^2} \sqrt{LK_1} \cdot \sin(K_2) - \\
 &- 4 \frac{R_dA_1A_2K_3}{K_1^2} \sqrt{LK_1} \cdot \sin(K_2) + 2 \frac{R_dA_1^4A_3K_3}{K_1^2} \sqrt{\frac{K_1}{L}} \cdot \sin(K_2) - \\
 &- \left. 2 \frac{R_d^2A_2K_3}{K_1^2} \sqrt{LK_1} \cdot \sin(K_2) - \frac{K_3t}{R_d\sqrt{LK_1}} \sin(K_2) - \frac{K_3t}{A_1\sqrt{LK_1}} \sin(K_2) + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{A_1^2 K_3 t}{L \sqrt{L K_1}} \sin(K_2) + \frac{A_1 K_3 t}{R_d K_1} \cdot \cos(K_2) + \frac{R_d K_3 t}{A_1 K_1} \cdot \cos(K_2) - \\
 & - \frac{R_d A_1^2 K_3 t}{L K_1} \cdot \cos(K_2) + 2 \frac{R_d^2 A_1^3 K_3 A_2}{K_1^2} \sqrt{\frac{K_1}{L}} \cdot \sin(K_2) + 2 \frac{K_3 t}{K_1} \cdot \cos(K_2) - \\
 & - \frac{A_1^3 K_3 t}{L K_1} \cdot \cos(K_2) + \frac{1}{R_d^2 A_1} + \frac{1}{R_d A_1^2} \Big],
 \end{aligned}$$

де

$$K_1 = 4 A_2 R_d^2 A_1^2 - L A_1^2 - 2 L R_d A_1 - L R_d^2, \quad K_2 = \frac{t}{2 A_1 A_2 R_d} \sqrt{\frac{K_1}{L}}, \quad K_3 = e^{-\frac{1}{2} \frac{A_1 + R_d \cdot t}{A_1 A_2 R_d}}.$$

На рис. 2, 3 наведено зображення поверхонь, які ілюструють характер зміни напруги U_c від часу t та значень R_d, U_0 .

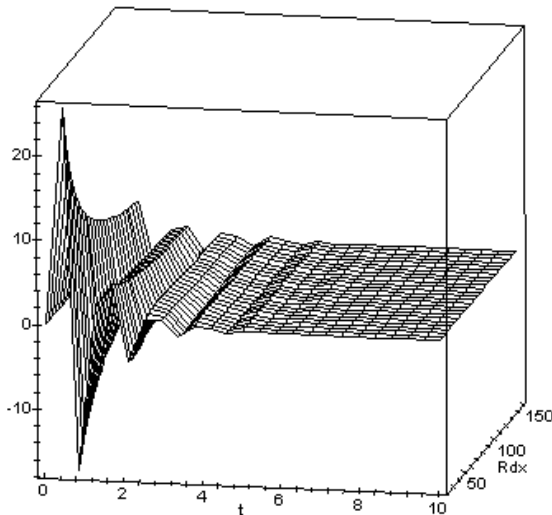


Рисунок 2 — Залежність $U_c = f(R_d, t)$

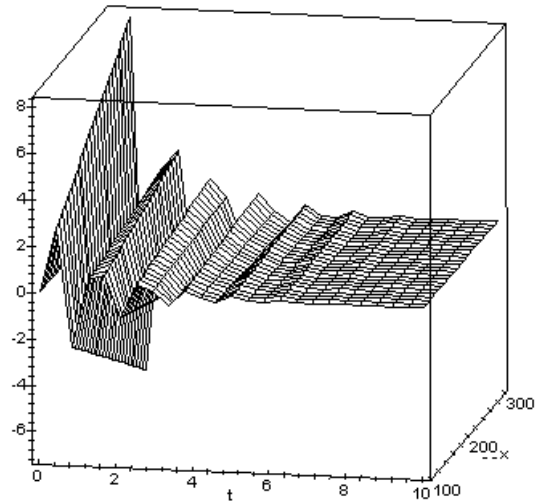


Рисунок 3 — Залежність $U_c = f(U_0, t)$

Система (14) запишеться:

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \left[\sum_{k=1}^r u_{ij}(t_k) \cdot u_{i\mu}(t_k) \right] \cdot a_j = \sum_{k=1}^r [I_1^*(t_k) - I_1^H(t_k)] \cdot u_{1\mu}(t_k), \quad (18)$$

$\mu = 1, 2, \dots, l$.

Після певних математичних перетворень систему рівнянь (18) можна записати:

$$\begin{aligned}
 & \left[\sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i1}^2(t_k) \right] \cdot a_1 + \left[\sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i2}(t_k) \cdot u_{i1}(t_k) \right] \cdot a_2 = \sum_{k=1}^r [I_1^*(t_k) - I_1^H(t_k)] \cdot u_{11}(t_k); \\
 & \left[\sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i1}(t_k) \cdot u_{i2}(t_k) \right] \cdot a_1 + \left[\sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i2}^2(t_k) \right] \cdot a_2 = \sum_{k=1}^r [I_1^*(t_k) - I_1^H(t_k)] \cdot u_{12}(t_k); \quad (19)
 \end{aligned}$$

В матричній формі систему рівнянь (19) можна записати:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i1}^2(t_k) & \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i2}(t_k) \cdot u_{i1}(t_k) \\ \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i1}(t_k) \cdot u_{i2}(t_k) & \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i2}^2(t_k) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^r [I_1^*(t_k) - I_1^h(t_k)] \cdot u_{11}(t_k) \\ \sum_{k=1}^r [I_1^*(t_k) - I_1^h(t_k)] \cdot u_{12}(t_k) \end{bmatrix} \quad (20)$$

Розв'язок системи (20) відносно елементів вектору \mathbf{a} матиме вигляд:

$$a_1 = \frac{\sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i2}^2(t_k) \sum_{k=1}^r [I_1^*(t_k) - I_1^h(t_k)] u_{11}(t_k) - \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i1}(t_k) u_{i2}(t_k) \sum_{k=1}^r [I_1^*(t_k) - I_1^h(t_k)] u_{12}(t_k)}{\sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i1}^2(t_k) \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i2}^2(t_k) - \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i1}(t_k) u_{i2}(t_k) \right)^2} \quad (21)$$

$$a_2 = \frac{\sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i1}^2(t_k) \sum_{k=1}^r [I_1^*(t_k) - I_1^h(t_k)] u_{12}(t_k) - \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i1}(t_k) u_{i2}(t_k) \sum_{k=1}^r [I_1^*(t_k) - I_1^h(t_k)] u_{11}(t_k)}{\sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i1}^2(t_k) \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i2}^2(t_k) - \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^r u_{i1}(t_k) u_{i2}(t_k) \right)^2}$$

Реальні значення параметрів розраховуються як [3]:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^h + \mathbf{a}. \quad (22)$$

Дослідження розробленого методу ідентифікації параметрів обмоток проведено за допомогою його моделювання. Алгоритм моделювання здійснено в такій послідовності:

1. Генерація значень $\mathbf{I}^h(t)$, $\mathbf{u}^h(t)$ при номінальних значеннях параметрів R_1^h , C_1^h .
2. Генерація (імітація вимірювань) значень $\mathbf{I}^*(t)$, $\mathbf{u}(t)$ при значеннях параметрів R_1 , C_1 із відносними відхиленнями

$$\delta_{R_1} = \frac{R_1^h - R_1}{R_1^h} \times 100\%; \quad \delta_{C_1} = \frac{C_1^h - C_1}{C_1^h} \times 100\%.$$

3. Здійснення розрахунків за формулами (21)–(22) з підрахунком відносних похибок ідентифікації

$$\delta_{R_1}^{id} = \frac{|a_1|}{R_1} \times 100\%; \quad \delta_{C_1}^{id} = \frac{|a_2|}{C_1} \times 100\%.$$

Дослідження алгоритму ідентифікації здійснено для АМ типу 4А71А4. Результати досліджень наведені на рис. 4–5.

Висновки.

1. Алгоритм ідентифікації працює досить швидко, оскільки в процесі ідентифікації необхідно проводити обчислення лише за формулами (21)–(22). Підрахунки $\mathbf{I}^h(t)$, $\mathbf{u}^h(t)$ здійснюються попередньо.

2. Залежності відносних похибок ідентифікації від відносних відхилень параметрів носять нелінійний характер. Це пояснюється мультимодальністю цільової функції ідентифікації.

3. Найменшу похибку ідентифікації даний алгоритм дає при ідентифікації R_1 . Похибка ідентифікації C_1 має більш великі значення. Це вказує на доцільність ідентифікації параметру C_1 іншими методами ідентифікації, наприклад, методами інваріантного поглиблення або аналітичними методами. При цьому знайдене значення C_1 можна використати для початкового наближення при ідентифікації іншими методами.

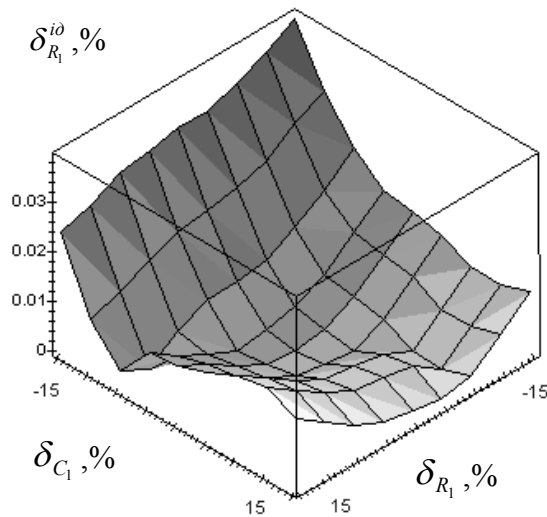


Рисунок 4 — Залежність відносної похибки ідентифікації R_1 $\delta_{R_1}^{id}$ від відносних відхилень δ_{R_1} та δ_{C_1}

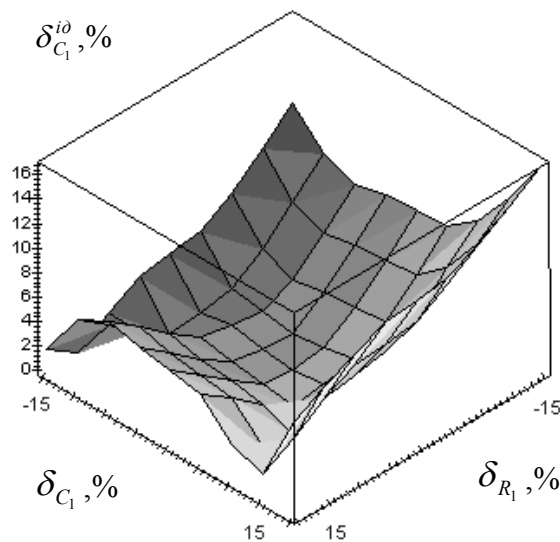


Рисунок 5 — Залежність відносної похибки ідентифікації C_1 $\delta_{C_1}^{id}$ від відносних відхилень δ_{R_1} та δ_{C_1}

Література

1. Белоусова Н.В. Оценка технического состояния обмоток электрических машин по переходному процессу // Изв. вузов. Сер. Электромеханика. — 1986. — т.7. — С. 44–48.
2. Поджаренко В.О., Сокол В.М., Селезньова Р.В. Математичні обчислення в Maple for Windows. — Вінниця: Континент-ПРИМ, 1997. — 106 с.
3. Васілевський О.М., Поджаренко В.О., Кучерук В.Ю. Метод функцій чутливості для формування діагностичних ознак технічного стану електромеханічних систем // Міжвідомчий збірник наукових праць Фізико-механічного інституту ім. Г.В.Карпенка „Відбір і обробка інформації” № 21 (97). — Львів, 2004. — С. 33–39.