УДК 543.271.3

## Н.Д. Базаров, В.П. Тарасюк

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк кафедра электронной техники E-mail: nikbazarov@rambler.ru

# РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УЛЬТРАЗВУКОВОГО МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ ВЯЗКОСТИ РАСПЛАВЛЕННОГО МЕТАЛЛА

#### Abstract

Bazarov N.D., Tarasuk V.P. Development of mathematical model of method of measuring of viscidity of molten metal with the use of ultrasonic waves. Possibility of the use of the developed mathematical model as the method of acoustic analysis of plastic and elastic properties of fusions of metals is explored in work, that will allow substantially to shorten temporal and material expenses on the control of quality in the conditions of industrial production.

**Keywords:** mathematical model, liquidfluidity, viscidity, ultrasound, vibrations, emitter, asorptance.

### Анотація

**Базаров М.Д., Тарасюк В.П. Розробка математичної моделі ультразвукового методу виміру в'язкості розплавленого металу.** В цій статі для контролю в'язкості розплавленого металу запропоновано безконтактний метод виміру коефіцієнту згасання ультразвукових хвиль. Дані, отримані за допомогою розробленого математичного апарату, перевірені експериментальним шляхом. В статі приведено принципову схему установки для оцінки параметрів розробленої математичної моделі.

**Ключові слова:** математична модель, рідкотекучість, в'язкість, ультразвук, коливання, випромінювач, коефіцієнт поглинання.

## Аннотация.

Базаров Н.Д., Тарасюк В.П. Разработка математической модели ультразвукового метода измерения вязкости расплавленного металла. В данной статье для контроля вязкости расплавленного металла предложен бесконтактный метод измерения коэффициента затухания ультразвуковых волн. Данные, полученные с помощью разработанного математического аппарата, проверенны экспериментальным путем. В статье приведена принципиальная схема установки для оценки параметров разработанной математической модели

**Ключевые слова:** математическая модель, жидкотекучесть, вязкость, ультразвук, колебания, излучатель, коэффициент поглощения.

Общая постановка задачи. При изготовлении цельнолитых изделий сложной формы из стали и её сплавов, а также в процессе непрерывной разливки стали важной задачей является контроль вязкости стали, находящейся в расплавленном состоянии. Это связанно с контролем необходимой жидкотекучести сплава для: равномерного заполнения формы при минимальных затратах энергоносителей на разогрев сплава в случае цельнолитых изделий; избежания преждевременного износа кристаллизатора, испытывающего давление при контакте с потоком расплавленного металла в случае непрерывной разливки стали [1–2]. Наиболее распространенными на данный момент методами такого контроля являются ротационная и вибрационная вискозиметрия [6]. Но использование указанных методов в описанной ситуации сопряжено с рядом трудностей, основной из которых является непосредственный кон-

такт чувствительного элемента вискозиметров с агрессивной средой, ведущий к его преждевременному износу. Поэтому актуальной проблемой является разработка бесконтактного метода экспресс-контроля вязкости.

Постановка задачи исследования. Необходимо исследовать возможность бесконтактного экспресс-контроля вязкости расплава с помощью анализа скорости распространения сдвиговых (поперечных) ультразвуковых волн. Продольные ультразвуковые волны характеризуют упругие свойства жидкостей, их структуру и силы межмолекулярного отталкивания, сдвиговые — вязкие свойства, и как следствие, силы межмолекулярного притяжения. И если методы определения скорости распространения продольных ультразвуковых волн в жидкости достаточно хорошо разработаны и находят широкое применение в практике ультразвукового контроля состояния жидких сред, то сдвиговые волны практически не используются из-за затухания в жидкости на расстояниях порядка длины волны [3–6]. Поэтому значительный интерес представляет разработка математической модели измерения скорости распространения поперечных волн.

**Решение задачи и результаты исследований.** Расплавленные металлы имеют вязкость того же порядка, что и обычные жидкости [3–6].

В жидкостях, где расстояния между молекулами намного меньше, чем в газах, вязкость обусловлена в первую очередь межмолекулярным взаимодействием, ограничивающим подвижность молекул. В жидкости молекула может проникнуть в соседний слой лишь при образовании в нём полости, достаточной для перескакивания туда молекулы. На образование полости (на «рыхление» жидкости) расходуется так называемая энергия активации вязкого течения. Энергия активации уменьшается с ростом температуры и понижением давления [4]. В этом состоит одна из причин резкого снижения вязкости жидкостей с повышением температуры и роста её при высоких давлениях.

Строгая теория вязкости жидкостей, в связи с недостаточной разработанностью теории жидкого состояния, ещё не создана. На практике широко применяют ряд эмпирических и полуэмпирических формул, достаточно хорошо отражающих зависимость вязкости отдельных классов жидкостей и растворов от температуры, давления и химического состава.

В основе предлагаемого способа экспресс-контроля лежит измерение акустических характеристик исходного сырья (коэффициента поглощения, скорости распространения ультразвука) методами молекулярной акустики.

По скорости звука можно определить такие характеристики вещества, как сжимаемость, отношение теплоёмкостей, упругие свойства твёрдого тела и др., а по поглощению звука — значения сдвиговой и объёмной вязкости, время релаксации и др. [7–8]. В жидкости, вычисляя скорость звука на основании модели жидкости и сравнивая результаты расчёта с опытными данными, в ряде случаев можно оценить правдоподобность используемой модели и определить энергию взаимодействия молекул. На скорость звука влияют особенности молекулярной структуры, силы межмолекулярного взаимодействия и плотность упаковки молекул.

При наличии релаксационных процессов энергия поступательного движения молекул, которую они получают в звуковой волне, перераспределяется на внутренние степени свободы. При этом появляется дисперсия скорости звука, а зависимость произведения коэффициента поглощения на длину волны от частоты имеет максимум на некоторой частоте, называется частотой релаксации. Величина дисперсии скорости звука и величина коэффициента поглощения зависят от того, какие именно степени свободы возбуждаются под действием звуковой волны, а частота релаксации, равная обратному значению времени релаксации, связана со скоростью обмена энергией между различными степенями свободы. Таким образом, измеряя скорость звука и поглощение в зависимости от частоты и определяя время релаксации, можно судить о характере молекулярных процессов и о том, какой из этих процессов вносит основной вклад в релаксацию. Этими методами можно исследовать возбуждение колебательных и вращательных степеней свободы молекул в жидкостях, процессы столкновения молекул, перестройку молекулярной структуры в жидкостях, процессы сдвиговой релаксации в очень вязких жидкостях и полимерах, и др.

В молекулярной акустике для исследований обычно применяется ультразвук. Это связано как с высоким развитием техники излучения и приёма ультразвука и с большой точностью измерений в этом диапазоне частот, так и с тем, что работа на более низких частотах потребовала бы очень больших объёмов исследуемого вещества, а на более высоких частотах поглощение звука становится столь большим, что многие акустические методы оказываются неприменимыми.

Одним из существенных преимуществ ультразвуковых колебаний высокой частоты перед звуковыми является то, что их можно посылать в виде мало расходящихся пучков лучей. Это обеспечивает возможность направленного излучения и приема. Известно, что чем больше диаметр излучающей пьезопластины по сравнению с длиной волны, тем выше направленность излучения. Например, для обеспечения на частоте 1 МГц излучения в виде пучка лучей с углом расхождения не превышающим 10° (0,2 рад) достаточно выбрать диаметр пьезоэлемента равным 20 мм.

Частоты применяемого ультразвука в жидкостях и твёрдых телах — в диапазоне  $10^5$ –  $10^8$  Гц. Поглощение звука, превращение энергии звуковой волны в другие виды энергии, и в частности в тепло; характеризуется коэффициентом поглощения a, который определяется как величина, обратная расстоянию, на котором амплитуда звуковой волны уменьшается в e=2,718 раз, a выражается в см $^{-1}$  т.е. в неперах на см или же в децибелах на м (1 дб/м=1,15×10 $^{-3}$  см $^{-1}$ ). Поглощение звука характеризуют также коэффициентом потерь

$$e = \alpha l/p$$

(где l — длина волны звука) или добротностью Q = 1/e. Величина  $a \dot{l}$  называется логарифмическим декрементом затухания. При распространении звука в среде, обладающей вязкостью и теплопроводностью,

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2 \cdot \rho \cdot c^3} \left[ \frac{4}{3} \cdot \eta + \xi + \chi \cdot \left( \frac{1}{C_v} - \frac{1}{C_\rho} \right) \right],\tag{1}$$

где  $\rho$  — плотность среды, c — скорость звука в ней,  $\omega$  — круговая частота звуковой волны,  $\eta$  и  $\xi$  — коэффициент сдвиговой и объёмной вязкости соответственно,  $\chi$  — коэффициент теплопроводности, Cp и Cv — теплоёмкости среды при постоянном давлении и объёме соответственно. Если ни один из коэффициентов  $\eta$ ,  $\xi$  и  $\chi$  не зависит от частоты, что часто выполняется на практике, то  $a \sim \omega^2$ . Если при прохождении звука нарушается равновесное состояние среды, поглощение звука оказывается значительно большим, чем определяемое по формуле (1). Такое поглощение называется релаксационным и описывается формулой:

$$\alpha = \frac{1}{2 \cdot C_0^3} \cdot \frac{\omega^2 \cdot \tau \cdot (C_\omega^2 - C_0^2)}{1 + \omega^2 \cdot \tau^2},\tag{2}$$

где  $\tau$  — время релаксации,  $c_0$  и  $c_\infty$  — скорости звука при  $\omega$  t << 1 и при  $\omega$  t > 1 соответственно. В этом случае поглощение звука сопровождается дисперсией звука. Величина  $\alpha f$ , где  $f = \omega/2\pi$ , является характеристикой вещества, определяющей поглощение звука. Она, как правило, в жидкостях меньше, чем в газах, а в твёрдых телах для продольных волн меньше, чем в жидкостях.

В качестве зависимости скорости распространения ультразвука от температуры используется эмпирическая формула для воздуха при нормальном давлении (101,3 кПа):

$$c = c_0 + 0.59 \cdot t$$

где с — текущее значение скорости;  $c_0$  — значение скорости ультразвука при  $0^0$ C; t — температура среды; 0,59 — коэффициент, учитывающий скорость распространения в сухом воздухе, имеющий размерность  $m/C^0*c$ .

В жидкостях поглощение звука в основном определяется вязкостью, а вклад теплопроводности пренебрежимо мал. В большинстве жидкостей для поглощения звука существенны объёмная вязкость и релаксационные процессы. Частота релаксации в жидкостях, т.е.

величина  $\omega p = 1/t$ , как правило, очень велика и область релаксации оказывается лежащей в диапазоне высоких ультразвуковых и гиперзвуковых частот. Коэффициент поглощения звука обычно сильно зависит от температуры и от наличия примесей.

Измерение скорости ультразвука в большинстве случаев сводится к измерению времени пробега  $\tau$  акустического импульса в исследуемом образце и измерению длины акустического пути l. В этом случае скорость распространения ультразвуковых волн:

$$c = l / \tau, \tag{3}$$

Отсюда  $l = c \cdot \tau$ .

Измерение коэффициента затухания ультразвука в жидкостях и твердых телах может производиться при импульсных и непрерывных ультразвуковых колебаниях. В случае импульсных колебаний прием ультразвуковой волны может осуществляться как отдельным приемником, так и самим излучателем после отражения импульса от отражателя. При этом коэффициент затухания определяется по формуле:

$$\alpha = \frac{1}{h} \cdot \ln \frac{A_I}{A_I},\tag{4}$$

где h — толщина образца,

 $A_1, A_2$  — амплитуды излучателя и приемника соответственно.

В основе зависимости акустических параметров (затухание и скорость ультразвука) от вязкоупругих свойств (модуль Юнга, эффективная вязкость), в соответствии с феноменологической теорией, может быть использована модель вязкоупругого тела с произвольным числом релаксационных максвелловских механизмов, к которым относится большинство полимерных композиций. В соответствии с этой моделью выражение для комплексного модуля упругости имеет вид [4]:

$$\widetilde{E} = E(\omega(+i\omega\omega\eta(\omega = E_0 + i\omega\omega_{\infty} + \sum_{j=1}^{n} \frac{i\omega\omega_j}{1 + i\omega\omega_j}) = \left(E_0 + \sum_{j=1}^{n} \frac{E_j\omega^2\tau_j^2}{1 + \omega^2\tau_j^2}\right) + i\omega\left(\eta_{\infty} + \sum_{j=1}^{n} \frac{\eta_j}{1 + \omega^2\tau_j^2}\right),$$
(5)

где  $E_0$  — равновесный или статический модуль, характеризующий чисто упругие свойства сплавов;  $\eta_\infty$  — нерелаксирующая вязкость (для случая бесконечно быстрой деформации);  $\eta_i$ ,  $\tau_i$ ,  $E_i$  — вязкости, времена релаксации и модули упругости различных релаксационных механизмов;  $\omega$  — частота акустических колебаний; n — число релаксационных механизмов.

Также известно [4], что выражения для  $^{c}$  и  $^{\alpha}$  , могут быть записаны в виде:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \sqrt{\frac{2(1+\omega^2 r^2)\sqrt{1+\omega^2 r^2} - 1}{\omega^2 r^2}}$$
 (6)

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\rho}{E}} \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \omega^2 r^2} - 1}{2(1 + \omega^2 r^2)}},$$
(7)

где  $\omega r = \frac{\omega \eta}{E}$  , r — имеет размерность времени и называется временем запаздывания.

С учетом выражений (5), (6), (7) мы можем получить зависимости для E и  $\eta$  [4]:

$$E(\omega) = \rho c^2 \frac{1 - (\alpha c / \omega)^2}{\left[1 + (\alpha c / \omega)^2\right]^2},$$
(8)

$$\eta(\omega) = \frac{2\rho\rho^2}{\omega} \frac{\alpha c/\omega}{\left[I + (\alpha c/\omega)^2\right]^2}.$$
156

Рассмотрим вязкую составляющую.

Эффективная вязкость представляет собой сумму двух составляющих [4]:

$$\eta = \frac{4}{3}\eta' + \eta'' \,, \tag{10}$$

где  $\eta^{'}$  — сдвиговая вязкость, связывает скорость деформации сдвига с возникающим тангенциальным напряжением [4], обусловлена механизмом вязкого трения звеньев макромолекул. Оказывает наибольшее влияние на акустическую релаксацию при частотах ниже 1 МГц [5];

 $\eta^{''}$  — объемная вязкость, определяет диссипативные силы, возникающие при всестороннем равномерном сжатии или расширении [4]. Оказывает наибольшее влияние на акустическую релаксацию при частотах свыше 3 МГц [5].

Т.о. использование зависимостей (9) и (10) позволяет, зная акустические параметры материала, определять вязкую составляющую.

Исследованию влияния молекулярной массы и других параметров ММР на течение растворов, в частности на сдвиговую вязкость, посвящено достаточно много работ [1,2,4,8].

За основу определения молекулярной массы по вязкости растворов и расплавов, как правило, берется уравнение Марка-Куна-Хувинка [7].

$$\eta = K_1 \cdot M M^{K_2} \,, \tag{11}$$

где

$$K_1, K_2$$
 — const;

ММ — молекулярный вес полимера.

Это уравнение связывает молекулярный вес (ММ) с характеристической вязкостью.

Также существуют исследования влияния ММ и параметров молекулярно массового распределения (ММР) на такие технологические характеристики получаемых расплавов, как вязкость по Муни ( $^{Mh}$ ), пластичность, жесткость и др.[8,9]. Вязкость по Муни, как функция ММ, может быть описана следующим уравнением.

$$Mh = m_I \cdot MM_v^{m_2} \cdot K_{II}^{m_3} \,, \tag{12}$$

где

 $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  — const;

 $^{MM}_{\ \ \nu}$  — средневязкостный молекулярный вес, т. е. молекулярная вес, определяемый методами вискозиметрии.

 $K_{II}$  — коэффициент полидисперсности;

Чаще всего, его влиянием можно пренебречь, тогда формула (10) упростится к виду:

$$Mh = m_I \cdot MM_v^{m_2} \tag{13}$$

Выражая ММ из (11), подставляя в (13) и заменяя  $\eta$  на (11) можно получить зависимость, объединяющую модель акустических свойств расплава ( $\alpha$ , c) и его вязкоупругих характеристик (эффективная вязкость  $\eta$  и модуль упругости E) с моделью пластоэластических свойств расплава (в частности вязкость по Муни Mh) и позволяющую связать вязкость по Муни (Mh) с акустическими свойствами:

$$Mh = m_1 \left( \frac{2\rho\rho^2}{K_1\omega} \cdot \frac{\alpha c/\omega}{\left[ l + (\alpha c/\omega)^2 \right]^2} \right)^{\frac{m_2}{K_2}}, \tag{14}$$

введя, 
$$Z_1 = m_1 \left(\frac{2}{K_1}\right)^{\frac{m_2}{K_2}}$$
 и  $Z_2 = \frac{m_2}{K_2}$  получим:

$$Mh = Z_{I} \left[ \rho \alpha c^{3} / \omega^{2} \left[ I + \left( \frac{\alpha c}{\omega} \right)^{2} \right]^{2} \right]^{2}, \qquad (15)$$

где  $Z_1$  и  $Z_2$  — параметры модели, индивидуальные для каждой марки сплава.

Для экспериментальной проверки полученной математической модели предлагается принципиальная схема экспериментальной установки для определения параметров зависимости (15), которая представляет собой совокупность аппаратных средств (генератор, цифровая приставка-осциллограф с выводом данных на компьютер и пьезокварцевые преобразователи: излучатель и приемник) (см. рис.1).

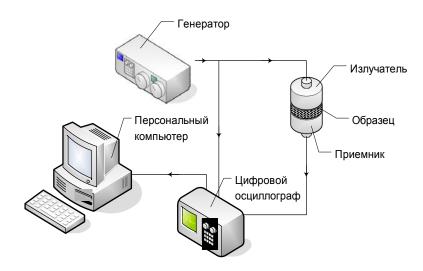


Рисунок 1 — Принципиальная схема экспериментальной установки для оценки параметров математической модели (15)

Электрический импульс подается генератором на излучатель и первый канал цифрового осциллографа *PCS32 Velleman*. Излучатель преобразует электрический импульс в механические колебания, которые после прохождения через образец преобразуются приемником в электрические колебания и регистрируются вторым каналом цифрового осциллографа. Выходной сигнал осциллографа содержит амплитуду и частоту приёмника, которые могут использоваться для определения вязкости в соответствии с выражением (15). Возникают предпосылки для разработки соответствующего программного модуля, позволяющего определять параметры предлагаемой математической модели, а также рассчитывать статистические оценки модели: относительную погрешность, абсолютную погрешность и коэффициент парной корреляции. Кривые зависимости коэффициента затухания и скорости ультразвука от вязкости по Муни, построенные с использованием разработанной модели представлены на рисунке 2.

Полученные графики отражают явную зависимость вязкости от скорости и коэффициента затухания ультразвука, что позволяет сделать вывод о возможности использования предложенной математической модели для анализа вязких свойств расплавов металлов акустическими методами.

**Выводы**. В качестве бесконтактного метода определения вязкости жидкого металла выбран метод контроля коэффициента затухания ультразвука.

Зависимости, полученные с использованием разработанной математической модели (15), позволяют сделать вывод о возможности её использования в качестве метода акустического анализа вязких свойств расплавов металлов. Это позволит существенно сократить временные и материальные затраты на контроле качества в условиях промышленного производства по сравнению с контактными методами вискозиметрии.

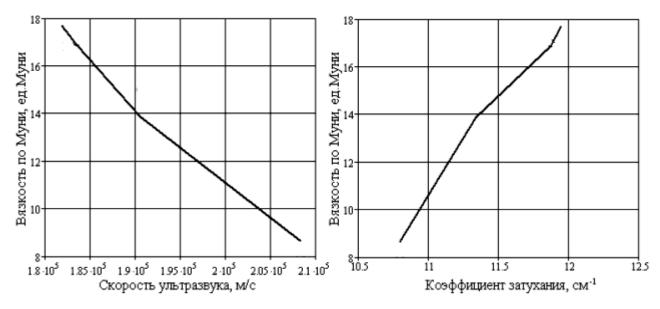


Рисунок 2 — Зависимость коэффициента затухания и скорости ультразвука от вязкости

Направление дальнейших исследований включает в себя следующие задачи:

- Подтвердить модель с помощью экспериментальных исследований и оценить ее адекватность;
- Выбрать тип излучателя и приемника ультразвука с учетом специфики агрессивной среды вблизи размещения прибора;
- Предусмотреть необходимость контроля температуры для введения канала коррекции погрешности.

## Литература

- 1. Б.В. Линчевский, Техника металлургического эксперимента, «Металлургия». М., 1967. С. 239.
- 2. С.В. Михайликов, С.В. Штенгельмейер, Г.С. Ершов, Изв. АН СССР. Металлургия и горное дело. №1, 1964.
- 3. А.М. Коваленко, И.А. Новохатский, Г.С. Ершов, А. К. Петров, Изв. АН СССР. Металлы. № 6, 1969.
- 4. Резниковский, М.М., Лукомская, А.И. Механические испытания каучука и резины. 2-ое изд., перераб. и доп. М.: Химия. 1968. 500с.
- 5. Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б. Ультразвуковые методы в физике твердого тела. М.: Мир, 1972.
- 6. Перепечко, И.И. Акустические методы исследования полимеров / И.И. Перепечко. М.: Химия, 1973. 296 с.
- 7. Бражников, Н.И. Ультразвуковые методы. / Физические и физикохимические методы контроля и состава свойств вещества под общей редакцией академика АН Киргизской ССР Н. Н. Шумиловского. М.-Л., издательство «Энергия». 1965. 248 с.
- 8. Определение зависимости физико-механических характеристик полимеров от параметров ультразвукового сигнала / Хвостов А.А., Хаустов И.А., Баранкевич А.А./ Материалы XLIII отчётной научной конференции за 2004 год/ Воронеж. гос. технолог. акад. Воронеж, 2005 С. 45.

Здано в редакцію: 03.03.2009р.

Рекомендовано до друку: д.т.н, проф. Зорі А.А.