

О.В. Суботін, О.Ф. Єнікєєв

Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ
кафедра автоматизації виробничих процесів
Українська державна академія залізничного транспорту, м. Харків
кафедра автоматики та комп'ютерних систем,
E-mail: al_enikeev@bigmir.net, o_subbotin@mail.ru

СТРАТЕГІЯ УПРАВЛІННЯ ЗАМКНЕНИМ КАНАЛОМ В УМОВАХ НЕПОВНОЇ ВХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Анотація

Суботін О.В., Єнікєєв О.Ф. Стратегія управління замкненим каналом в умовах неповної вхідної інформації. Система покоординатного управління шліфувальними верстатами побудована на основі принципу безпосереднього цифрового управління, тому важливо знайти закон управління, який не чутливий до змін параметрів моделі каналу й дає значення дисперсії вихідного сигналу досить близьке до мінімального. В основу його пошуку покладено принцип мінімізації дисперсії вихідного сигналу замкненого каналу.

Ключові слова: стратегія управління, алмазне шліфування, дисперсія, характеристичний поліном, блок-схема досліджуваної системи.

Вступ.

Процеси алмазного шліфування (АШ) твердих сплавів за своєю сутністю є безперервно-дискретними й у межах одного проходу шліфувального круга описуються безперервними функціями часу. Система покоординатного управління шліфувальними верстатами [1] побудована на основі принципу безпосереднього цифрового управління.

Методика аналізу системи [1,2] ґрунтується на поданні аналогових сигналів дискретними функціями часу. При цьому її ефективність визначається втратами інформації при дискретизації аналогових сигналів і з урахуванням того, що в продовженні інтервалу дискретизації шліфувальні верстати залишаються некеровані.

Постановка задачі.

Виробниче середовище характеризується нестабільністю поведінки, всі первинні перетворювачі системи мають свої пороги чутливості, а так само її окремі блоки піддаються дії випадкових перешкод.

Зазначені проблеми вимагають розробки стратегії управління незалежними координатами шліфувального верстату в умовах неповної вхідної інформації. В основу її розробки покладаємо принцип мінімізації дисперсії вихідного сигналу замкненого каналу.

При цьому полагаємо, що сам канал є стаціонарною лінійною динамічною системою з дискретним часовим запізнюванням порядку m . Зв'язок між входом і виходом такої системи встановлює кінцево-різницеve рівняння наступного вигляду:

$$y(t) + a_1^1 y(t-1) + \dots + a_m^1 y(t-m) = b_0^1 u(t-k) + b_1^1 u(t-k-1) + \dots + b_m^1 u(t-k-m). \quad (1)$$

У цьому рівнянні для спрощення подальшого аналізу інтервал дискретизації приймемо рівним одиниці години. Уведемо оператор зрушення праворуч \mathfrak{N} , ступеневі поліноми A_1 й B_1 такого вигляду:

$$A_1(z) = z^m + a_1^1 z^{m-1} + \dots + a_m^1, \quad B_1(z) = b_0^1 z^m + b_1^1 z^{m-1} + \dots + b_m^1. \quad (2)$$

Так саме введемо зворотні поліноми A_1^* й B_1^* .

Тоді рівняння (1) приводиться до такого вигляду:

$$y(t) = \frac{B_1^*(\mathbb{S}^{-1})}{A_1^*(\mathbb{S}^{-1})} u(t-k) = \frac{B_1(\mathbb{S})}{A_1(\mathbb{S})} u(t-k). \quad (3)$$

На шліфувальні верстати діють випадкові збурювання, які є стохастическими процесами. Тому що досліджувана система линейна, то застосуємо принцип суперпозиції. Отже, всі випадкові збурювання в системі можна подати одним, котрий діє на її виході.

Тому робота замкненого каналу та його випадкових збурювань подаємо такою узагальненою математичною моделлю:

$$y(t) = \frac{B_1^*(\mathbb{S}^{-1})}{A_1^*(\mathbb{S}^{-1})} u(t-k) + \xi(t). \quad (4)$$

Полагаємо, що випадкове збурювання $\xi(t)$ є стаціонарним гауссовим процесом із дрібно-раціональною спектральною щільністю. У цьому випадку випадковий вплив подаємо наступною математичною моделлю:

$$\xi(t) = \lambda \frac{C_1^*(\mathbb{S}^{-1})}{A_2^*(\mathbb{S}^{-1})} e(t), \quad (5)$$

де $\{e(t), t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ – послідовність однаково розподілених незалежних нормальних з параметрами $(0,1)$ випадкових змінних, C_1 й A_2 – поліноми.

З урахуванням останнього рівняння математична модель замкнутого каналу системи покоординатного управління шліфувальним верстатом з діючими на нього випадковими збурюваннями набуває такий вигляд:

$$y(t) = \frac{B_1^*(\mathbb{S}^{-1})}{A_1^*(\mathbb{S}^{-1})} u(t-k) + \lambda \frac{C_1^*(\mathbb{S}^{-1})}{A_2^*(\mathbb{S}^{-1})} e(t). \quad (6)$$

Отримане рівняння є канонічним для систем із запізнюванням, що дорівнює цілому числу інтервалів дискретизації, в умовах дії стаціонарних збурювань із дрібно-раціональними спектральними щільностями. Поліноми $A_2(z)$ й $C_1(z)$ завжди можуть бути обрані так, що їхні нулі будуть лежати усередині або на границі одиничного кола. По рівнянню (6) складена блок-схема досліджуваної системи (рис.1).

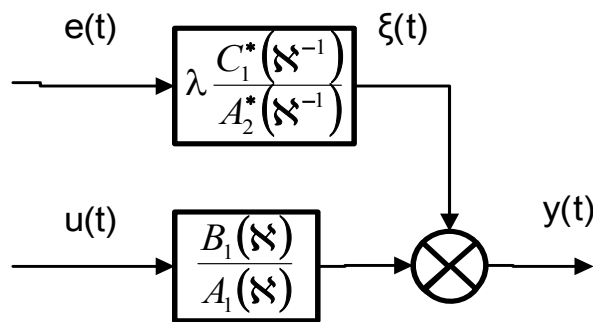


Рисунок 1 - Блок-схема досліджуваної системи

З метою спрощення наступного аналізу перепишемо рівняння (6) у такий спосіб:

$$A^*(\mathbb{S}^{-1})y(t) = B^*(\mathbb{S}^{-1})u(t-k) + \lambda C^*(\mathbb{S}^{-1})e(t), \quad (7)$$

де A , B , і C – ступеневі поліноми, які визначаються за допомогою таких рівностей $A = A_1A_2$, $B = B_1A_2$ і $C = C_1A_2$.

Покладемо:

$$A(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n, \quad B(z) = b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_n, \quad C(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n. \quad (8)$$

Без втрати спільності можна припустити, що всі поліноми мають ступінь n , оскільки коефіцієнти при всіх вищих щаблях можна покласти рівними нулю. Полином $C(z)$ завжди можна вибрати таким, що його нулі будуть лежати усередині або на границі одиничного кола.

Для реалізації завдання управління каналами системи незалежними координатами шліфувальних верстатів в умовах неповної інформації виберемо критерій, по якому мінімізується дисперсія вихідного сигналі.

При цьому полагаємо, що закон управління каналом повинний бути таким, щоб значення u у моменти часу t було функцією спостережуваних значень вихідної змінної до моменту часу t включно, тобто $y(t), y(t-1), y(t-2), \dots$, і всіх попередніх сигналів управління $u(t-1), u(t-2), \dots$.

Розробка математичної моделі.

Для визначення стратегії управління незалежними координатами шліфувальних верстатів, що мінімізує дисперсію вихідних сигналів, розглянемо стан замкнених каналів у момент години t . Є результати вимірів каналом вихідного сигналу $y(t), y(t-1), y(t-2), \dots$ й відомі всі попередні управляючі впливи $u(t-1), u(t-2), \dots$. З аналізу рівняння (7) треба, що сигнал управління $u(t)$ впливав на вихідний сигнал $y(t+k)$ і не впливав на попередні значення цієї змінної.

У зв'язку із цим розглянемо таке співвідношення:

$$y(t+k) = \frac{B^*(\mathbb{S}^{-1})}{A^*(\mathbb{S}^{-1})} u(t) + \lambda \frac{C^*(\mathbb{S}^{-1})}{A^*(\mathbb{S}^{-1})} e(t+k). \quad (9)$$

У цьому рівнянні останній член правої частини є функцією випадкових змінних:

$$e(t+k), e(t+k-1), \dots, e(t+1), e(t), e(t-1), \dots$$

З рівняння (7) потрібно, щоб $e(t-1), \dots$ були обчислені за результатами вимірів вихідної величини в момент часу t .

Для цього перепишемо вираз (9), використовуючи таку рівність:

$$C^*(\mathbb{S}^{-1}) = A^*(\mathbb{S}^{-1})F^*(\mathbb{S}^{-1}) + \mathbb{S}^{-k}G^*(\mathbb{S}^{-1}), \quad (10)$$

де F й G – поліноми ступенів $k-1$ й $n-1$, обумовлені такими формулами:

$$F^*(z) = 1 + f_1 z + \dots + f_{k-1} z^{k-1}, \quad G^*(z) = g_0 + g_1 z + \dots + g_{n-1} z^{n-1}. \quad (11)$$

Отже, на підставі рівнянь (9) і (10) маємо таке співвідношення:

$$y(t+k) = \lambda F^*(\mathbb{S}^{-1})e(t+k) + \frac{B^*(\mathbb{S}^{-1})}{A^*(\mathbb{S}^{-1})} u(t) + \lambda \frac{C^*(\mathbb{S}^{-1})}{A^*(\mathbb{S}^{-1})} e(t). \quad (12)$$

Розв'язавши рівняння (9) відносно $\lambda e(t)$, маємо:

$$\lambda e(t) = \frac{A^*(\mathbb{S}^{-1})}{C^*(\mathbb{S}^{-1})} y(t) - \frac{B^*(\mathbb{S}^{-1})}{C^*(\mathbb{S}^{-1})} \mathbb{S}^{-k} u(t). \quad (13)$$

За допомогою цього рівняння виключимо $e(t)$ з виразу (12). Після перетворень одержимо:

$$y(t+k) = \lambda F^*(\mathbb{S}^{-1})e(t+k) + \left[\frac{B^*(\mathbb{S}^{-1})}{A^*(\mathbb{S}^{-1})} - \mathbb{S}^{-k} \frac{B^*(\mathbb{S}^{-1})G^*(\mathbb{S}^{-1})}{A^*(\mathbb{S}^{-1})C^*(\mathbb{S}^{-1})} \right] u(t) + \frac{G^*(\mathbb{S}^{-1})}{C^*(\mathbb{S}^{-1})} y(t). \quad (14)$$

Використовуючи рівність (10) виконаємо перетворення іншого члена правої частини рівняння (14).

У результаті маємо таке:

$$y(t+k) = \lambda F^*(\mathbb{S}^{-1})e(t+k) + \frac{B^*(\mathbb{S}^{-1})F^*(\mathbb{S}^{-1})}{C^*(\mathbb{S}^{-1})}u(t) + \frac{G^*(\mathbb{S}^{-1})}{C^*(\mathbb{S}^{-1})}y(t). \quad (15)$$

Покладемо $u(t)$ – довільна функція $y(t), y(t-1), y(t-2), \dots$ й $u(t-1), u(t-2), \dots$

Тоді дисперсія вихідного сигналу замкненого каналу визначиться в такий спосіб:

$$Ey^2(t+k) = E[\lambda F^*(\mathbb{S}^{-1})e(t+k)]^2 + E\left[\frac{B^*(\mathbb{S}^{-1})F^*(\mathbb{S}^{-1})}{C^*(\mathbb{S}^{-1})}u(t) + \frac{G^*(\mathbb{S}^{-1})}{C^*(\mathbb{S}^{-1})}y(t)\right]^2. \quad (16)$$

У цьому виразі мішані добутки дорівнюють нулю, оскільки помилки $e(t+1), e(t+2), \dots, e(t+k)$ не залежать від вихідних сигналів $y(t), y(t-1), y(t-2), \dots$ і управляючих впливів на шліфувальні верстати $u(t-1), u(t-2), \dots$

Отже, маємо таке рівняння:

$$Ey^2(t+k) \geq \lambda^2 [1 + f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_{k-1}^2], \quad (17)$$

де рівність має місце за умови.

$$G^*(\mathbb{S}^{-1})y(t) + B^*(\mathbb{S}^{-1})F^*(\mathbb{S}^{-1})u(t) = 0. \quad (18)$$

Звідси, закон оптимального управління каналом, який мінімізує дисперсію вихідного сигналу, має такий вигляд:

$$B^*(\mathbb{S}^{-1})F^*(\mathbb{S}^{-1})u(t) = -G^*(\mathbb{S}^{-1})y(t). \quad (19)$$

Помилка управління каналом, при наявності в його складі оптимального регулятора, дорівнює ковзній середньої порядку k :

$$y(t) = \lambda F^*(\mathbb{S}^{-1})e(t) = \lambda [e(t) + f_1 e(t-1) + \dots + f_{k-1} e(t-k+1)]. \quad (20)$$

Член з рівняння (15):

$$\frac{B^*(\mathbb{S}^{-1})F^*(\mathbb{S}^{-1})}{C^*(\mathbb{S}^{-1})}u(t) + \frac{G^*(\mathbb{S}^{-1})}{C^*(\mathbb{S}^{-1})}y(t),$$

можна інтерпретувати як k -кроковий випереджувач для вихідного сигналу каналу $y(t+k)$. Цей випереджувач засновано на вимірах каналом вихідного сигналу $y(t), y(t-1), \dots$

Помилка каналу у цьому випадку дорівнює похибці k -крокового попередження. Таким чином, закон оптимального управління, що мінімізує дисперсію вихідного сигналу каналу, впливає з наявності k -крокового випереджувача й наступного вибору управляючої змінної, таким чином, щоб передвіщена вихідна змінна збіглася з бажаною.

Отже, завдання управління замкненим каналом в умовах неповної інформації розпадаються на два: синтези випереджувача й організація управління.

Помилка управління каналом при використанні стратегії, яка мінімізує дисперсію вихідного сигналу, дорівнює ковзній середньої порядку k . Тому коваріаційна функція помилки управління каналом буде дорівнювати нулю для значень аргументу, більших ніж k . Це значення зручно для використання при практичній перевірці системи в дії. Полюса замкненого каналу дорівнюють нулям полінома $C^*(z)$. Відомо також, що оптимальні закони управління при деяких умовах чутливі до змін їхніх параметрів.

Для досліджень цього питання представимо рівняння (7) у такому вигляді:

$$A^0(\mathbb{S})y(t) = B^0(\mathbb{S})u(t-k) + \lambda^0 C^0(\mathbb{S})e(t). \quad (21)$$

Закон управління визначається у відповідності до припущення, що математична модель замкненого каналу має такий вигляд:

$$A(\mathbb{S})y(t) = B(\mathbb{S})u(t-k) + \lambda C(\mathbb{S})e(t). \quad (22)$$

У цьому рівнянні коефіцієнти статечних поліномів A, B, C небагато відрізняються від аналогічних коефіцієнтів у поліномах A^0, B^0, C^0 . Вирази (21) і (22) мають такий самий порядок n .

Стратегія управління, що мінімізує дисперсію вихідного сигналу замкненого каналу, для математичної моделі (22) задається наступним виразом:

$$u(t) = -\frac{G^*(\mathbb{N}^{-1})}{B^*(\mathbb{N}^{-1})F^*(\mathbb{N}^{-1})}y(t) = -\frac{\mathbb{N}^k G(\mathbb{N})}{B(\mathbb{N})F(\mathbb{N})}y(t), \quad (23)$$

де F й G - поліноми відповідно ступенів $k-1$ й $n-1$.

Дослідимо процес управління замкненим каналом, що описується математичною моделлю (21), за законом (23).

Після підстановки виразу (23) у рівняння (21), маємо:

$$\left[A^0(\mathbb{N}) + \frac{B^0(\mathbb{N})G(\mathbb{N})}{B(\mathbb{N})F(\mathbb{N})} \right] y(t) = \lambda^0 C^0(\mathbb{N})e(t). \quad (24)$$

Застосувавши оператор \mathbb{N}^{n+k-1} до рівності (10) і використовуючи визначення зворотного полінома, після перетворень знаходимо:

$$\mathbb{N}^{k-1}C(\mathbb{N}) = A(\mathbb{N})F(\mathbb{N}) + G(\mathbb{N}). \quad (25)$$

Рівняння (24) і (25) разом дають:

$$\left\{ \mathbb{N}^{k-1}B^0(\mathbb{N})C(\mathbb{N}) + [A^0(\mathbb{N})B(\mathbb{N}) - A(\mathbb{N})B^0(\mathbb{N})]F(\mathbb{N}) \right\} y(t) = \lambda^0 B(\mathbb{N})C^0(\mathbb{N})F(\mathbb{N})e(t) \quad (26)$$

Звідси, характеристичне рівняння замкненого каналу має такий вигляд:

$$z^{k-1}B^0(z)C(z) + [A^0(z)B(z) - A(z)B^0(z)]F(z) = 0. \quad (27)$$

Висновки.

При $A = A^0, B = B^0, C = C^0$ характеристичний поліном виявляється рівним $z^{k-1}B^0(z)C^0(z)$. Таким чином, для невеликих змін параметрів процесу АШ коливання моделі замкнутого каналу (26) близькі до коливань, які відповідають $z^{k-1}B^0(z)C^0(z)$, тобто $k-1$ коливанням для полюсів на начало координат й n коливанням для полюсів у нулях полінома B^0 .

Окрім того, для випадку коли розрахункові параметри замкнутого каналу дорівнюють їхнім поточним значенням, ліву й праву частини рівняння (26) можна скоротити на коефіцієнт B^0C^0 . Звідси, треба, що при $A = A^0, B = B^0, C = C^0$, коливання, які відповідають B^0C^0 , не пов'язані із вхідним сигналом. Так саме за тих умов відповідні змінні стани замкненого каналу некеровані по вхідній змінній.

Таким чином, якщо закон управління каналом визначається виходячи з довільної математичної моделі, ті вхідний сигнал буде збуджувати в ньому всі коливання, які відповідають корінням характеристичного рівняння (27).

При цьому стійкість цих коливань не має особливого значення. Однак, якщо деякі генеруючі вхідним сигналом коливання нестійкі, те можна одержувати нескінченно більші помилки каналів. Це відбувається в тому випадку, якщо поліном B^0C^0 має нулі поза або на границі одиничного кола.

З теорем подання для стаціонарних випадкових процесів потрібно, щоб поліном C^0 завжди можна вибрати й щоб його нулі лежать усередині або на границі одиничного кола.

Таким чином, для полінома C^0 єдиний критичний випадок можливий тоді, коли він має нулі на одиничній окружності. Поліном B^0 буде мати нулі поза одиничним колом, якщо замкнений канал не є мінімально-фазовими.

Отже, коли динамічна система не є мінімально-фазовою або чисельник спектральної щільності збурювання має нулі на одиничній окружності, стратегія управління замкненим каналом, буде надзвичайно чутлива до змін параметрів вихідної моделі. У цій ситуації практично важливо знайти закон управління, який не чутливий до змін параметрів моделі каналу й дає значення дисперсії вихідного сигналу досить близьке до мінімального.

Література

1. Еникеев А.Ф. Оптимальное управление технологическим процессом алмазного шлифования. – Краматорск: ДГМА, 2001. – 160 с.
2. Романенко В.Д., Игнатенко Б.В. Адаптивное управление технологическими процессами на базе микроЭВМ: Учебное пособие. – К.: Вища шк., 1990. – 334 с.

Аннотация

Субботин О.В., Еникеев А.Ф. Стратегия управления замкнутым каналом в условиях неполной входной информации. Система координатного управления шлифовальными станками построена на основе принципа непосредственного цифрового управления, поэтому важно найти закон управления, который не чувствителен к изменениям параметров модели канала и дает значение дисперсии выходного сигнала достаточно близкое к минимальному. В основу его поиска положен принцип минимизации дисперсии выходного сигнала замкнутого канала.

Ключевые слова: стратегия управления, алмазное шлифование, дисперсия, характеристический полином, блок-схема исследуемой системы.

Abstract

Subbotin O.V., Enikeev A.F. Management strategy by the closed channel in the conditions of the incomplete entrance information. The system of the co-ordinate managements of grinding machine tools is constructed on the basis of a principle of a direct digital control, therefore it is important to find the law of management which is not sensitive to changes of parametres of model of the channel and gives value of a dispersion of a target signal close enough to the minimum. The principle of minimisation of a dispersion of a target signal of the closed channel is put in a basis of its search.

Keywords: management strategy, diamond grinding, dispersion, characteristic polynom, the block diagramme of investigated system.

Здано в редакцію:
03.03.2010р.

Рекомендовано до друку:
к.т.н, доц. Маренич К.М.