ДОСЛІДЖЕННЯ БАГАТОСТУПІНЧАСТОЇ ВОДОВІДЛИВНОЇ УСТАНОВКИ МЕТОДОМ ПРОСТОРУ СТАНІВ.

Бессараб В.И. Федюн Р.В.
Донецький державний технічний університет,
кафедра автоматики і телекомунікацій
E-mail: bvi@fcita.dn.ua

Abstract. Bessarab V., Fedun R. Study of a many-staged water-drainage installation by a state-space method. *The questions of study of many-staged water-drainage installations by a state-space method are reviewed in clause. As the object of handle the three-stage water-drainage installation is reviewed. Its model in a state-space of arguments is obtained. This model is investigated studied for controllability and observability. The three-stage water-drainage installation is completely controlled and completely observed.*

Багатоступінчаста водовідливна установка з погляду теорії автоматичного керування є багатомірним багатозв'язним об'єктом. Для спрощення математичних викладень при синтезі системи керування багатоступінчастим водовідливом прийнято обмежитися розглядом триступінчастої водовідливної установки. Таке спрощення дозволяє одержати теоретичні викладення і результати, що цілком характеризують особливості систем керування багатоступінчастих водовідливних установок і можуть бути легко узагальнені для водовідливів з більшою кількістю ступінів.

Одним із сучасних методів, що дозволяє вирішити задачу аналізу і синтезу багатомірної багатозв'язної системи, є метод простору станів [1].

На рис.1 подана структурна схема моделі триступінчастої водовідливної установки у вигляді, зручному для опису в просторі параметрів стану. Докладний опис моделі приведено в [2].

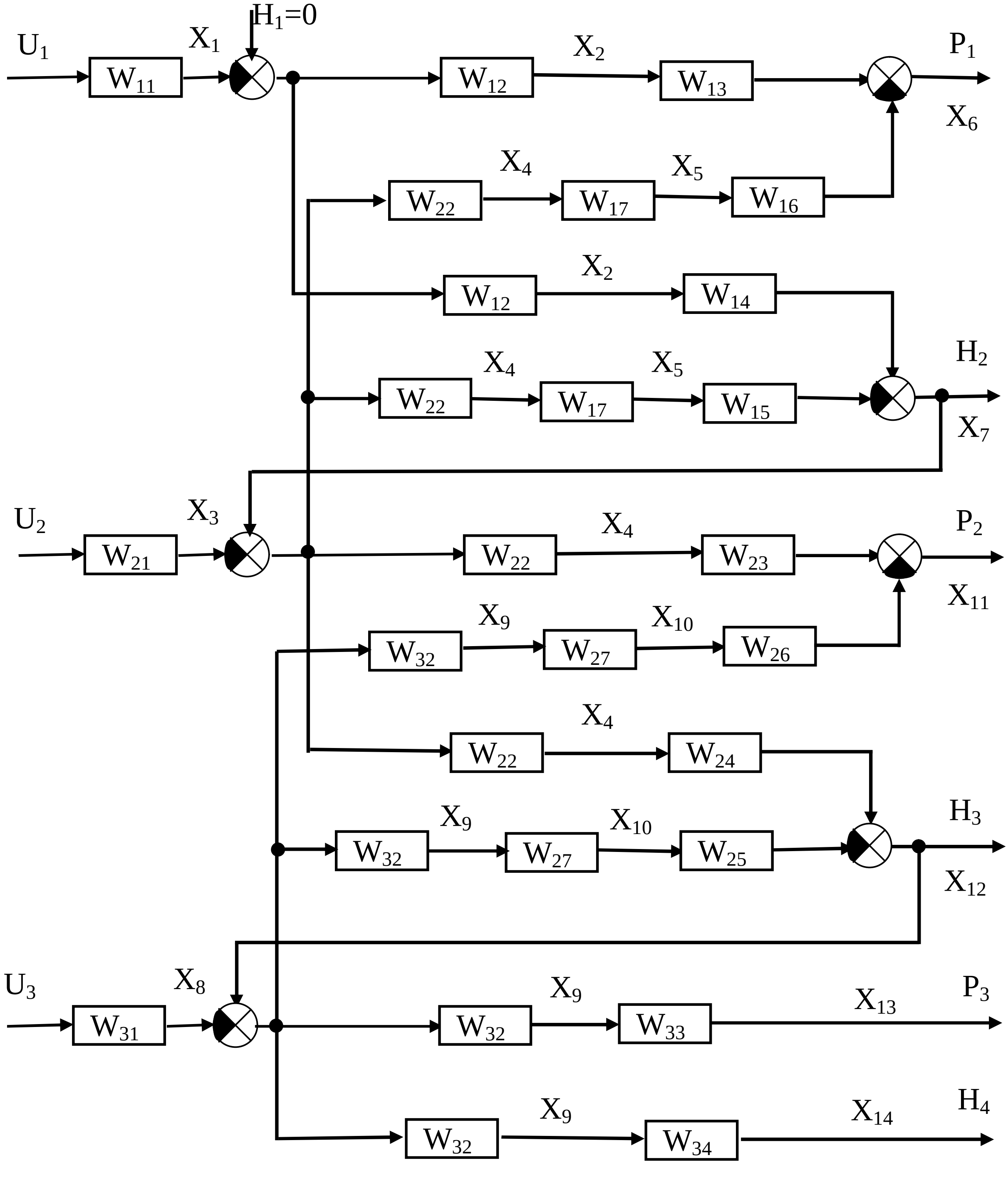

Рисунок 1.– Структурна схема моделі триступінчастої водовідливної установки.

У приведеній структурній схемі триступінчастого водовідливу (рис.1) усі передаточні функції являють собою аперіодичну ланку першого порядку [2]:

$$W(p)=\frac{k}{Tp+1}. \tag{1}$$

Приведена на рис.1 модель об'єкта керування відображає взаємозв'язок між трьома множинами змінних: змінними входу, виходу і стану.

Триступінчаста водовідливна установка (рис. 1) може бути описана наступними системами рівнянь (2) і (3):

$$\begin{cases}
\frac{dX_1(t)}{dt}=-\frac{1}{T_{11}}\cdot X_1(t)+\frac{k_{11}}{T_{11}}\cdot U_1(t),\\
\frac{dX_2(t)}{dt}=-\frac{1}{T_{12}}\cdot X_2(t)-\frac{k_{12}}{T_{12}}\cdot X_1(t),\\
\frac{dX_3(t)}{dt}=-\frac{1}{T_{21}}\cdot X_3(t)+\frac{k_{21}}{T_{21}}\cdot U_2(t),\\
\frac{dX_4(t)}{dt}=-\frac{1}{T_{22}}\cdot X_4(t)-\frac{k_{22}}{T_{22}}\cdot X_3(t)+\frac{k_{22}}{T_{22}}\cdot X_7(t),\\
\frac{dX_5(t)}{dt}=-\frac{1}{T_{17}}\cdot X_5(t)+\frac{k_{17}}{T_{17}}\cdot X_4(t),\\
\frac{dX_6(t)}{dt}=-\frac{T_{16}-T_{13}}{T_{13}\cdot T_{16}}\cdot X_6(t)+\frac{k_{13}}{T_{13}\cdot T_{16}}\cdot X_2(t)-\frac{k_{16}}{T_{13}\cdot T_{16}}\cdot X_5(t),\\
\frac{dX_7(t)}{dt}=-\frac{T_{15}-T_{14}}{T_{14}\cdot T_{15}}\cdot X_7(t)+\frac{k_{14}}{T_{14}\cdot T_{15}}\cdot X_2(t)-\frac{k_{15}}{T_{14}\cdot T_{15}}\cdot X_5(t),\\
\frac{dX_8(t)}{dt}=-\frac{1}{T_{31}}\cdot X_8(t)+\frac{k_{31}}{T_{31}}\cdot U_3(t),\\
\frac{dX_9(t)}{dt}=-\frac{1}{T_{32}}\cdot X_9(t)-\frac{k_{32}}{T_{32}}\cdot X_8(t)+\frac{k_{32}}{T_{32}}\cdot X_{12}(t),\\
\frac{dX_{10}(t)}{dt}=-\frac{1}{T_{27}}\cdot X_{10}(t)+\frac{k_{27}}{T_{27}}\cdot X_9(t),\\
\frac{dX_{11}(t)}{dt}=-\frac{T_{26}-T_{23}}{T_{23}\cdot T_{26}}\cdot X_{11}(t)+\frac{k_{23}}{T_{23}\cdot T_{26}}\cdot X_4(t)-\frac{k_{26}}{T_{23}\cdot T_{26}}\cdot X_{10}(t),\\
\frac{dX_{12}(t)}{dt}=-\frac{T_{25}-T_{24}}{T_{24}\cdot T_{25}}\cdot X_{12}(t)+\frac{k_{24}}{T_{24}\cdot T_{25}}\cdot X_4(t)-\frac{k_{25}}{T_{24}\cdot T_{25}}\cdot X_{10}(t),\\
\frac{dX_{13}(t)}{dt}=-\frac{1}{T_{33}}\cdot X_{13}(t)+\frac{k_{33}}{T_{33}}\cdot X_9(t),\\
\frac{dX_{14}(t)}{dt}=-\frac{1}{T_{34}}\cdot X_{14}(t)+\frac{k_{34}}{T_{34}}\cdot X_9(t).
\end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{cases} P_1 = X_6, \\ H_2 = X_7, \\ P_2 = X_{11}, \\ H_3 = X_{12}, \\ P_3 = X_{13}, \\ H_4 = X_{14}. \end{cases} \tag{3}$$

Триступінчаста водовідливна установка як об'єкт керування характеризується наступними векторами – вектор входу (керуючих впливів) $\overline{U}$, вектор виходу $\overline{Y}$ і вектор перемінних стану $\overline{X}$:

Метод простору стану передбачає запис систем рівнянь (2) і (3) у стандартній векторній-матричній формі:

$$\overline{X}'(t) = A\overline{X}(t) + B\overline{U}(t), \tag{4}$$

$$\overline{Y}(t) = C\overline{X}(t) + D\overline{U}(t), \tag{5}$$

де *X(t)* - вектор стану; *Y(t)* - вектор виходу; *U(t)* - вектор входу ;

A– матриця динаміки об'єкта; *B* – матриця входу об'єкта;

C - матриця виходу об'єкта; *D* - матриця входу об'єкта.

$$\overline{U} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}, \qquad \overline{Y} = \begin{bmatrix} P_1 \\ H_2 \\ P_2 \\ H_3 \\ P_3 \\ H_4 \end{bmatrix},$$

$$\overline{X}^T = [X_1 \quad X_2 \quad X_3 \quad X_4 \quad X_5 \quad X_6 \quad X_7 \quad X_8 \quad X_9 \quad X_{10} \quad X_{11} \quad X_{12} \quad X_{13} \quad X_{14}].$$

Матриця $A = \|a_{ij}\|$ розмірності (14×14) має такі коефіцієнти:

$$a_{11} = -\frac{1}{T_{11}}; \quad a_{21} = -\frac{k_{12}}{T_{12}}; \quad a_{22} = -\frac{1}{T_{12}}; \quad a_{33} = -\frac{1}{T_{21}}; \quad a_{43} = -\frac{k_{22}}{T_{22}}; \quad a_{44} = -\frac{1}{T_{22}};$$

$$a_{47} = \frac{k_{22}}{T_{22}}; \quad a_{54} = \frac{k_{17}}{T_{17}}; \quad a_{55} = -\frac{1}{T_{17}}; \quad a_{62} = \frac{k_{13}}{T_{13} \cdot T_{16}}; \quad a_{65} = -\frac{k_{16}}{T_{13} \cdot T_{16}};$$

$$a_{66} = -\frac{T_{16} - T_{13}}{T_{13} \cdot T_{16}}; \quad a_{72} = \frac{k_{14}}{T_{14} \cdot T_{15}}; \quad a_{75} = \frac{k_{15}}{T_{14} \cdot T_{15}}; \quad a_{77} = -\frac{T_{15} - T_{14}}{T_{14} \cdot T_{15}};$$

$$a_{88} = -\frac{1}{T_{31}}; \quad a_{98} = -\frac{k_{32}}{T_{32}}; \quad a_{99} = -\frac{1}{T_{32}}; \quad a_{912} = \frac{k_{32}}{T_{32}}; \quad a_{109} = \frac{k_{27}}{T_{27}}; \quad a_{1010} = -\frac{1}{T_{27}};$$

$$a_{114} = \frac{k_{23}}{T_{23} \cdot T_{26}}; \quad a_{1110} = -\frac{k_{26}}{T_{23} \cdot T_{26}}; \quad a_{1111} = -\frac{T_{26} - T_{23}}{T_{23} \cdot T_{26}}; \quad a_{124} = \frac{k_{24}}{T_{24} \cdot T_{25}};$$

$$a_{1210} = -\frac{k_{25}}{T_{24} \cdot T_{25}}; \quad a_{1212} = -\frac{T_{25} - T_{24}}{T_{24} \cdot T_{25}}; \quad a_{139} = \frac{k_{33}}{T_{33}}; \quad a_{1313} = -\frac{1}{T_{33}};$$

$$a_{149} = \frac{k_{34}}{T_{34}}; \quad a_{1414} = -\frac{1}{T_{34}}.$$

Всі інші коефіцієнти матриці A дорівнюють нулю.

Матриця $B = \|b_{ij}\|$ розмірності (14×3) має такі коефіцієнти:

$$b_{11} = \frac{k_{11}}{T_{11}}; \quad b_{32} = \frac{k_{21}}{T_{21}}; \quad b_{83} = \frac{k_{31}}{T_{31}}.$$

Всі інші коефіцієнти матриці B дорівнюють нулю.

Матриця $C = \|c_{ij}\|$ розмірності (6×14) має такі коефіцієнти:

$$c_{16} = 1; \quad c_{27} = 1; \quad c_{311} = 1; \quad c_{412} = 1; \quad c_{513} = 1; \quad c_{614} = 1.$$

Всі інші коефіцієнти матриці C дорівнюють нулю.

Матриця D – нульова.

В даний час широке поширення одержали цифрові керуючі пристрої. Системи керування з такими пристроями є дискретними. Для дискретної системи рівняння (4),(5) мають наступний вид [1]:

$$X(k+1) = \overline{A} \cdot X(k) + \overline{B} \cdot U(k), \qquad (6)$$

$$Y(k) = C^T X(k), \qquad (7)$$

де

$$\overline{A}(T) = \exp(AT) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A^i \cdot T^i}{i!}, \qquad (8)$$

$$\overline{B}(T) = \left[\sum_{i=0}^{\infty} \frac{A^i \cdot T^{i+1}}{(i+1)!} \right] \cdot B. \qquad (9)$$

При застосуванні ЕОМ обчислення матриць $\overline{A}(T)$ і $\overline{B}(T)$ по формулах (8) і (9) не представляє яких-небудь труднощів для систем як завгодно високого порядку. Узявши звичайно 8-10 членів матричного ряду, можна визначити $\overline{A}(T)$ і $\overline{B}(T)$ з достатньою для інженерної практики точністю. У загальноприйнятій термінології дискретних систем, звичайно, незважаючи на дискретний характер сигналів у моделі, прийнято позначати матриці $\overline{A}(T)$ і $\overline{B}(T)$ як і для безперервних систем A і B.

При рішенні задач керування методами теорії простору станів враховуються деякі фундаментальні властивості динамічних систем, що не зустрічаються в класичній теорії керування. Цими властивостями є досяжність, керованість, спостережність. Вони представляють інструмент, що дозволяє коротко висловити і сформулювати умови, необхідні для рішення задач синтезу, тобто для розрахунку керуючого пристрою, що забезпечує оптимальне керування об'єктом.

Об'єкт (4), (5) називається цілком керованим, якщо для будь-якого початкового стану $x(t_0)$ існує керування $u(t)$, що переводить цей об'єкт у будь-який кінцевий стан $x(t_1)$ за кінцевий час t-t_1. Керованість об'єктів звичайно досліджується за допомогою критерію керованості, запропонованого Калманом [3].

Об'єкт керування (4), (5) є цілком керованим, якщо тільки ранг матриці керованості W:

$$W = \left[B \mid AB \mid A^2 B \mid \ldots. \mid A^{n-1} B\right] \tag{10}$$

дорівнює розмірності вектора стану n. Якщо ранг матриці W менше n, але більше нуля, то об'єкт називається частково керованим. При ранзі матриці W, рівному нулю, об'єкт цілком некерований.

Об'єкт (4),(5) називається цілком спостережним, якщо початковий стан x_0=$x(t_0)$ можна визначити по керуванню u і спостерігаємому вектору y=$y(t)$, вимірюваному на інтервалі $[t_0,t]$. Для судження про спостережність об'єкту Калманом запропоновано критерій спостережності [3].

Об'єкт керування (4), (5) цілком спостерігається, якщо тільки ранг матриці спостережності Q:

$$Q = \left[C^T \mid A^T C^T \mid (A^T)^2 C^T \mid \ldots \mid (A^T)^{n-1} C^T\right] \tag{11}$$

дорівнює розмірності вектора стану *n*. Якщо ранг матриці *Q* менше *n*, але більше нуля, то об'єкт називається частково спостережним. При ранзі матриці *Q*, рівному нулю, об'єкт є цілком не спостережним.

Дослідження триступінчастої водовідливної установки на керованість і спостережність здійснювалося на ЕОМ по вище викладених критеріях за допомогою математичного пакету MATLAB. В результаті досліджень установлено, що триступінчаста водовідливна установка, що описується рівняннями (6) і (7), є цілком керованою і цілком спостережною.

Висновки.

У результаті проведених досліджень отримана модель триступінчастої водовідливної установки в просторі параметрів стану. Проведено дослідження її на предмет керованості та спостережності. Результати досліджень дозволяють:

- обгрунтувати вибір критерію якості керування для об'єктів такого класу;
- формалізувати процес синтезу цифрової системи керування багатоступінчастими водовідливними установками.

Література:

1. Стрейц В. Метод пространства состояний в теории дискретных линейных систем управления./Перевод с англ. под ред. Я.З. Цыпкина.- Москва, Наука, 1985.-296с.
2. Бессараб В.И., Федюн Р.В. Динамічна модель багатоступінчастого водовідливу вугільних шахт. Наукові праці ДонДТУ. Серія: гірнича електромеханіка, випуск 16. Донецьк, 2000 – с.19–25.
3. Гайдук А.Р. Алгебраические методы анализа и синтеза систем автоматического управления.– Издательство Ростовского университета, 1988.– 208с.