

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОДВЕСА ВЫСОКОСКОРОСТНОГО НАЗЕМНОГО ТРАНСПОРТА НА ОСНОВЕ ВТОРОГО МЕТОДА ЛЯПУНОВА

Чернышев Н.Н., студент; Рафиков Г.Ш., доц., к.т.н.

*(Донецкий национальный технический университет,
г. Донецк, Украина)*

В современных условиях для подавляющего большинства стран основным видом транспорта является железнодорожный. Опыт эксплуатации таких магистралей показывает, что рост скоростей неизбежно связан с возрастанием расходов на строительство и содержание пути, уменьшением коэффициента сцепления колес с рельсами, ухудшением устойчивости движения поездов, увеличением уровня шумов, создаваемых поездом, наличием трудностей в регулировании движения на участках, сочетающих высокоскоростные и обычные поезда [1].

Для новых транспортных систем должны быть характерны отсутствие загрязнений окружающей среды и предельное ограничение шума, незначительная потребность в полезных земельных площадях. По мнению специалистов многих стран, таким транспортом должен стать принципиально новый высокоскоростной наземный транспорт (ВСНТ) с магнитным подвешиванием (МП) экипажей и бесконтактной передачей тягового усилия благодаря электромагнитному взаимодействию элементов линейных электродвигателей (ЛД) [2].

Одной из наиболее сложных задач, которые необходимо решить при создании систем ВСНТ с ЭМП, является проблема управления экипажем в пространстве с помощью автоматической системы регулирования зазора между полюсами электромагнита и феррорельсами [3].

Разрабатываемая система стабилизации зазора, помимо указанных свойств объекта, должна учитывать малое значение зазора, стабилизация которого должна осуществляться с большой точностью; повышение скорости движения экипажа ВСНТ с ЭМП, разнообразие возмущений, действующих на экипаж; необходимость обеспечения требований комфорта для пассажиров [3].

Синтез такого регулятора возможен на основе методов оптимального управления. К наиболее эффективным методам, с точки зрения практической реализации, относится метод аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) [4] и в частности аналитическое конструирование оптимальных регуляторов вторым методом Ляпунова [5].

Рассмотрим структурную схему системы управления электромагнитного подвеса ВСНТ, представленную на рис. 1.

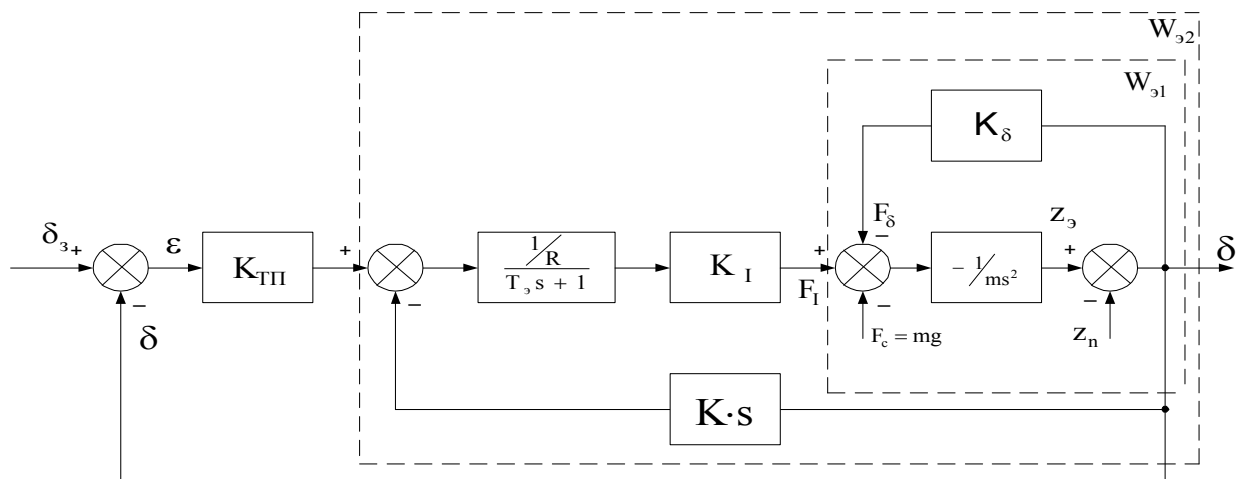


Рисунок 1 – Структурная схема системы автоматического регулирования зазора

На рис. 1 введены следующие обозначения: δ – зазор; ϵ – сигнал рассогласования; z_3 – координата электромагнита; z_n – координата пути; T_3 – постоянная времени электромагнита (ЭМ); R – сопротивление ЭМ; m – масса экипажа; $K_{ТП}$ – коэффициент усиления вентильного преобразователя; K_I, K_δ – коэффициенты передачи от тока и зазора к силе; K – коэффициент передачи от скорости изменения зазора к э. д. с. индукции.

Определим передаточную функцию разомкнутой системы по регулируемой величине δ :

$$W_{\text{раз}}(s) = \frac{\delta(s)}{\epsilon(s)} = \frac{\frac{1}{T_3 m} \cdot \frac{1}{R} K_I K_{ТП}}{s^3 + \frac{1}{T_3} s^2 - \frac{1}{T_3 m} (T_3 K_\delta + \frac{1}{R} K_I K) s - \frac{1}{T_3 m} K_\delta}, \quad (1)$$

Введем обозначения:

$$b_0 = \frac{1}{T_3 m} \cdot \frac{1}{R} K_I K_{ТП}, \quad (2)$$

$$a_1 = \frac{1}{T_3}, \quad (3)$$

$$a_2 = -\frac{1}{T_3 m} (T_3 K_\delta + \frac{1}{R} K_I K), \quad (4)$$

$$a_3 = -\frac{1}{T_3 m} K_\delta. \quad (5)$$

После подстановки формул (2) – (5) в (1), получим

$$W_{\text{раз}}(s) = \frac{\delta(s)}{U(s)} = \frac{b_0}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3}. \quad (6)$$

где $U(s) = \epsilon(s)$ – изображение управляющего воздействия в виде сигнала рассогласования, поступающее на вход системы.

Исходными численными значениями параметров рассматриваемой системы являются: $m=25$ кг, $R=0,39$ Ом, $T_3=0,1$ с, $K_{\text{ТП}}=10$ В/В, $K_I=16$ Н/А, $K_\delta=8 \cdot 10^3$ Н/м, $K=4,8$ В·с/м.

Перейдем от передаточной функции (6) к дифференциальному уравнению вида:

$$\overset{\dots}{\delta}(t) + a_1 \overset{\ddot{}}{\delta}(t) + a_2 \overset{\dot{}}{\delta}(t) + a_3 \delta(t) = b_0 U(t). \quad (7)$$

Произведем замену

$$\delta(t) = x_1(t);$$

$$\overset{\dot{}}{\delta}(t) = \overset{\dot{}}{x}_1(t) = x_2(t);$$

(8)

$$\overset{\ddot{}}{\delta}(t) = \overset{\dot{}}{x}_2(t) = x_3(t);$$

$$\overset{\dots}{\delta}(t) = \overset{\dot{}}{x}_3(t) = -a_3 x_1(t) - a_2 x_2(t) - a_1 x_3(t) + b_0 U(t).$$

С учетом введенных обозначений (8) представим систему дифференциальных уравнений в нормальной форме

$$\overset{\dot{}}{x}_1(t) = 0 \cdot x_1(t) + 1 \cdot x_2(t) + 0 \cdot x_3(t) + 0 \cdot U(t);$$

$$\overset{\dot{}}{x}_2(t) = 0 \cdot x_1(t) + 0 \cdot x_2(t) + 1 \cdot x_3(t) + 0 \cdot U(t); \quad (9)$$

$$\overset{\dot{}}{x}_3(t) = -a_3 \cdot x_1(t) - a_2 \cdot x_2(t) - a_1 \cdot x_3(t) + b_0 \cdot U(t).$$

Запишем систему 3 – х дифференциальных уравнений вида (9) в развернутой векторно – матричной форме

$$\begin{bmatrix} \overset{\dot{}}{x}_1(t) \\ \overset{\dot{}}{x}_2(t) \\ \overset{\dot{}}{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix} \cdot U(t), \quad (10)$$

Уравнение (10) представим в компактной векторно – матричной форме

$$\overset{\dot{}}{\bar{x}}(t) = A \bar{x}(t) + \bar{b} U(t), \quad (11)$$

где $\overset{\dot{}}{\bar{x}}(t) = \begin{bmatrix} \overset{\dot{}}{\delta}(t) \\ \overset{\ddot{}}{\delta}(t) \\ \overset{\dots}{\delta}(t) \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}$, $\bar{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix}$, $\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} \delta(t) \\ \overset{\dot{}}{\delta}(t) \\ \overset{\ddot{}}{\delta}(t) \end{bmatrix}$. (12)

где A – матрица коэффициентов непрерывной динамической системы (НДС) размерности (3×3) , \bar{b} – 3 – х мерный вектор коэффициентов управления НДС, $\bar{x}(t)$ – 3 – х мерный вектор состояния НДС.

Уравнение выхода указанной системы будет иметь вид:

$$y(t) = \bar{c}^T \cdot \bar{x}(t), \quad (13)$$

где $\bar{C}^T = [1 \ 0 \ 0]$ – вектор – строка измерений (выхода).

Подставляя исходные данные в формулы (2) – (5), получим $b_0=164,1$; $a_1=10$; $a_2=-398,7$ и $a_3=-3200$.

Таким образом, получены уравнение состояния и уравнение выхода НДС.

Затем от уравнений состояния НДС перейдем к уравнению состояния дискретной динамической системы (ДДС).

$$\bar{x}[(k+1)T] = \Phi(T) \cdot \bar{x}(kT) + \bar{h}(T) \cdot U(kT), \quad (14)$$

$$y(kT) = \bar{C}^T \cdot \bar{x}(kT). \quad (15)$$

где $\Phi(T) = e^{AT} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A^i T^i}{i!}$, $\bar{h}(T) = A^{-1}(\Phi - I)\bar{b} = \left[\sum_{i=0}^{\infty} \frac{A^i T^{i+1}}{(i+1)!} \right] \cdot \bar{b}$,

где $\Phi(T)$ – матрица перехода состояний ДДС размерности (3×3) ; $\bar{h}(T)$ – вектор – столбец управляемого перехода ДДС размерности (3×1) ; T – период дискретности; I – единичная матрица размерности (3×3) .

Найдем матрицу перехода состояний ДДС $\Phi(T)$ с помощью разложения в ряд матричного экспоненциала по формуле

$$\Phi(T) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A^i T^i}{i!} \cong \sum_{i=0}^5 \frac{A^i T^i}{i!} = I + AT + \frac{A^2 T^2}{2!} + \frac{A^3 T^3}{3!} + \frac{A^4 T^4}{4!} + \frac{A^5 T^5}{5!}. \quad (16)$$

Подставляя в формулу (16) значение периода дискретности $T=0,025$ с, а так же матрицу коэффициентов объекта управления A , вычислим матрицу $\Phi(T)$.

В результате выполнения вычислительных операций получим матрицу перехода состояний ДДС:

$$\Phi(T) = \begin{bmatrix} 1.0079 & 0.0260 & 0.0002 \\ 0.9413 & 1.1252 & 0.0231 \\ 73.9110 & 10.1520 & 0.8943 \end{bmatrix}$$

Далее вычислим матрицу управляемого перехода $\bar{h}(t)$ по формуле

$$\bar{h}(T) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A^i T^{i+1}}{(i+1)!} \cdot \bar{b} \cong \sum_{i=0}^5 \frac{A^i T^{i+1}}{(i+1)!} \cdot \bar{b} = \left(IT + \frac{AT^2}{2!} + \frac{A^2 T^3}{3!} + \frac{A^3 T^4}{4!} + \frac{A^4 T^5}{5!} + \frac{A^5 T^6}{6!} \right) \cdot \bar{b}. \quad (17)$$

Выполнив вычисления по указанной формуле, получим вектор управляемого перехода ДДС:

$$\bar{h}(T) = \begin{bmatrix} -0.0004 \\ -0.0483 \\ -3.7903 \end{bmatrix}$$

Критерий оптимальности для стационарного процесса рассматриваемой ДДС может быть представлен в следующем виде:

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \left[\bar{x}^T(k) Q \bar{x}(k) + r U^2(k) \right] \quad (18)$$

где: первое слагаемое под знаком суммы характеризует просуммированную ошибку состояния динамической системы, т.е. точность работы этой системы; второе слагаемое характеризует затраты энергии на управление, т.е. быстродействие системы; Q – симметричная положительно определенная матрица весовых коэффициентов размерности (3×3) ; r – весовой коэффициент. Для дискретной системы управления функция Ляпунова может быть представлена в виде [5]:

$$V(\bar{x}, k) = \bar{x}^T(k) P \bar{x}(k), \quad (19)$$

где P – положительно определенная симметричная матрица с постоянными коэффициентами размерности (3×3) .

Тогда первая разность функции Ляпунова запишется так:

$$\Delta V(\bar{x}, k) = \Delta[\bar{x}^T(k) P \bar{x}(k)] = \bar{x}^T(k+1) P \bar{x}(k+1) - \bar{x}^T(k) P \bar{x}(k), \quad (20)$$

Согласно теореме о существовании функции Ляпунова первая разность функции Ляпунова должна быть отрицательно определенной. Объединяя это условие с критерием оптимальности (18), мы фактически определим матрицу P . Предположим

$$\bar{x}^T(k+1) P \bar{x}(k+1) - \bar{x}^T(k) P \bar{x}(k) = -[\bar{x}^T(k) Q \bar{x}(k) + r U^2(k)], \quad (21)$$

Для того, чтобы минимизировать функцию вида (20) мы вычислим сумму

$$\sum_{k=0}^{\infty} \Delta[\bar{x}^T(k) P \bar{x}(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} [\bar{x}^T(k+1) P \bar{x}(k+1) - \bar{x}^T(k) P \bar{x}(k)]. \quad (22)$$

После соответствующего преобразования с учетом (14) можно получить

$$J_{\min} = \bar{x}^T(0) P \bar{x}(0). \quad (23)$$

Уравнение Риккати запишется в виде [5]

$$P = \Phi^T P \Phi - \Phi^T P \bar{h} \cdot (\bar{h}^T P \bar{h} + r)^{-1} \cdot \bar{h}^T P \Phi + Q, \quad (24)$$

В результате итерационного вычисления уравнения Риккати получим

$$P = \begin{bmatrix} 2.037 \cdot 10^6 & 3.883 \cdot 10^6 & 10384 \\ 3.883 \cdot 10^6 & 82477 & 2015.9 \\ 10384 & 2015.9 & 147.03 \end{bmatrix}.$$

Оптимальное управление $U^0(k)$ представим следующим образом

$$U^0(k) = -(\bar{h}^T P \bar{h} + r)^{-1} \cdot \bar{h}^T P \Phi \bar{x}(k). \quad (25)$$

Уравнение замкнутой системы управления запишем в виде:

$$\bar{x}(k+1) = [\Phi - \bar{h}(\bar{h}^T P \bar{h} + r)^{-1} \cdot \bar{h}^T P \Phi] \bar{x}(k). \quad (26)$$

Для автоматизации всех вычислительных операций и проведения экспериментального моделирования исследуемой ДДС с получением переходных процессов в номинальном и возмущенном режимах функционирования разработано программное обеспечение в виде законченного программного модуля с использованием пакета прикладных программ Matlab [6].

Варьированием параметрами (T_{Δ} , $K_{\text{тп}}$, K_I , K_{δ} и K) исходной динамической системы на $\pm 20\%$ получены следующие процессы.

На рис. 2 представлены переходные процессы ДДС при изменении значения постоянной времени ЭМ на $\pm 20\%$ от номинального значения. Время переходного процесса в номинальном режиме составляет 0,575 с.

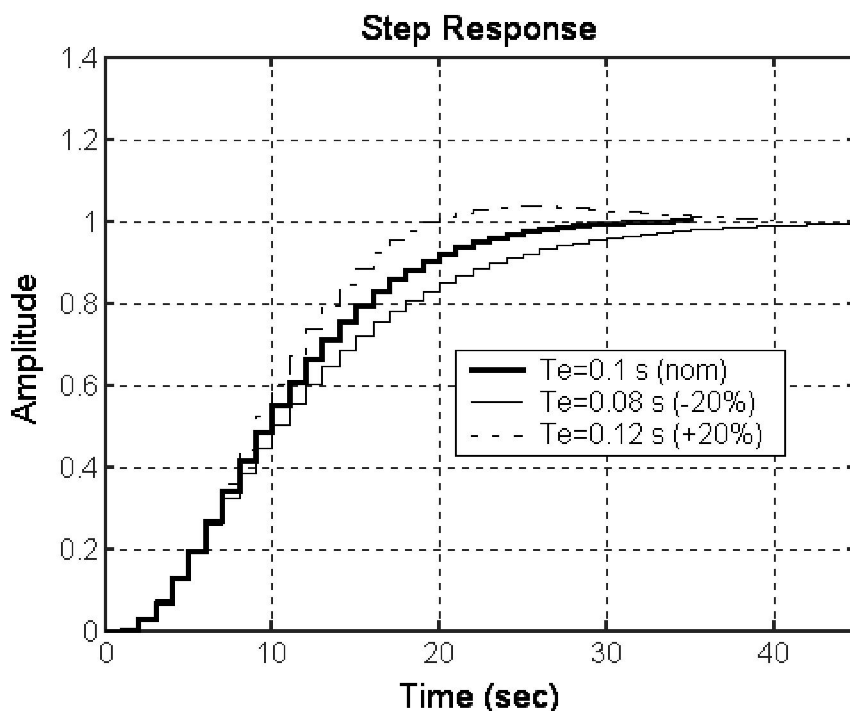


Рисунок 2 – Реакция замкнутой ДДС на единичный скачок при отклонении значения T_e на $\pm 20\%$ от номинального значения

В результате проведенного экспериментального моделирования можно сделать вывод о том, что при изменении параметров на $\pm 20\%$ от номинального значения, система остается устойчивой и сохраняет свою работоспособность.

Таким образом, синтезированная ДДС электромагнитного подвеса оказалась робастной по отношению к измененным параметрам системы.

Выводы по работе:

1. Получено уравнение состояния и уравнение выхода динамической системы электромагнитного подвеса в непрерывной и дискретной форме.
2. Произведен синтез алгоритма оптимального управления по квадратичному критерию качества вторым методом Ляпунова и получено решение матричного уравнения Риккати.
3. Приведены выражения для минимального значения критерия оптимальности и алгоритма оптимального управляющего воздействия, доставляющего минимум заданному критерию качества.
4. Проведенное моделирование полностью подтвердило теоретические результаты предложенной методики оптимизации ДДС.

Перечень ссылок

1. Бочаров В.И., Винокуров В.А., Исаков И.П. Проблемы транспортной экономики и энергетики, пути их решения. В кн. Высокоскоростной наземный транспорт с линейным приводом и магнитным подвесом. Под ред. В.И. Бочарова и В.Д. Нагорского. – М.: Транспорт, 1985.– 273 с.
2. Бочаров В.И., Васюков О.Н. Системы наземного транспорта с магнитным подвесом и линейными тяговыми электродвигателями. В кн. Высокоскоростной наземный транспорт с линейным приводом и магнитным подвесом. Под ред. В.И. Бочарова и В.Д. Нагорского. – М.: Транспорт, 1985.– 273 с.
3. Режко Н.А. Системы управления электромагнитным подвесом. В кн. Высокоскоростной наземный транспорт с линейным приводом и магнитным подвесом. Под ред. В.И. Бочарова и В.Д. Нагорского. – М.: Транспорт, 1985.– 273 с.
4. Режко Н.А., Савина М.М. Методика оптимизации электромагнитного подвеса. Известия ВУЗов. “Электромеханика” №11, 1975. с. 1004 – 1009.
5. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления: Учеб. Пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1989.– 447 с.
6. Медведев В.С., Потемкин В.Г. Control System Toolbox. MATLAB 5 для студентов/ Под общ. ред. к.т.н. В.Г. Потемкина. – М.: ДИАЛОГ – МИФИ, 1999.– 278 с. (Пакеты прикладных программ).