

УДК 621.317

**І.В. Коломійчук, В.О. Поджаренко, П.І. Кулаков**  
 Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця  
 кафедра метрології та промислової автоматики  
 E-mail: [innakolomijchuk@i.ua](mailto:innakolomijchuk@i.ua)

## РОЗРАХУНОК ВІРОГІДНОСТІ КОНТРОЛЮ КУТОВОЇ ШВИДКОСТІ ТА МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ

### Анотація

*Коломійчук І.В., Поджаренко В.О., Кулаков П.І. Розрахунок вірогідності контролю куткової швидкості та моменту інерції. В цій статті дослідження направлені на визначення вірогідності контролю куткової швидкості та моменту інерції.*

**Ключові слова:** кутова швидкість, момент інерції, контроль, похибка, помилка.

### Постановка задачі.

Проведення випробувань електричних машин (ЕМ) необхідно на усіх етапах їх виготовлення та використання. В теперішній час, завдяки досягненням мікропроцесорної та вимірювальної техніки, стало можливим використовувати автоматичні пристрої та системи різного рівня інтелекту для контролю різноманітних характеристик ЕМ як в процесі їх виготовлення, так і під час експлуатації. Підвищення продуктивності праці шляхом вдосконалення пристроїв контролю та нових ефективних методів контролю є важливим та актуальним завданням. Тому постає задача розробки методу розрахунку вірогідності контролю куткової швидкості та моменту інерції.

**Аналіз стану досліджень та публікацій.** Питанню контролю приділено багато уваги в [1–3].

**Формування цілей статті.** На основі вище сказаного, метою статті є розробка способу розрахунку вірогідності контролю куткової швидкості та моменту інерції.

**Викладення основного матеріалу.** Розглянемо помилки контролю куткової швидкості при використанні тахометричного перетворювача (ТП) “кут повороту-напруга” з низькочастотним вихідним сигналом, принцип дії даного ТП заснований на модуляції світлового потоку змінною площиною, яка утворюється при перекритті прозорих елементів модулятора та діафрагми [5]. Закон зміни куткової швидкості залежить від багатьох причин, таких як співвідношення моментів на валу ЕМ, ексцентриситет валів ЕМ та механізмів, що обертаються, технологічної неточності виготовлення ротору, крутильних коливань ротору та ін., серед яких важко виділити домінуючу. Це дозволяє прийняти закон розподілу центрованого значення контролюємого параметру за нормальний:

$$p(\tilde{\omega}) = \frac{1}{\sigma_{\tilde{\omega}} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\tilde{\omega}^2}{2\sigma_{\tilde{\omega}}^2}\right], \quad (1)$$

де  $\tilde{\omega} = \omega - \omega_{\text{НОМ}}$  - центроване значення куткової швидкості,

$\omega_{\text{НОМ}}$  - номінальне значення куткової швидкості,

$\sigma_{\tilde{\omega}}$  - середньоквадратичне відхилення центрованого значення куткової швидкості.

Сумісна двовимірна щільність ймовірності двох безперервних випадкових величин, при умові їх незалежності, у відповідності з [4] дорівнює добутку щільностей розподілу ймовірностей окремих величин, що входять до системи.

$$p(y, t) = p(t) \cdot p(y). \quad (2)$$

Закон розподілу методичної похибки диференціатору першого типу дискретний двомодальний закон розподілу:

$$p(\delta_{\omega M}) = \frac{1}{2} \delta\left(\delta_{\omega M} - \frac{T_B}{2} |\varepsilon_{MAX}|\right) + \frac{1}{2} \delta\left(\delta_{\omega M} + \frac{T_B}{2} |\varepsilon_{MAX}|\right). \quad (3)$$

Закон розподілу похибки вимірювання кутової швидкості, що обумовлена квантуванням вихідного сигналу ТП:

$$p(\delta_{\omega D}) = \frac{2^n T_B}{2\pi - \beta} \left(1 - \frac{2^n T_B}{2\pi - \beta} |\delta_{\omega D}|\right), \quad \delta_{\omega D} \in \left[-\frac{2\pi - \beta}{2^n T_B}; \frac{2\pi - \beta}{2^n T_B}\right]. \quad (4)$$

Закон розподілу похибки вимірювання кутової швидкості, що обумовлена неточністю виконання модулятора та випадковими завадами.

$$p(\delta_{\omega U}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\omega U}} \exp\left(-\frac{\delta_{\omega U}^2}{2\sigma_{\omega U}^2}\right). \quad (5)$$

Сумісна двовимірна щільність ймовірності кутової швидкості та похибки її вимірювання запишеться як

$$p(\tilde{\omega}, \delta_{\omega}) = p(\tilde{\omega}) \cdot p(\delta_{\omega}) = p(\tilde{\omega}) \cdot (p(\delta_{\omega M}) * p(\delta_{\omega D}) * p(\delta_{\omega U})) = \frac{2^{n-1} T_B}{(2\pi - \beta) 2\pi \sigma_{\tilde{\omega}} \sigma_{\omega U}} \cdot \exp\left[-\frac{\tilde{\omega}^2}{2\sigma_{\tilde{\omega}}^2}\right] \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\frac{2\pi - \beta}{2^n T_B}}^{\frac{2\pi - \beta}{2^n T_B}} \left(1 - \frac{2^n T_B}{2\pi - \beta} |\delta_{\omega D}|\right) \cdot \left(\delta\left(\delta_{\omega M} - \delta_{\omega D} - \frac{T_B |\varepsilon_{MAX}|}{2}\right) + \delta\left(\delta_{\omega M} + \delta_{\omega D} + \frac{T_B |\varepsilon_{MAX}|}{2}\right)\right) d\delta_{\omega D} \times \quad (6)$$

$$\times \exp\left(-\frac{(\delta_{\omega U} - \delta_{\omega M})^2}{2\sigma_{\omega U}^2}\right) d\delta_{\omega M}.$$

Помилка першого роду контролю кутової швидкості визначається виразом

$$\alpha_{\omega} = \int_{-\Delta_{\omega}}^{\Delta_{\omega}} \left[ \int_{-\infty}^{-\Delta_{\omega} - \tilde{\omega}} p(\tilde{\omega}, \delta_{\omega}) d\delta_{\omega} + \int_{\Delta_{\omega} - \tilde{\omega}}^{\infty} p(\tilde{\omega}, \delta_{\omega}) d\delta_{\omega} \right] d\tilde{\omega}. \quad (7)$$

Помилка другого роду

$$\beta_{\omega} = \int_{-\infty}^{-\Delta_{\omega}} \int_{-\Delta_{\omega} - \tilde{\omega}}^{\Delta_{\omega} - \tilde{\omega}} p(\tilde{\omega}, \delta_{\omega}) d\delta_{\omega} d\tilde{\omega} + \int_{\Delta_{\omega}}^{\infty} \int_{\Delta_{\omega} - \tilde{\omega}}^{\Delta_{\omega} - \tilde{\omega}} p(\tilde{\omega}, \delta_{\omega}) d\delta_{\omega} d\tilde{\omega}. \quad (8)$$

Розраховані за допомогою пакету програм Maple V R4 залежності помилок першого та другого роду і ймовірності прийняття помилкового рішення від параметру  $\mu = \sigma_{\omega U} / \sigma_{\omega D}$ , який визначає співвідношення між середньоквадратичним відхиленням похибки вимірювання кутової швидкості, що обумовлена випадковими завадами та неточністю виконання модулятора та діафрагми та похибкою квантування вихідного сигналу ТП, наведено на рис. 1-3.

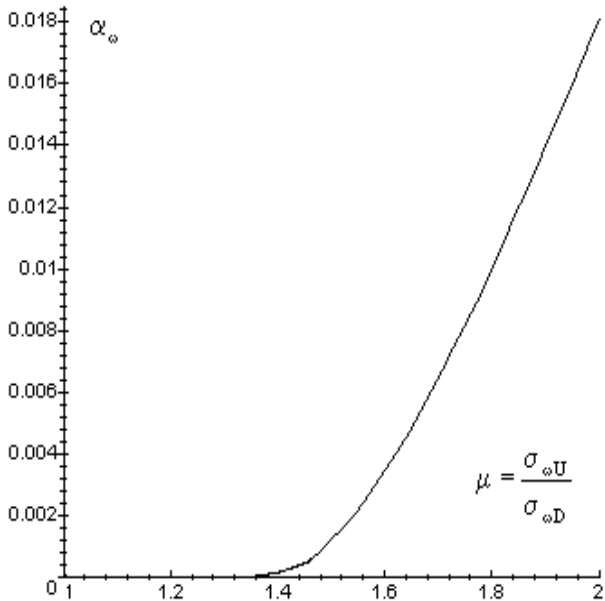


Рисунок 1 – Залежність помилки контролю кутової швидкості першого роду від  $\mu$

При розрахунках було прийнято, що коефіцієнт асиметрії полів допущень дорівнює нулю, контрольні прирости полів допуску за нижньою та верхньою межами дорівнюють нулю, поле допущення  $\Delta_{\omega}=10$  рад/с, середньоквадратичне відхилення центрованого значення кутової швидкості  $\sigma_{\omega}=3$  рад/с.

Допускаються відхилення моменту інерції  $\pm 10\%$  від номінального значення. Сам момент інерції залежить від багатьох факторів, серед яких важко виділити домінуючий. Тому для подальших розрахунків можна припустити, що абсолютне відхилення моменту інерції розподілено за нормальним законом з нульовим математичним очікуванням.

$$p(\Delta J) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\Delta J}} \exp\left(-\frac{\Delta J^2}{2\sigma_{\Delta J}^2}\right). \tag{9}$$

де  $\Delta J$  - абсолютне відхилення центрованого значення моменту інерції;  
 $\sigma_{\Delta J}$  - середньоквадратичне значення абсолютного відхилення моменту інерції.

Сумісна двовимірна щільність ймовірності контролюемого параметру та похибки вимірювання, при умові їх незалежності визначається виразом

$$p(\Delta J, \delta_J) = p(\delta_J) \cdot p(\Delta J) = \frac{1}{2\pi\sigma_J\sigma_{\Delta J}} \exp\left(-\frac{\Delta J^2}{2\sigma_{\Delta J}^2} - \frac{\delta_J^2}{2\sigma_J^2}\right). \tag{10}$$

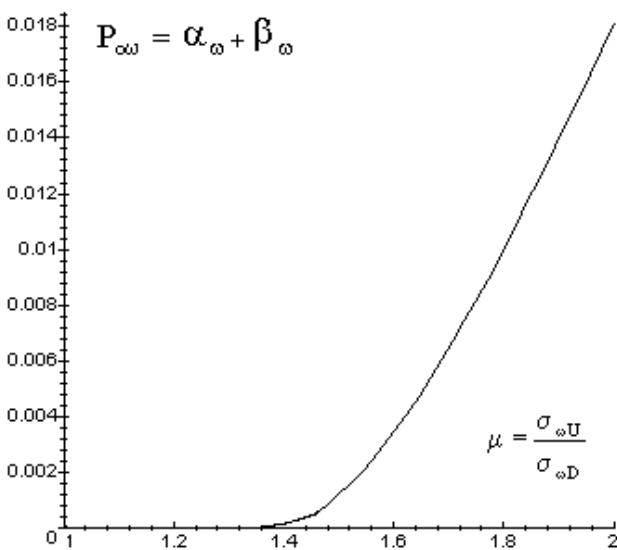


Рисунок 2 – Залежність ймовірності прийняття помилкового рішення при контролі кутової швидкості від  $\mu$

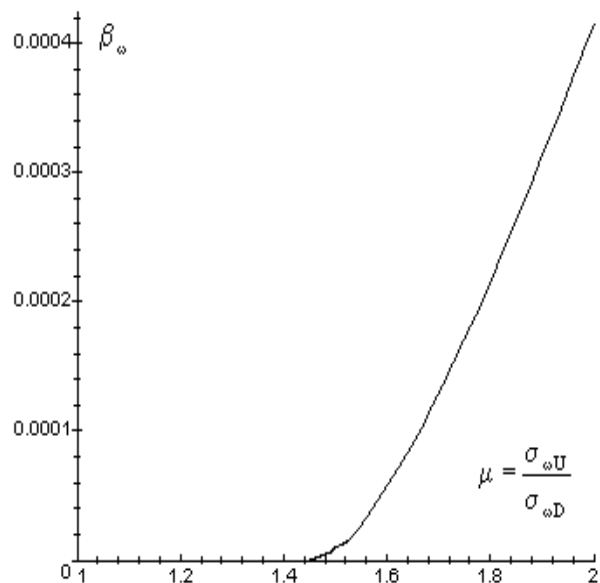


Рисунок 3 – Залежність помилки контролю кутової швидкості другого роду від  $\mu$

Вираз для помилки контролю моменту інерції першого роду

$$\alpha_J = \frac{1}{2\pi\sigma_J\sigma_{\Delta J}} \int_{-\Delta_J}^{\Delta_J} \left[ \int_{-\infty}^{-\Delta_J-\Delta J} \exp\left(-\frac{\Delta J^2}{2\sigma_{\Delta J}^2} - \frac{\delta_J^2}{2\sigma_J^2}\right) d\delta_J + \int_{\Delta_J-\Delta J}^{\infty} \exp\left(-\frac{\Delta J^2}{2\sigma_{\Delta J}^2} - \frac{\delta_J^2}{2\sigma_J^2}\right) d\delta_J \right] d\Delta J. \quad (11)$$

де  $\Delta_J$  - допущення на відхилення моменту інерції.

Вираз для помилки контролю другого роду:

$$\beta_J = \frac{1}{2\pi\sigma_J\sigma_{\Delta J}} \left( \int_{-\infty}^{-\Delta_J} \int_{-\Delta_J-\Delta J}^{\Delta_J-\Delta J} \exp\left(-\frac{\Delta J^2}{2\sigma_{\Delta J}^2} - \frac{\delta_J^2}{2\sigma_J^2}\right) d\Delta J d\delta_J + \int_{\Delta_J-\Delta J}^{\infty} \int_{-\Delta_J-\Delta J}^{\Delta_J-\Delta J} \exp\left(-\frac{\Delta J^2}{2\sigma_{\Delta J}^2} - \frac{\delta_J^2}{2\sigma_J^2}\right) d\Delta J d\delta_J \right). \quad (12)$$

Загальна ймовірність помилкового рішення при контролі моменту інерції

$$P_{0J} = \alpha_J + \beta_J \quad (13)$$

Помилки контролю моменту інерції першого та другого роду та загальна помилка в залежності від середньоквадратичної відносної похибки вимірювання моменту інерції  $\varepsilon_J = \sigma_J/J$  розраховані за допомогою математичного пакету програм Maple V R4. Програму на мові пакету наведено у додатку Б. Результати розрахунку помилок контролю наведено на рис. 4.-6. При розрахунку помилок контролю було прийнято, що номінальне значення

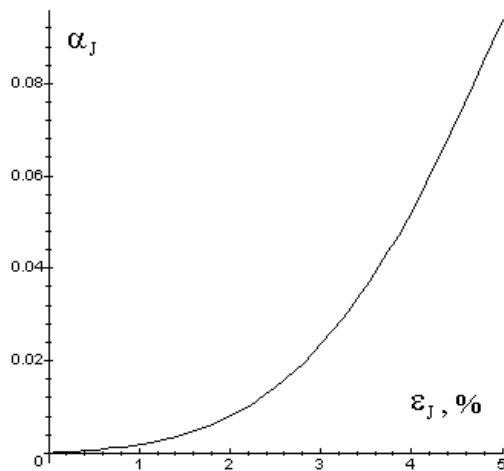


Рисунок 4 – Залежність помилки контролю моменту інерції першого роду від відносного середньоквадратичного значення похибки вимірювання

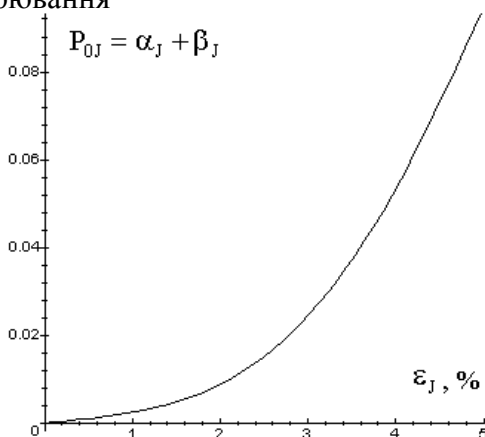


Рисунок 5 – Залежність загальної ймовірності прийняття помилкового рішення від відносного середньоквадратичного значення похибки вимірювання

моменту інерції кіничного ротору  $J = 1.25 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  (відоме значення моменту інерції об'єкту контролю, що використовувався при експериментальних дослідженнях), діапазон зміни відносного середньоквадратичного значення похибки вимірювання моменту інерції 0.01 - 5 %, коефіцієнт асиметрії поля допущення дорівнює нулю, контрольні прирости полів допуску за нижньою та верхньою межами дорівнюють нулю, поле допущення  $\Delta_J = 10\%$ , середньоквадратичне відхилення моменту інерції від номінального значення  $\sigma_{\Delta J} = 0.33 J$  [6].

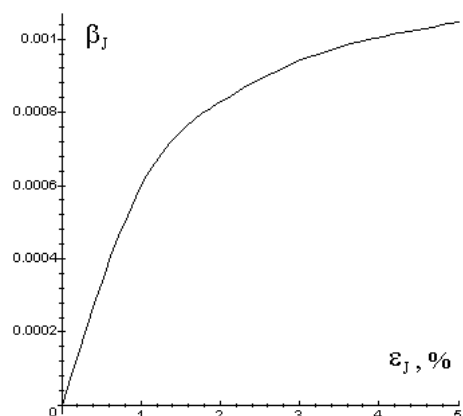


Рисунок 6 – Залежність помилки контролю моменту інерції другого роду від відносного середньоквадратичного значення похибки вимірювання

**Висновки.**

Розраховано помилки контролю моменту інерції, отримано залежність помилок контролю від відносного середньоквадратичного відхилення похибки його вимірювання;

Отримано композицію законів розподілу складових похибки вимірювання кутової швидкості, що дало змогу розрахувати помилки її контролю та отримати залежності помилок контролю від співвідношення середньоквадратичних значень похибки, що обумовлена випадковими завадами та похибки, що обумовлена квантуванням вихідного сигналу ТП.

**Література**

1. Дунаев Б.Б. Точность измерений при контроле качества. –К.: Техніка, 1981. – 152 с.
2. Кузьмин И.В., Кедрус В.А. Основы теории информации и кодирования. – К.: издательское объединение “Вища школа”, 1977. – 280 с.
3. Сиднеев И.М. О выборе параметров, определяющих состояние технического устройства при автоматическом контроле // Труды ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского. – М. – 1963. – вып. 1020.
4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные применения.– М.: Наука, 1988. – 480 с.
5. Поджаренко В.О., Кулаков П.И., Поджаренко А.В. Цифровой тахометричний перетворювач із змінною розрізнявальною здатністю // Вимірювальна техніка та метрологія-1998.-№.53.-С.84-90.
6. Кулаков Павло Ігорович. Розробка та дослідження пристрою контролю характеристик роторної системи з газоманітним підвісом: дис. ... канд. техн. наук : 05.11.13. – Вінниця, 1999. – 182 с. – Бібліогр. : с. 151–161.

**Abstract**

*Kolomiychuk I.V., Podjarenko V.O., Kulakov P.I. Calculation of authenticity of control of angular velocity and moment of inertia. In this article researches are directed on determination of authenticity of control of angular velocity and moment of inertia.*

**Key words:** angular velocity, moment of inertia, control, inaccuracy, mistake.

**Аннотація**

*Коломійчук І.В., Поджаренко В.О., Кулаков П.И. Расчет достоверности контроля угловой скорости и момента инерции. В этой статье исследования направлены на определение достоверности контроля угловой скорости и момента инерции.*

**Ключевые слова:** угловая скорость, момент инерции, контроль, погрешность, ошибка.

Здано в редакцію:  
24.03.10р.

Рекомендовано до друку:  
д.т.н, проф. Зорі А.А.