УДК 51-7

Новое в динамическом управлении капиталом

Смирнов А.В., Гурьянова Т.В.
Донецкий национальный технический университет
smirnov_dntu@ukr.net

Abstract

Smirnov A.V., Gurianova T.V. Article "New technologies in money management dynamic". *The well-known R. Vince's method of optimal fraction is analysed. The method shortcomings are indicated. Three new algorithms of money managements are proposed. These money fraction estimations depends on* $P \& L_i$ *(current investment risk level) characteristics on stationarity interval.*

Введение

В мире постоянно растет интерес инвесторов к практической реализации моделей и алгоритмов динамического управления капиталом (ДУК). Задача любого инвестора – в максимально короткий срок умножить свой первоначальный капитал и, одновременно, противостоять пагубному влиянию присутствующих инвестиционных рисков. В своей монографии Р. Винс разработал оригинальную теорию «оптимального f» - оптимальной части капитала при реинвестировании [1]. Проведенные нами в [2] исследования показали, что теоретические изыскания Р. Винса нуждаются в серьезной корректировке. Применение их на практике может привести трейдеров и портфельных менеджеров к существенному ущербу. Данная работа является органическим продолжением [2]. Она направлена на изыскание новой модели и новых алгоритмов ДУК на основе современных достижений в области теории вероятностей, математической статистики и теории управления.

Постановка задачи

Главной задачей настоящей работы является разработка новой адекватной модели и эффективных алгоритмов ДУК. Новая модель и алгоритмы ДУК должны учитывать нестационарный стохастический характер функционирования управляемой экономической системы. Особое место при этом имеет доброжелательная критика модели Р. Винса и ее сравнение с предложенной.

Критика исходной модели Р. Винса

Сущность предложенной в [1] Р. Винсом модели ДУК заключается в следующем: автор считает, что достаточно короткая реализация случайных выигрышей и проигрышей ($P \& L$) экономической системы, состоящей из n элементов, способна адекватно ее характеризовать на достаточно продолжительном интервале времени (бесконечные игры). Свою модель он строит на неоднократном повторении этой короткой реализации: $P \& L_1, P \& L_2, ..., P \& L_n$, $P \& L_1, P \& L_2, ..., P \& L_n$, … и т.д. При этом он справедливо считает, что «оптимальное f», определяемое им по n элементам скользящего окна анализа, будет неизменной. Множитель первоначального капитала инвестора (TWR) при этом будет расти в степени N, где N - число повторов исходной реализации. С точки зрения теории вероятностей, при любом законе распределения значений случайных величин $P \& L_i$ в исходной реализации, закон распределения всей совокупности случайных величин $P \& L_i$ при многократном повторении этой короткой реализации совершенно не зависит от исходного закона. Плотность вероятностей этой реализации представляет собой сумму из n $\delta -$функций с одинаковыми коэффициентами, равными $1/n$. Таким образом, предложенная в [1] Р. Винсом модель ДУК – это модель детерминированной экономической системы, которая совершенно не учитывает нестационарный характер развития экономики и управляемой системы. По нашему мнению, модель ДУК Р. Винса слишком академична, не адекватна реалиям и не может быть достаточно эффективной при ее реализации на практике.

Предлагаемая модель ДУК

Любая экономическая система при нестационарном характере внешних воздействий может быть описана одномерным законом распределения вероятностей ее выходных случайных величин $P \& L_i$ на интервале стационарности их реализации τ_{cm}. В большинстве практических случаев это нормальный закон, который вытекает из центральной предельной теоремы теории вероятностей (когда на систему действует одновременно большое количество разноправленных случайных факторов). В этом случае на интервале стационарности τ_{cm} система характеризуется двумя числовыми характеристиками: математическим ожиданием $AHPR_n$ и дисперсией SD_n^2, которые являются постоянными и не зависят от времени.

$$AHPR_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} HPR_i, \qquad (1)$$

$$SD_n^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(HPR_i - AHPR_n\right)^2, \quad (2)$$

$$HPR_i = 1 + P\,\&\,L_i, \qquad (3)$$

где $AHPR_n$, SD_n^2 - соответственно математическое ожидание и дисперсия HPR_i; $n \le \tau_{cm}$ - время анализа.

Нестационарную реализацию $P\,\&\,L_i$ можно характеризовать с помощью соответствующих автокорреляционных функций $R_1(\tau,t)$ и $R_2(\tau,t)$. Первая из них характеризует временные изменения $AHPR_n$, а вторая - SD_n^2. От $R_1(\tau,t)$ и $R_2(\tau,t)$ можно легко перейти к максимальным интервалам автокорреляций, путем известных преобразований

$$\tau_{авт.кор.1} = \int_0^{\infty} R_1(\tau,t)d\tau \text{ и } \tau_{авт.кор.2} = \int_0^{\infty} R_2(\tau,t)d\tau. \quad (4)$$

Интервал стационарности τ_{cm} меньше самой малой величины из $\tau_{авт.кор.1}$ и $\tau_{авт.кор.2}$, которые проанализированы за $N >> \tau_{cm}$ достаточно продолжительный интервал времени. В случае использования этой модели, оценки f^* - части капитала при реинвестировании даже при $AHPR_n = const$ и $SD_n^2 = const$, будут отличаться друг от друга. Для их нахождения можно воспользоваться эмпирической формулой Р. Винса [1]

$$TWR_n\big|_{\max} = \prod_{j=1}^{n}\left(1 + \frac{(-P\,\&\,L_j)}{P\,\&\,L_k}\cdot f^*\right), \quad (5)$$

где $P\,\&\,L_j$ - величина выигрыша или проигрыша системы, взятая с противоположным знаком; $P\,\&\,L_k$ - самый большой проигрыш системы (всегда со знаком «-»), вычисленный на интервале $n \le \tau_{cm}$. При использовании предложенной модели ДУК не корректно применять точечные оценки. Здесь целесообразно применение интервальных оценок f^*.

Новые алгоритмы ДУК

На основании предложенной нами новой модели ДУК можно рассматривать следующие алгоритмы формирования F - части капитала при реинвестировании.

Алгоритм F_1 основан на интервальных оценках f^*:

$$F_1 = \overline{f} \pm \frac{k\cdot\sigma_f}{\sqrt{n}}, \qquad (6)$$

где
$$\overline{f} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f_i^*, \qquad (7)$$

$$\sigma_f = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(f_i^* - \overline{f})^2, \qquad (8)$$

$\overline{f}$ и σ_f - соответственно математическое ожидание и СКО оценок f^*, полученных с помощью (5); k - критическое значение $t-$статистики Стьюдента для числа степеней свободы $k = n-1$ и заданной доверительной вероятности $P_{дов}$ [3].

Структурная схема реализации алгоритма оценки F_1 приведена на рис. 1.

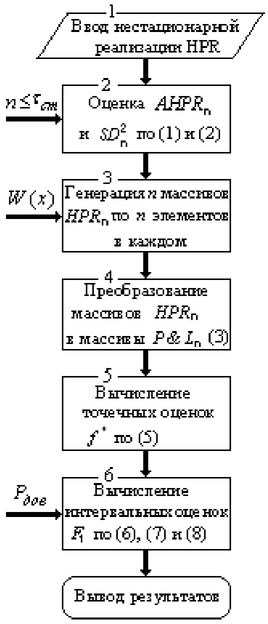

Рисунок 1 – Структурная схема реализации алгоритма ДУК на основе F_1

Коротко остановимся на реализации алгоритма F_1. Выходом экономической системы является блок 1, в котором представлена нестационарная во времени реализация HPR_i. Интервал анализа $n \le \tau_{cm}$ задается в блоке 2. Здесь же за время анализа n вычисляются оценки $AHPR_n$ (1) и SD_n^2 (2). В блоке 3 генерируются в среде MS Exel n массивов HPR_n с количеством элементов n в каждом (количество массивов совпадает с количеством в них элементов). Это обосновывается тем, что усреднение по времени эквивалентно усреднению по множеству. Закон распределения значений HPR_i задается в виде $W(x)$. В блоке 4 производится преобразование массивов HPR_n в массивы $P\,\&\,L_n$ согласно (3). Вычисление точечных оценок f^* по известной формуле (5) осуществляется в блоке 5. В шестом блоке находится интервальная оценка F_1 по (6), (7) и (8). Сюда же поступает значение выбранной доверительной вероятности $P_{дов}$. Далее оценки F_1 используются для управления капиталом.

Реализация алгоритма ДУК (6) достаточно сложна. Поэтому были предложены более простые алгоритмы формирования оценок F_2 (предварительное усреднение точечных оценок $P\,\&\,L$ на интервале анализа $n \le \tau_{cm}$) и F_3 (последующее усреднение точечных оценок f^*, полученных по (5)). Идея этих алгоритмов состоит в том, что уменьшение дисперсии исходных величин $P\,\&\,L_i$ путем их усреднения или последующее усреднение точечных оценок f^*, позволяет не использовать аппарат интервальных оценок, т.к. при этом в (6) $\sigma_f \to 0$.

Алгоритм формирования F_2 реализуется с помощью выражения

$$TWR_n\big|_{\max} = \prod_{j=1}^{n}\left(1 + \frac{-EMA[P\,\&\,L_j]}{EMA[P\,\&\,L_k]}\cdot F_2\right), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} &EMA[P\,\&\,L_j] = EMA[P\,\&\,L_{j-1}] + \\ &+\frac{2}{m+1}\left(P\,\&\,L_j - EMA[P\,\&\,L_{j-1}]\right), \\ &EMA[P\,\&\,L_1] \equiv P\,\&\,L_1, \end{aligned} \quad (10)$$

где $EMA[P\,\&\,L_j]$ - усредненная с помощью экспоненциальной скользящей средней величина $P\,\&\,L_j$, взятая с противоположным знаком; $EMA[P\,\&\,L_k]$ - самый большой усредненный проигрыш системы (всегда берется со знаком «-»).

На рис. 2 представлена структурная схема ДУК на основе F_2. Реализация алгоритма F_2 в пояснениях не нуждается.

Алгоритм формирования оценок F_3 имеет вид:

$$\begin{aligned} &F_3 = EMA[f_j^*] = EMA[f_{j-1}^*] + \\ &+\frac{2}{m+1}\left(f_j^* - EMA[f_{j-1}^*]\right), \end{aligned} \quad (11)$$

где f_j^* - оценки, полученные по (5); m в (10) и (11) – эквивалентное окно временного усреднения.

На рис. 3 представлена структурная схема получения оценок F_3. Здесь также нет необходимости пояснять реализацию этого алгоритма.

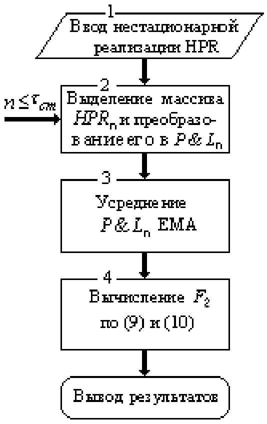

Рисунок 2 – Структурная схема реализации алгоритма ДУК F_2

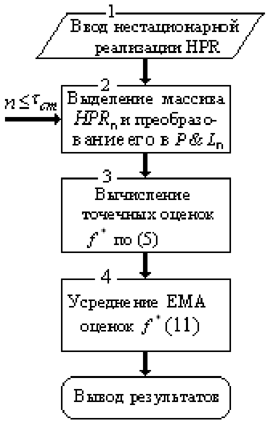

Рисунок 3 – Структурная схема реализации алгоритма ДУК F_3

Реализация ДУК

Рассмотрим возможную реализацию алгоритмов ДУК для биржевой компьютерной торговой системы (КТС). Структурная схема реализации адаптивного алгоритма ДУК приведена на рис. 4. На ее вход непрерывно поступает реализация $P\,\&\,L_i$ с выхода КТС. На интервале $n \le \tau_{cm}$ проводится вычисление $F^{(1)}$, которое относится к I – му шагу адаптации. Оценки F всегда лежат в пределах $1 \ge F \ge 0$.

В случае минимальных инвестиционных рисков $F \approx 1$, и инвестор (трейдер) может себе позволить задействовать в очередной открытой позиции (ОП) весь свой капитал, поскольку риск почти нулевой. В случае значительных текущих инвестиционных рисков $F \approx 0$ и (даже при генерировании КТС торговых сигналов) величина открытой позиции ОП $\equiv 0$. На каждом очередном шаге адаптации происходит наращивание или утрата части капитала на величину $\Delta K = K \cdot F \cdot P\,\&\,L$, где $ОП = K \cdot F$ - величина открытой позиции; K – капитал на предыдущем шаге адаптации; $P\,\&\,L$ – величина выигрыша или

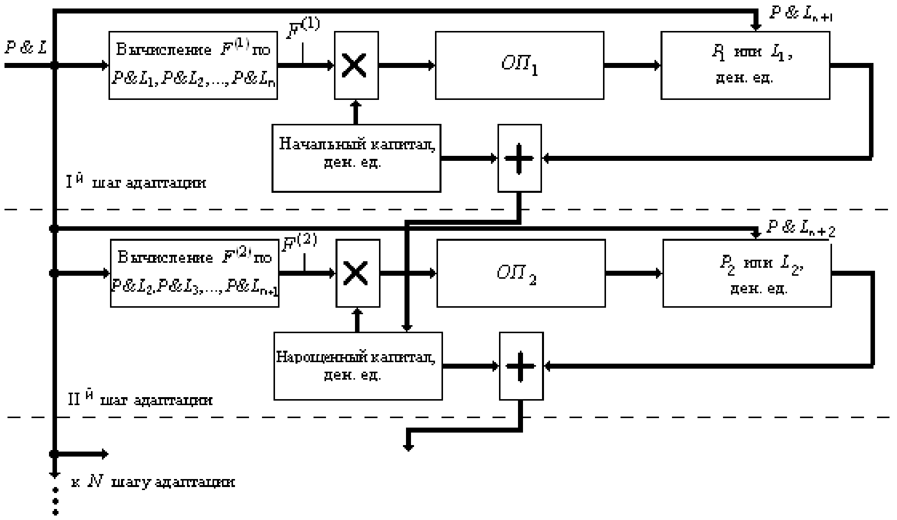

Рисунок 4 – Структурная схема реализации алгоритма ДУК в КТС

проигрыша в %. Если скорость изменения $P\&L_i$ невысока и равна нулю за время $n \le \tau_{cm}$, то схема рис. 4 осуществляет так называемый «наивный прогноз» [4]. В этом случае считается, что если на N шаге адаптации определены величины $AHPR_n$ и SD_n^2, то на $N+1$ шаге они изменяются на малую величину и их можно считать прогнозными значениями для $N+1$ шага адаптации. Эти величины могут быть использованы для оценок F.

По классификации [5] рассмотренные алгоритмы ДУК относятся к тактическим, т.е. предназначенным для оперативного управления экономическими системами. По отношению ко времени – это динамические алгоритмы, т.к. они управляют величиной части инвестированного капитала в зависимости от величины текущего инвестиционного риска. Кроме того, они являются непрямыми алгоритмами и состоят в преобразовании исходной стохастической задачи к ее детерминированному аналогу, решение которого может быть найдено с помощью детерминированных методов математического моделирования.

Выводы

В результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Модель Р. Винса, основанная на неоднократном повторе короткой реализации $P\&L_n$ реальной экономической системы, является детерминированной моделью и не адекватна реальным нестационарным во времени случайным характеристикам исследуемых систем. Найденная им для этой модели величина «оптимальной f» для реальных систем таковой не является.

2. Предложенная новая модель ДУК учитывает нестационарный случайный характер выходной реализации $P\&L_i$ реальной экономической системы, является на интервале стационарности τ_{cm} адекватной моделью. Для нее величина части капитала инвестора F является интервальной.

3. Предложенные в работе три алгоритма оценок F (F_1 – на основе имитационного моделирования, F_2 – путем усреднения ряда $P\&L$, F_3 – путем усреднения точечных оценок f^*) вытекают из предложенной модели ДУК и позволяют реализовать адаптивные алгоритмы управления капиталом.

Литература

1. Винс Р. Математика управления капиталом. Методы анализа риска для трейдеров и портфельных менеджеров: Пер. с англ. – М.: Альпина Паблишер, 2001. – 400 с.
2. Смирнов А.В., Гурьянова Т.В. Об «оптимальном f» Ральфа Винса. Наукові праці Донецького національного технічного університету, серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка», вып. 9 (132), Донецк, ДонНТУ, 2008. – С. 216-220.
3. Левин Д.М., Стефан Д., Кребиль Т.С. и др. Статистика для менеджеров с использованием MS Exel. 4-е изд.: Пер. с англ. – М.: «Вильямс», 2004. – 1312 с.
4. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования. Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Статистика, 1977. – 200 с.
5. Мертенс А.В. Инвестиции: Курс лекций по современной финансовой теории. – К.: Киевское инвестиционное агентство, 1997. – XVI, 416 с.

Поступила в редколлегию 03.03.2009