



## Прогнозирование сдвижений земной поверхности во времени

Приведено уравнение, описывающее процесс развития вертикальных сдвижений земной поверхности во времени и обосновано деление стадий процесса сдвижения. Изложена методика динамического прогнозирования оседаний, основанная на использовании результатов маркшейдерских наблюдений.

В соответствии с требованиями Правил [1] сдвижения и деформации земной поверхности рассчитываются для закончившегося процесса сдвижения. При прогнозе влияния подземных горных работ на земную поверхность большое значение имеет динамика процесса сдвижения и выделение его стадий. В этих целях исследователи используют описательные признаки либо граничные параметры (численные значения оседаний или их скоростей), которые могут меняться в зависимости от горно-геологических условий. Существует также множество видов уравнения, которым описывается развитие оседаний и других видов сдвижений, однако в большинстве приводится, как правило, только часть процесса.

Для однозначного понимания и описания процессов, характеризующих оседание земной поверхности, целесообразен единообразный подход с использованием объективных численных значений параметров. Для полного описания процесса при относительно постоянной скорости подвигания горных работ наиболее подходит функция [2]

$$f = \eta(t) = \eta_k \left(1 - e^{-\beta_1(t+t_0)^2}\right), \quad (1)$$

где  $\eta$  – оседание некоторой точки  $P$ , расположенной на земной поверхности (рис. 1), в момент времени  $t$ ;

$\eta_k$  – конечное значение оседания точки  $P$ ;

$\beta_1$  – эмпирический коэффициент, определяемый по данным наблюдений;

$t_0$  – время, прошедшее от начала воздействия горной выработки на точку  $P$  до момента прохода створа лавы под данной точкой.

Функцией (1) описываются постепенное нарастание оседаний при подходе выработки к точке  $P$ , интенсивная часть процесса после прохода лавы и последующее затухание сдвижения (кривая 1, рис. 1).

Первая производная от функции (1) характеризует скорость развития процесса:

$$f' = v(t) = 2\eta_k(t+t_0)\beta_1 e^{-\beta_1(t+t_0)^2}. \quad (2)$$

С началом воздействия выработки на земную поверхность скорость постепенно возрастает, достигая максимального значения (кривая 2, рис. 1), а затем постепенно снижается до нуля. В момент достижения максимальной скорости происходит перегиб кривой 1 оседаний. Кривая 2 скорости несимметрична относительно максимального значения. В начале процесса она более крутая, причем этот период значительно короче, чем период снижения скорости, где кривая 2 более пологая.

Вторая производная от функции (1) – ускорение:

$$f'' = a(t) = 2\eta_k\beta_1 e^{-\beta_1(t+t_0)^2} \left[1 - 2\beta_1(t+t_0)^2\right]. \quad (3)$$

Ускорение максимально в момент начала процесса сдвижения (кривая 3, рис. 1), потом постепенно уменьшается, равняется 0 в момент достижения максимальной скорости, после этого принимает отрицательные значения, и далее, достигнув максимального отрицательного значения, снова приближается к нулю.

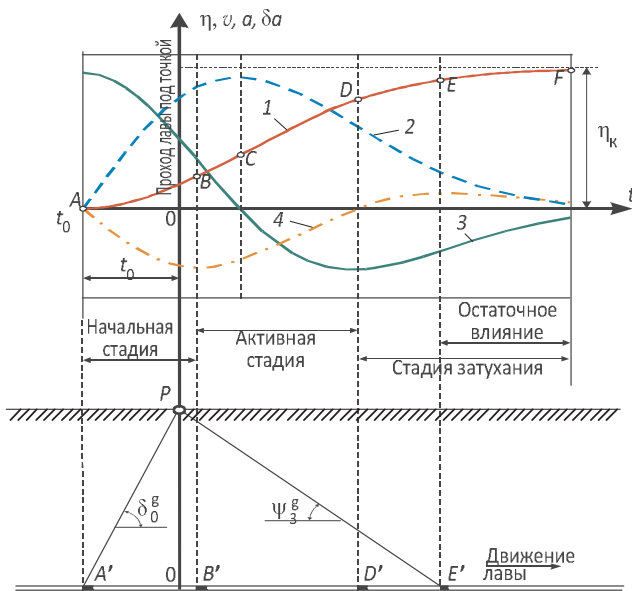
Третья производная (кривая 4, рис. 1) от функции (1) представляет собой изменение ускорения  $\delta a$ :

$$f''' = \delta a(t) = 4\eta_k\beta_1^2(t+t_0)e^{-\beta_1(t+t_0)^2} \left[-3 + 2\beta_1(t+t_0)^2\right]. \quad (4)$$

Вторая и третья производные имеют малое практическое значение, но совместное рассмотрение функции (1) и ее частных производных (2) – (4) позволяет сформулировать предложения для четкого и однозначного разделения стадий процесса сдвижения.

Целесообразно выделить три стадии процесса сдвижения: **начальную, активную и стадию затухания** (см. рис. 1).

Начало воздействия выработки (забой выработки находится в точке  $A'$ , рис. 1) на точку  $P$ , расположенную на земной поверхности, и начало *начальной стадии* совпадают. Однако определение момента, когда начинается воздействие горной выработки на земную по-



**Рис. 1.** Графическое представление развития оседаний земной поверхности во времени: 1 – кривая оседаний  $f = 2\eta(t)$ ; 2 – кривая скорости оседаний  $f' = v(t)$ ; 3 – кривая ускорения  $f'' = a(t)$ ; 4 – кривая изменения ускорения  $f''' = \delta a(t)$ ;  $A'$ ,  $B'$ ,  $D'$ ,  $E'$  – положения забоя выработки в характерные моменты развития оседаний.

верхность в точке  $P$ , проблематично: во-первых, наблюдения проводятся с некоторым интервалом, а во-вторых, оседания в начале процесса незначительные и их трудно разделить с неизбежными ошибками наблю-

дений. Именно поэтому в формуле (1) начало оси абсцисс ( $t = 0$ ) приурочено к моменту, который фиксируется однозначно, т. е. к моменту пересечения забоем выработки вертикальной линии, проведенной через точку наблюдений. Тогда начало процесса сдвижения определяется по величине  $t_0$ , которая неизвестна. Ее находят в результате совместной обработки результатов нескольких серий наблюдений. В момент начала процесса сдвижения угол на разрезе по простиранию между забоем лавы и точкой наблюдения является динамическим граничным углом  $\delta_0^d$  (см. рис. 1).

В качестве начала *активной стадии* предлагается принять точку  $B$  с максимальным отрицательным значением изменения ускорения (забой лавы находится в точке  $B'$ ). Данная точка располагается после прохода лавы под точкой  $P$ . Окончанием активной стадии и началом стадии затухания следует считать точку  $D$ . Она соответствует нулевому значению изменения ускорения и экстремальному значению самого ускорения.

Начиная с момента прохождения забоем выработки точки  $E$  (максимум изменения ускорения) дальнейшее увеличение размеров выработки не оказывает влияния на точку наблюдений. В последующем происходит лишь уплотнение пород на участке выработки  $A - E$ . Угол наклона линии  $E'P$  является динамическим углом полных сдвижений  $\psi_3^d$  (см. рис. 1).

Учитывая, что функция (1) асимптотически приближается к конечному значению оседания, целесообразно за окончание процесса сдвижения принять момент, когда оседание достигает определенного уровня конеч-

Таблица 1

Точки на рис. 1	Абсцисса $t$	Ордината (оседание) $\eta$	Скорость	Ускорение	Изменения ускорения	Примечания
$A$	$-t_0$	0	0	max	0	Начало влияния выработки на точку $P$
$O$	0	$(1 - e^{-\beta_1 t_0^2}) \eta_k$				Проход створа очистной выработкой под точкой $P$
$B$	$\frac{0,5246}{\sqrt{\beta_1}} - t_0$	$(1 - e^{-0,275}) \eta_k = 0,241 \eta_k$			min	Начало активной стадии
$C$	$\frac{0,7071}{\sqrt{\beta_1}} - t_0$	$(1 - e^{-0,5}) \eta_k = 0,393 \eta_k$	$\eta_k e^{-0,5} \sqrt{2\beta_1} = 0,858 \eta_k \sqrt{\beta_1}$			Максимальная скорость, точка перегиба кривой оседания
$D$	$\frac{1,2247}{\sqrt{\beta_1}} - t_0$	$(1 - e^{-1,5}) \eta_k = 0,777 \eta_k$		min	0	Начало стадии затухания. Максимальное отрицательное ускорение, точка перегиба кривой скорости
$E$	$\frac{1,6507}{\sqrt{\beta_1}} - t_0$	$(1 - e^{-2,723}) \eta_k = 0,934 \eta_k$			max	Начало остаточного влияния
$F$	$\sqrt{\frac{1}{\beta_1}} \ln(1-d) - t_0$	$d \eta_k$ $d = 0,97 \dots 0,99$				Окончание процесса сдвижения

Таблица 2

Шахта	$m$ , м	$w$ , м/сут	$H$ , м	№ репера	$\eta_k$ , мм	$\sigma$ , %	$v_{\max}$ , мм/сут	Примечания
«Самарская»	1,02	2,4	210	53	620	2,4	12,7	Слабые вмещающие породы; мощность наносов более 90 м; угол падения пласта 2–3°
«Белозерская»	1,30	2,1	420	132	819	1,7	5,7	Слабые вмещающие породы (угли марки Д и Г); мощность наносов более 65 м (15 % толщи); угол падения пласта 10–13°
«Куйбышевская»	0,70	0,5	750	19	577	3,4	0,5	Породы средней крепости (угли марки К); мощность наносов 10–20 м; низкая скорость подвигания забоя; угол падения пласта 7°
№ 9 «Капитальная»	1,15	1,0	453	76	769	2,0	3,0	Породы средней крепости (угли марки К); мощность наносов 30 м; угол падения пласта 2°
Им. А. Ф. Засядько	2,10	3,0	1200	1	426	1,8	1,3	Большая глубина разработки; высокая скорость подвигания забоя; угли марки К и Ж; мощность наносов не более 10 м; угол падения пласта 10–12°
«Глубокая»	1,15	0,5	514	1	750	2,0	2,3	Угли марки Т; угол падения пласта 25–32°
№ 22 «Коммунарская»	1,47	1,5	652	13	970	2,7	3,9	Угли марки Т; мощность наносов около 15 м; угол падения пласта 20°
«Волынская-Комсомольская»	1,50	0,9	45	12-20	914	4,5–6	16,3	Крепкие вмещающие породы (антрациты); угол падения пласта 26–32°; реперы расположены в подземной горной выработке

Примечание. Приняты обозначения:  $m$  – вынимаемая мощность пласта;  $w$  – средняя скорость подвигания забоя;  $H$  – средняя глубина горных работ;  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение фактических данных от аппроксимирующей функции, % конечной величины оседания;  $v_{\max}$  – максимальная скорость оседания.

Таблица 3

Параметр	Уравнение связи	Квадрат смешанной корреляции
Общая продолжительность процесса сдвижения	$T = 1,07 H/w$	0,85
Время от начала влияния до момента прохода створом лавы под пунктом наблюдений	$t_0 = 0,24 H/w$	0,66
Продолжительность стадии: начальной	$T_n = 0,30 H/w$	0,85
активной	$T_a = 0,40 (H/w)$	0,85
затухающей	$T_s = 0,37 (H/w)$	0,85
Продолжительность части затухающей стадии: первой	$T_{s1} = 0,24 (H/w)$	0,85
второй (остаточное влияние)	$T_{s2} = 0,13 (H/w)$	0,85
Начало: активной стадии	$t_B = 0,07 (H/w)$	0,49
стадии затухания	$t_D = 0,47 (H/w)$	0,84
периода остаточного влияния	$t_F = 0,71 (H/w)$	0,85
Окончание процесса сдвижения	$t_F = 0,84 (H/w)$	0,85
Момент достижения максимальной скорости оседания	$t_{v_{\max}} = 0,16 (H/w)$	0,75
Коэффициент $\beta_1$	$\beta_1 = 0,577(H/w)^{-1,75}$	0,87
Отношение оседания в момент прохода лавы к конечному оседанию	$\eta_{ст}/\eta_k = 13,9 + 3,70w$	0,19
Максимальная скорость оседания	$v_{\max} = 22,6[1 - \exp(-0,075\eta_k(w/H))]$	0,85

Таблица 4

Число значений оседаний	Конечное оседание, мм	Коэффициент $\beta_1$	$t_0$ , сут	Среднеквадратическое отклонение, мм	Оседание, мм		$\Delta\eta = \eta_{пр} - \eta_{ф}$
					прогнозное $\eta_{пр}$	фактическое $\eta_{ф}$	
3	720	$1,5403 \cdot 10^{-4}$	71	4,9	268	450	-182
4-1	15579	$1,9324 \cdot 10^{-6}$	75	7,7	893	668	225
4-2	820*	$6,4856 \cdot 10^{-5}$	61	13,4	668	668	0
5	847	$5,9236 \cdot 10^{-5}$	63	13,3	802	793	9
6	833	$6,1893 \cdot 10^{-5}$	62	13,3	828	813	15
7	822	$6,5294 \cdot 10^{-5}$	61	13,8	821	816	5
8	819	$6,6077 \cdot 10^{-5}$	60	13,9			

\* Ограничение.

ного значения  $\eta = d\eta_k$  (точка  $F$ , рис. 1). Значение коэффициента  $d$  должно быть близко к 1 и составлять, по нашему мнению, 0,97 – 0,99.

В табл. 1 приведены координаты характерных точек, которые предлагается использовать в качестве границ стадий сдвижения. Кроме точек, разделяющих стадии процесса, характерными являются точки  $O$  (момент прохода лавы под точкой) и  $C$  (момент достижения максимальной скорости оседания). Анализ координат характерных точек показывает, что их абсциссы (время) зависят только от  $\beta_1$  и  $t_0$ , а ординаты (оседания) – от  $\eta_k$ .

При описании развития процесса сдвижения вместо времени по оси абсцисс можно откладывать расстояния  $L$  от проекции линии забоя на земную поверхность до точки наблюдения. Если при подходе забоя к точке наблюдения  $P$  принимать отрицательные значения  $L$ , то уравнение (1) преобразуется в следующее:

$$\eta(L) = \eta_k \left( 1 - e^{-\beta_2(L+L_0)^2} \right), \quad (5)$$

где  $\beta_2$  – эмпирический коэффициент, определяемый по данным наблюдений;

$L_0$  – расстояние от проекции линии забоя до точки наблюдений, при котором начинается воздействие лавы.

Если указанные расстояния  $L$  отнести к средней глубине разработки  $H$ , то функция (5) примет вид

$$\eta(L/H) = \eta_k \left( 1 - e^{-\beta_3(L+L_0)/(H)^2} \right). \quad (6)$$

Отношение  $L/H$  по сути представляет тангенс угла линии на вертикальном разрезе вдоль линии подвигания выработки, которая соединяет забой с точкой на земной поверхности. При этом  $\text{tg} \delta_0^1 = L_0/H$ .

Разработанный методический и математический аппарат был использован для анализа результатов наблюдений в широком диапазоне горно-геологических условий Донбасса при различных глубинах разработки и скоростях подвигания работ. Для этого были подобраны данные фактических наблюдений (табл. 2) на шахтах: «Самарская» (Западный Донбасс); «Белозерская» (Красноармейский район); им. Засядько, «Глубокая», № 9 «Капитальная» и «Куйбышевская» (Донецко-

Макеевский район); № 22 «Коммунарская» и «Волынская-Комсомольская» (Торезско-Снежнянский район). Суточная скорость подвигания изменяется от 0,5 до 3 м, глубина разработки – от 40 до 1200 м, углы падения пластов – от 0 до 30°.

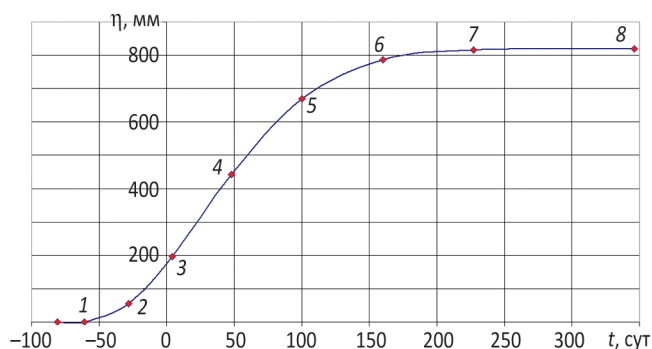


Рис. 2. Оседания  $\eta$  репера 132 на шахте «Белозерская» в динамике: 1 – 8 – номера точек графика.

Во всех рассмотренных случаях динамика развития оседаний достаточно надежно описывается предложенными функциями. Средние квадратические отклонения фактических данных от аппроксимируемых значений составили 1–6 % (см. табл. 2).

Из обобщения полученных результатов (табл. 3) следует, что общая продолжительность процесса сдвижения, длительность отдельных стадий, периоды между выделенными характерными точками, а также величины  $\beta_1$  и  $t_0$  в первую очередь зависят от отношения глубины разработки  $H$  к средней скорости подвигания забоя  $w$ .

Максимальная скорость оседаний также зависит от отношения глубины разработки к скорости подвигания забоя: с увеличением глубины скорость оседаний уменьшается, а с возрастанием скорости подвигания забоя – увеличивается. Кроме того, она определяется и значением конечного оседания. На оседание точек земной поверхности в момент прохождения забоем лавы створа наблюдений  $\eta_{ст}$  влияет скорость развития горных работ: с повышением скорости подвигания забоя оседания при нахождении забоя лавы под точкой

увеличиваются. Если скорость подвигания 1 м/сут, то оседания в створе составляют 17–18 % конечного оседания; при скорости 2 м/сут – 20–21 %; при скорости 3 м/сут – 25–26 %.

Несмотря на устойчивость приведенных выше общих закономерностей и зависимостей, в реальных условиях надежность прогноза развития сдвижений во времени может быть повышена на основе динамического прогнозирования с использованием данных маркшейдерских наблюдений.

Если по результатам промежуточных наблюдений определить все неизвестные ( $\eta_k$ ,  $\beta_1$ ,  $t_0$ ), входящие в уравнение (1), то появляется возможность прогнозировать развитие оседаний на ближайший момент, а также устанавливать периодичность наблюдений (дату проведения следующего наблюдения). Для принятия предупредительных мер защиты зданий и сооружений эти параметры необходимо получить как можно раньше, т. е. в начале процесса оседания. Уже при наличии трех значений оседаний в различные периоды времени можно решать задачу по поиску неизвестных.

Исследования такого подхода к прогнозированию развития оседаний на реальных данных показали, что при использовании только точек, которые расположены до перегиба кривой оседаний, можно получить неоправданно большое значение конечного оседания. В этом случае предлагается вводить ограничение на конечное оседание. В качестве такой ограничивающей величины может быть использовано прогнозируемое ожидаемое оседание, например рассчитанное по Правилам [1].

Рассмотрим применение динамического прогнозирования на примере предсказания развития оседаний репера 132 на шахте «Белозерская» (рис. 2 и табл. 4).

Начиная от момента получения трех оседаний, постепенно решалась задача определения неизвестных в уравнении (1).

В табл. 4 приведено количество точек графика, по которым решалась задача, значения конечного оседания и коэффициентов  $\beta_1$ ,  $t_0$ , полученных на каждом шаге, средние квадратические отклонения аппроксимирующей кривой относительно измеренных оседаний, прогнозируемое значение оседания на момент следующего наблюдения и фактически полученное значение оседания, которое сравнивалось с прогнозируемым.

Параметры, найденные по трем точкам, существенно отличаются от окончательных значений. При прогнозировании по четырем точкам было получено значение конечного оседания – более 15 м (расчет 4–1), что, безусловно, нереально. Поэтому было введено ограничение  $\eta_k \leq 820$  мм и выполнен новый расчет (4–2), который дал вполне удовлетворительные результаты.

Начиная от момента получения 5-й точки (см. рис. 2), происходит перегиб кривой оседания и решение становится устойчивым. Это дает возможность обеспечивать очень высокую точность прогноза. Максимальные разности прогнозного и фактического оседания не превышают 15 мм, что не более 2 %. Отыскиваемые параметры уравнения оседания изменяются в последующем незначительно. Выравнивается значение среднего квадратического отклонения. Таким образом, приведенный пример подтверждает принципиальную возможность повышения точности прогноза по данным наблюдений.

### Выводы:

предложено экспоненциальное уравнение, которое полностью описывает процесс развития вертикальных сдвижений земной поверхности во времени. Оно базируется на минимальном количестве входящих в него параметров, которые определяются по результатам маркшейдерских наблюдений;

обосновано четкое и однозначное деление процесса сдвижения на стадии по характерным точкам уравнения оседаний во времени и его производных;

по результатам маркшейдерских наблюдений в различных горно-геологических условиях экспериментально установлены зависимости продолжительности отдельных стадий процесса сдвижения и максимальной скорости оседаний от отношения глубины разработки к средней скорости подвигания забоя очистной выработки;

для повышения точности прогноза разработана методика динамического прогнозирования оседаний. Преимущество методики – учет конкретных горно-геологических условий участка работ, интенсивности ведения очистных работ и результатов маркшейдерских наблюдений. Этим создается основа и возможность прогнозирования сдвижений в режиме реального времени.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Правила підробки будівель, споруд і природних об'єктів при видобуванні вугілля підземним способом: ГСТУ 101.00159226.001-2003.* – [Чинний 2004-01-01]. – Офіц. вид. – Донецьк: УкрНДМІ, 2003. – 128 с.
2. *Гавриленко Ю. Н.* Математическое описание динамики процесса сдвижения на угольных шахтах Донбасса / Ю. Н. Гавриленко // International Society for Mine Surveying. XIII International Congress. Budapest, Hungary, 24-28 September. – 2007. – Report 032. – 6 p.