

Рассчитать токи всех ветвей схемы и проверить баланс мощностей электрической цепи.

Таблица 8.1

Первая цифра варианта	$E_1, B$	$E_2, B$	$J_k, A$	$r_1, Ом$	$r_2, Ом$	$r_3, Ом$	$r_4, Ом$
0	100	60	0.8	20	20	40	80
1	120	50	1.0	20	20	80	70
2	130	40	1.2	80	70	10	70
3	140	70	1.0	60	100	40	60
4	120	80	0.8	20	30	50	50
5	100	50	1.0	90	10	80	30
6	140	60	1.2	10	40	90	40
7	150	80	0.8	30	20	90	70
8	100	40	1.0	20	300	100	40
9	100	50	1.2	50	40	60	90

**Задача 8.2.** Требуется рассчитать магнитные потоки  $\Phi_i$ , индукции  $B_i$  и напряженности  $H_i$  магнитного поля каждого участка разветвленной магнитной цепи постоянного тока, приведенной на рис.8.2. В табл. 8.4 приведены численные значения, характеризующие магнитную цепь и намагничивающие силы:  $l_i$ - длина средней линии участка магнитопровода,  $S_i$ - сечение магнитопровода,  $I_i W_i$ -ампервитки катушек.

Длины воздушных зазоров указаны на соответствующих рисунках. Кривая намагничивания материала приведена в табл. 8.5.

Примечание. В схемах 2, 4, 5 также необходимо рассчитать намагничивающую силу  $I_3 W_3$ .

Таблица 8.2

$\pm U_{нэ1}, B$	0	20	40	60	80	100	110	120
$\pm I_{нэ1}, A$	0	0.1	0.25	0.5	1	1.75	2.5	3.4

Таблица 8.3

$\pm U_{нэ2}, B$	0	10	30	50	90	140
$\pm I_{нэ2}, A$	0	0.1	0.25	0.5	1	1.75

Таблица 8.4

Первая цифра варианта	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$I_1 W_1, A$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$I_2 W_2, A$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
0	20	4	450	12	6.0	350	30	3.5
1	80	5.7	200	25	4.0	300	80	9.5
2	20	4	40	10	8.0	60	30	5.6
3	45	15	300	22	10	200	40	15
4	40	3	60	12	5	100	40	8

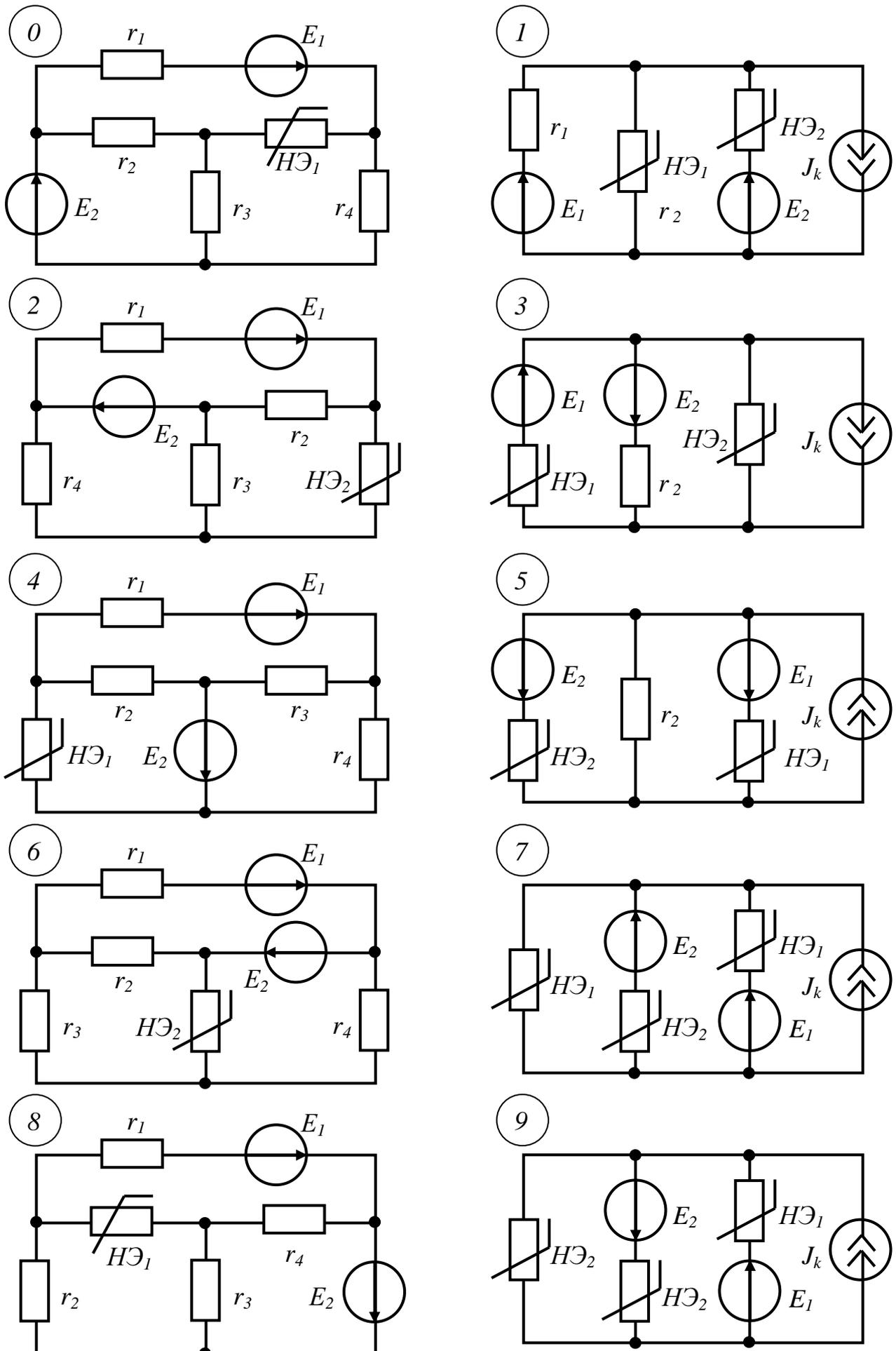


Рис. 8.1

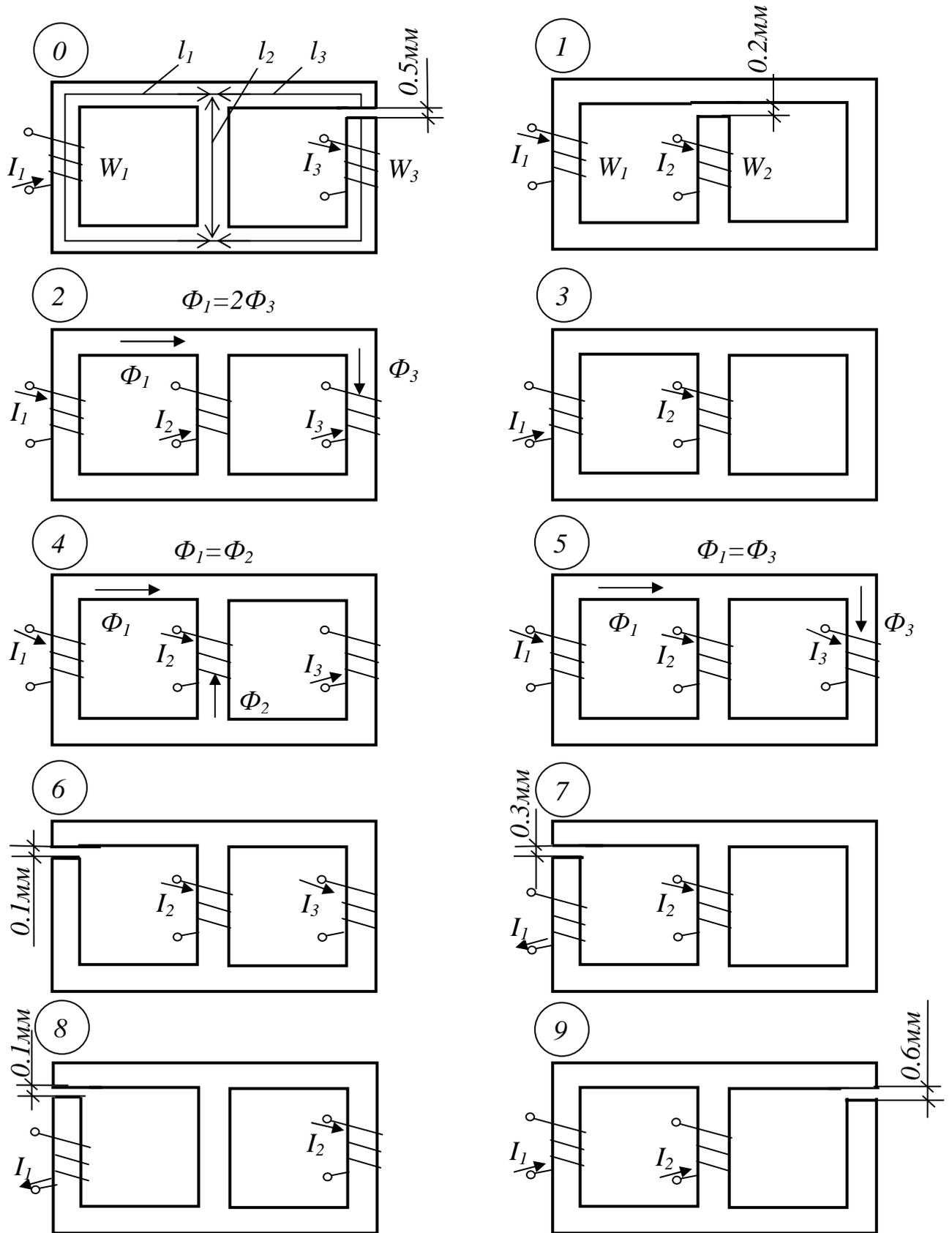


Рис. 8.2

5	25	5	100	15	5	150	32	10
6	100	6	220	33	4	180	10	10
7	32	14	400	25	10	300	40	15
8	35	3	80	10	4	120	45	8
9	90	6	250	30	4	180	85	10

Таблица 8.5

Кривая намагничивания стали Э1512

$B, Tл$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7
$H, A/м$	25	50	75	96	102	114	129	148	168	192
$B, Tл$	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1.0	1.05	1.1	1.15	1.2
$H, A/м$	220	254	289	325	367	414	470	538	625	730
$B, Tл$	1.25	1.3	1.35	1.4	1.45	1.5	1.55	1.6	1.65	1.7
$H, A/м$	870	1080	1410	1940	2700	3850	500	6700	9300	13000
$B, Tл$	1.75	1.8								
$H, A/м$	18000	23000								

### 8.3. Типовые примеры решения задач

**Пример 8.1.** В схеме рис.8.3 ток источника тока  $J_k = 5A$ , линейные сопротивления  $r_1 = r_2 = r_3 = 10 \text{ Ом}$ , величина источника ЭДС  $E = 50 \text{ В}$ , вольтамперная характеристика симметричного НЭ  $U_4(I_4)$  задана табл. 8.6. Определить токи во всех ветвях, проверить баланс мощностей.

Таблица 8.6

$U_4, B$	0	20	40	60	80	100
$I_4, A$	0	2.8	4	4.9	5.4	5.7

#### Решение

Используя теорему об эквивалентном генераторе, определим ток  $I_4$  через

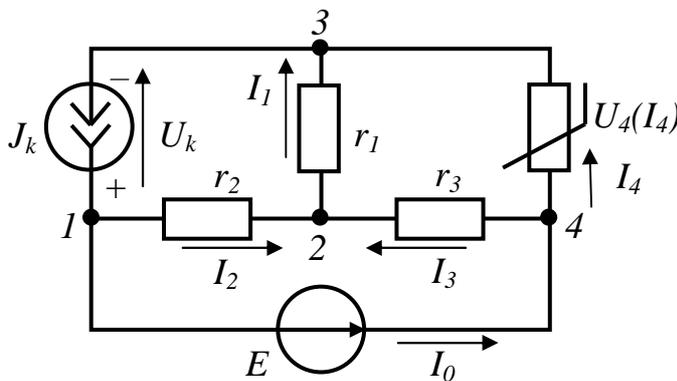


Рис. 8.3

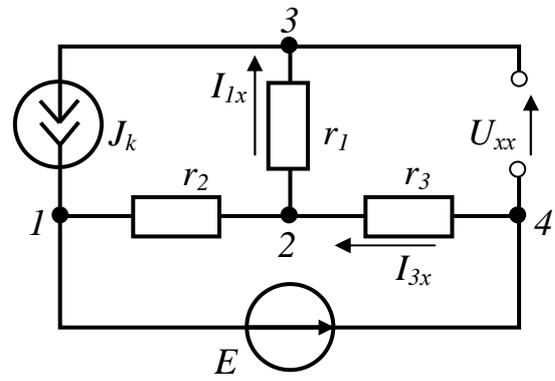


Рис. 8.4

нелинейное сопротивление. Для определения величины ЭДС эквивалентного генератора  $E_9$ , равную  $U_{xx}$ , воспользуемся схемой рис. 8.4.

$$U_{xx} = I_{3x} \cdot r_3 + I_{1x} \cdot r_1;$$

$$I_{1x} = J_k = 5 A.$$

Величину  $I_{3x}$  определим методом наложения

$$I_{3x} = I'_{3x} + I''_{3x} = \frac{E}{r_2 + r_3} + \frac{J_k \cdot r_2}{r_2 + r_3} = \frac{50}{10 + 10} + \frac{5 \cdot 10}{10 + 10} = 5 A;$$

$$U_{xx} = 5 \cdot 10 + 5 \cdot 10 = 100 B.$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора определяем, как входное сопротивление схемы, относительно точек разрыва, заменив источники ЭДС и тока их внутренними сопротивлениями

$$r_{ex} = r_1 + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_2 + r_3} = 10 + \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 15 \text{ Ом};$$

Эквивалентная полученная схема представлена на рис. 8.5, где

$$E_9 = U_{xx} = 100 B, \quad r_{ex} = 15 \text{ Ом}.$$

Для определения тока  $I_4$  строим характеристики  $U_{43} = f_1(I_4)$  и  $I_4 = f_2(E_9 - I_4 \cdot r_{ex})$ . Координаты точки  $a$  пересечения этих характеристик определяют режим данной

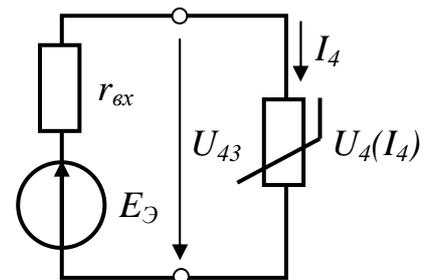


Рис. 8.5

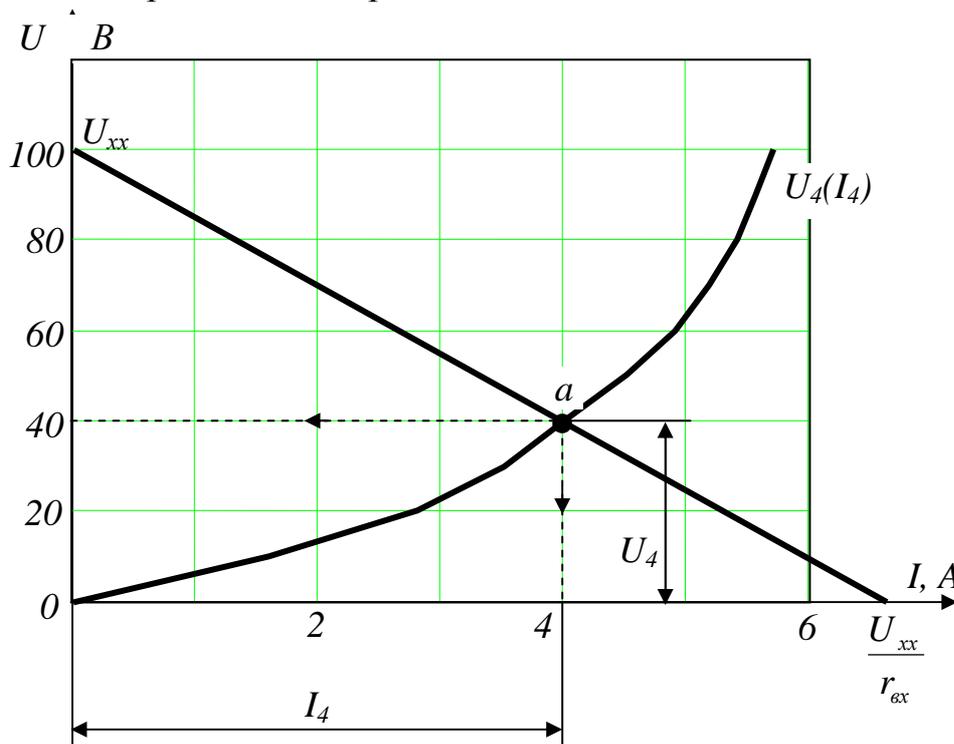


Рис. 8.6

эквивалентной схемы рис. 8.5. Координаты точки  $a$  определяем из рис. 8.6

$$I_4 = 4 \text{ A}, \quad U_4 = 40 \text{ B}.$$

Возвращаясь к исходной схеме, определяем токи в ветвях:

$$I_1 = J_{\kappa} - I_4 = 5 - 4 = 1 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{U_4 - I_1 \cdot r_1}{r_3} = \frac{40 - 1 \cdot 10}{10} = 3 \text{ A};$$

$$I_0 = I_4 + I_3 = 4 + 3 = 7 \text{ A};$$

$$I_2 = J_{\kappa} - I_0 = 5 - 7 = -2 \text{ A}.$$

Проверим правильность полученных значений токов, определив баланс мощностей

$$\sum P_{\text{номр}} = I_1^2 \cdot r_1 + I_2^2 \cdot r_2 + I_3^2 \cdot r_3 + U_4 \cdot I_4 = 1 \cdot 10 + (-2)^2 \cdot 10 + 3^2 \cdot 10 + 40 \cdot 4 = 300 \text{ Вт}.$$

$$\sum P_{\text{ист}} = E \cdot I_0 + U_{\kappa} \cdot I_{\kappa} = 50 \cdot 7 + (-10) \cdot 5 = 300 \text{ Вт}.$$

Баланс мощностей выполняется.

**Пример 8.2.** Определить магнитные потоки и индукции в участках магнитопровода рис. 8.7, средние длины участков  $l_1=50 \text{ см}$ ;  $l_2=80 \text{ см}$ ;  $l_3=10 \text{ см}$ , сечения ферромагнитных материалов сердечников  $S_1=5 \text{ см}^2$ ;  $S_2=5 \text{ см}^2$ ;  $S_3=10 \text{ см}^2$ , длина воздушного зазора  $l_6=0.1 \text{ мм}$ . Намагничивающие силы обмоток  $I_1 W_1=600 \text{ А}$ ;  $I_2 W_2=800 \text{ А}$ .

Кривая намагничивания стали сердечника Э1512 приведена в табл. 8.5.

### Решение

По правилу правой руки определяем положительные направления заданных намагничивающих сил и выбираем положительные направления магнитных потоков  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$  на соответствующих участках магнитопровода. Расчетная схема представлена на рис. 8.8. По первому закону

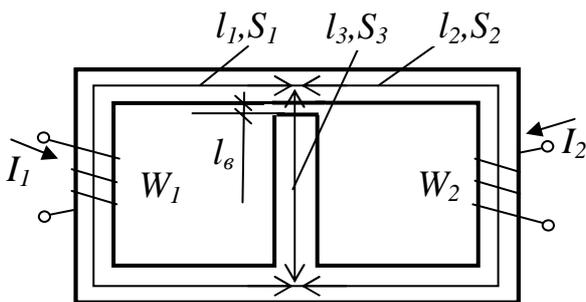


Рис. 8.7

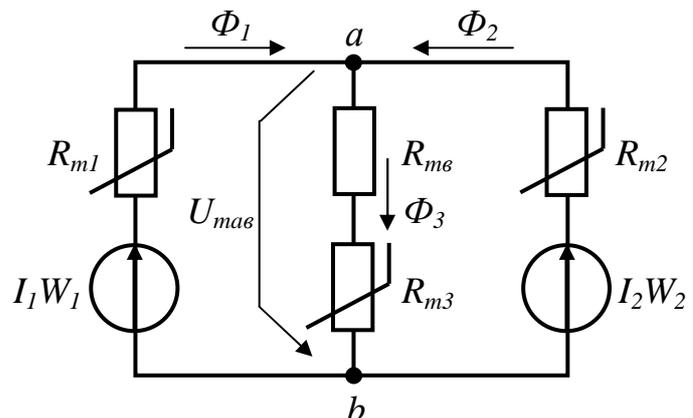


Рис. 8.8

Кирхгофа для узла  $a$  записываем:

$$\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi_3.$$

Для получения зависимостей  $\Phi_1(U_{mab})$ ,  $\Phi_2(U_{mab})$  и  $\Phi_3(U_{mab})$  воспользуемся вторым законом Кирхгофа для трёх контуров, образованных соответствующей ветвью и узловым напряжением,

$$U_{mab}(\Phi_1) = I_1 W_1 - H_1 \cdot l_1;$$

$$U_{mab}(\Phi_2) = I_2 W_2 - H_2 \cdot l_2;$$

$$U_{mab}(\Phi_3) = H_3 \cdot l_3 + H_6 \cdot l_6.$$

Расчеты, необходимые для построения зависимостей  $\Phi_1(U_{mab})$ ,  $\Phi_2(U_{mab})$  и  $\Phi_3(U_{mab})$ , приведены в табл. 8.7.

Таблица 8.7

$B_1=B_2,$ $Tл$	$H_1=H_2,$ $A/м$	$\Phi_1=\Phi_2,$ $мВб$	$H_1 l_1,$ $A$	$U_{mab}(\Phi_1),$ $A$	$H_2 l_2,$ $A$	$U_{mab}(\Phi_2),$ $A$
0	0	0	0	600	0	0
0,2	50	0.1	25	575	40	760
0,4	96	0.2	48	552	76.8	723.2
0,6	148	0.3	74	526	118.4	681.6
0,8	254	0.4	127	473	203.2	596.8
1,0	414	0.5	207	393	331.2	468.8
1,2	730	0.6	365	235	584	216
1,4	1940	0.7	970	-370	1552	-752
Продолжение таблицы 8.7						
$B_3,$ $Tл$	$H_3,$ $A/м$	$\Phi_3,$ $мВб$	$H_6 \cdot 10^{-5},$ $A/м$	$H_3 \cdot l_3,$ $A$	$H_6 \cdot l_6,$ $A$	$U_{mab}(\Phi_3),$ $A$
0	0	0	0	0	0	0
0.4	96	0.4	3.2	9.6	32	41.6
0.6	148	0.6	4.8	14.8	48	62.8
0.8	254	0.8	6.4	25.4	64	89.4
1.0	414	1.0	8	41.4	80	121.4
1.2	730	1.2	9.6	73	96	169
1.4	1940	1.4	11.2	194	112	306
1.6	6700	1.6	12.8	670	128	798

На рис. 8.9 построены соответствующие графики. Затем необходимо построить зависимость  $[\Phi_1 + \Phi_2](U_{mab})$  путем сложения ординат  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  при одних и тех же значениях  $U_{mab}$ .

Точкой  $A$  пересечения кривых  $[\Phi_1 + \Phi_2](U_{mab})$  и  $\Phi_3(U_{mab})$  определяется решение задачи в соответствии с первым законом Кирхгофа:

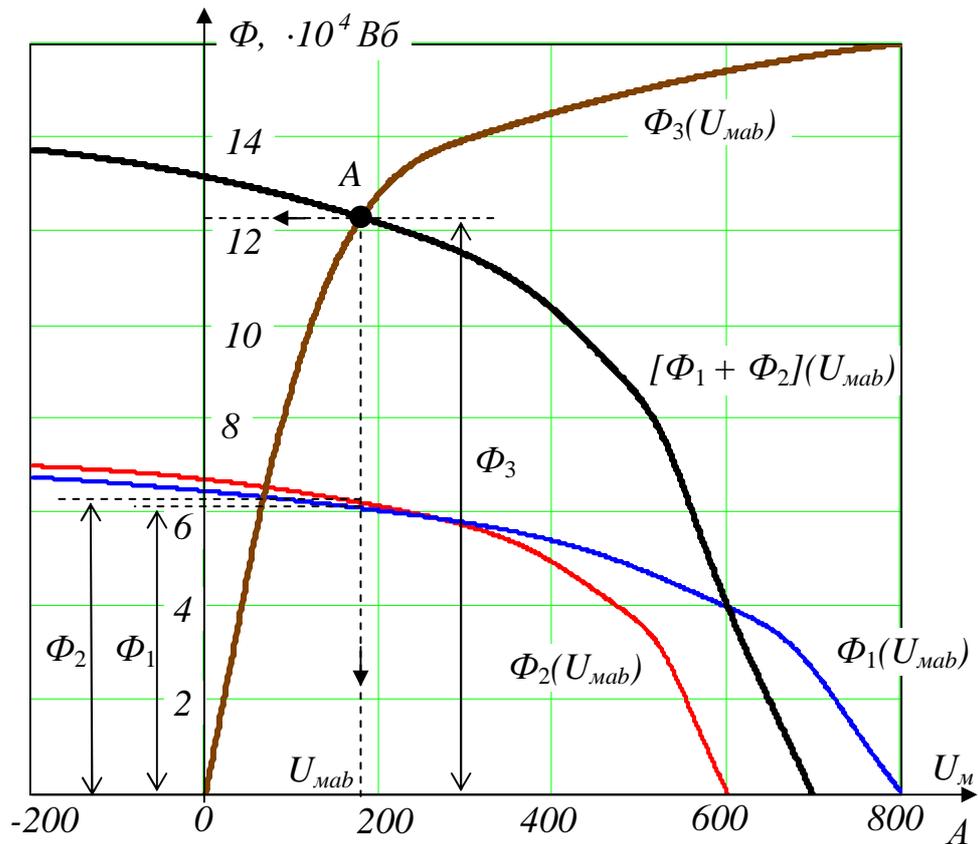


Рис. 8.9

Из рис.8.9 имеем:

$$\Phi_1 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}; \quad \Phi_2 = 6.3 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}; \quad \Phi_3 = 12.3 \cdot 10^{-4} \text{ Вб};$$

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = 1.2 \text{ Тл}; \quad B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2} = 1.26 \text{ Тл}; \quad B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3} = 1.23 \text{ Тл}.$$

## 9. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

### 9.1. Вопросы, подлежащие изучению

Характеристики нелинейных элементов для мгновенных значений. Формы кривых тока, магнитного потока и напряжения идеальной катушки с ферромагнитным сердечником. Гармонический анализ кривых. Расчет действующего значения тока идеальной катушки. Векторная диаграмма, вольтамперная характеристика идеальной катушки.

Анализ работы ферромагнитного устроителя частоты.

Формы кривых тока, магнитного потока и напряжения катушки с ферромагнитным сердечником с учетом потерь на гистерезис. Расчет потерь на гистерезис. Расчет потерь на вихревые токи. Расчет суммарных потерь в стали. Векторная диаграмма катушки с учетом потерь в стали.

Аналитическая аппроксимация характеристик нелинейных элементов для мгновенных значений, кусочно-линейная аппроксимация, их применение к расчету мгновенных значений токов, напряжений, потоков и т.д. в нелинейных цепях.

Понятие о гармоническом балансе.

Анализ феррорезонансных явлений по характеристикам для мгновенных значений.

Реальная катушка с ферромагнитным сердечником, ее уравнение электрического равновесия, расчет действующего значения тока. Векторная диаграмма реальной катушки, ее схема замещения.

Трансформатор с сердечником, его векторная диаграмма.

Вольтамперная характеристика реальной катушки для действующих значений, ее аналитическая аппроксимация.

Анализ феррорезонансных явлений по характеристикам для действующих значений. Триггерный эффект в нелинейной цепи.

Простейшие феррорезонансные стабилизаторы напряжения.

Понятие об управляемой нелинейной индуктивности.

Нелинейные резистивные элементы с несимметричной характеристикой для мгновенных значений (диоды, стабилитроны и др.), расчет цепей с вентилями, выпрямление переменного тока, формирование импульсов.

Простейшие выпрямители, их анализ. Сглаживание выпрямленного напряжения с помощью емкости, сглаживание выпрямленного тока с помощью индуктивного элемента.

## 9.2. Задачи контрольных работ

**Задача 9.1.** По данным табл. 9.1 для схемы электрической цепи рис.9.1 с активными сопротивлениями, а также источниками синусоидального напряжения  $u(t) = U_m \sin(\omega t)$  и постоянного напряжения  $E_0$ , рассчитать мгновенное и действующее значение тока источника синусоидального напряжения, а также среднее значение тока диода и его максимальное обратное напряжение, считая диод идеальным. Построить кривую тока источника синусоидального напряжения.

Таблица 9.1

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U_m, B$	240	200	300	150	180	220	260	360	330	280
$E_0, B$	100	80	110	90	95	125	130	125	150	120
$r, Ом$	60	65	110	50	55	75	70	100	90	80

**Задача 9.2.** Обмотка катушки с сердечником из электротехнической стали (кривая намагничивания приведена в табл. 8.5) состоит из  $W$  витков, сечение сердечника  $S$ , длина средней линии магнитопровода  $l$ , длина воздушного зазора  $l_g=0.3$  мм.

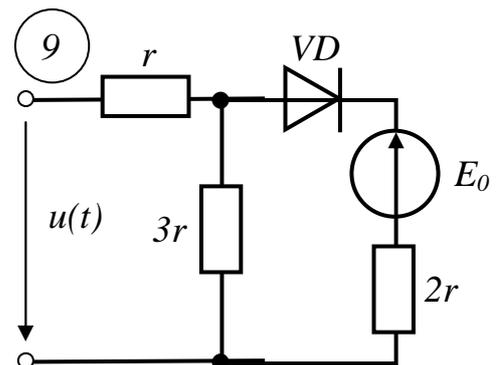
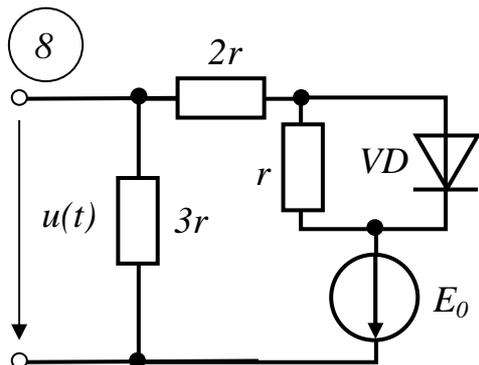
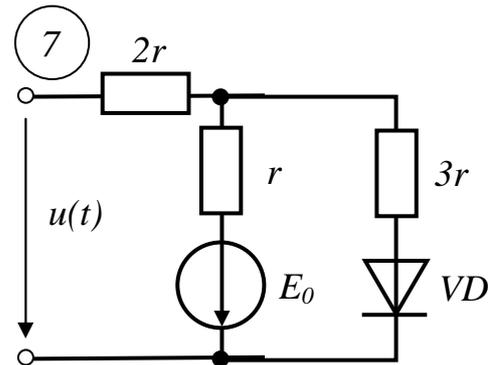
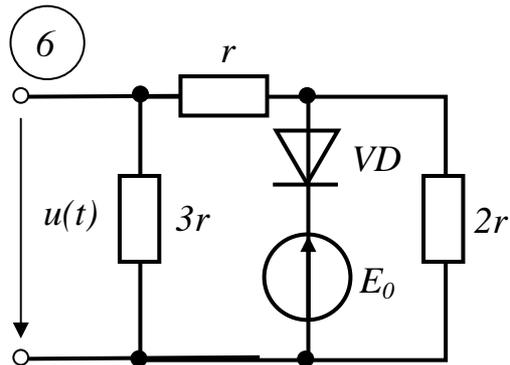
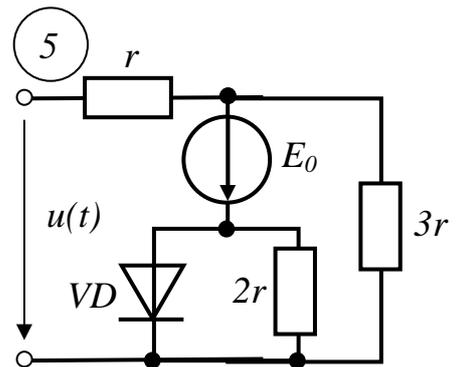
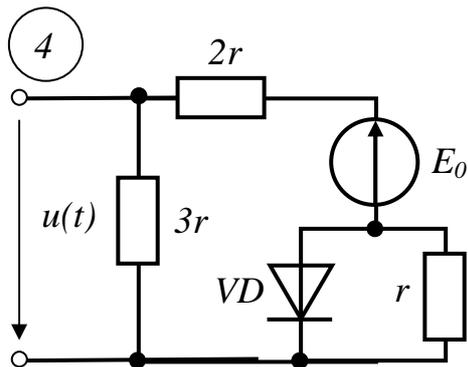
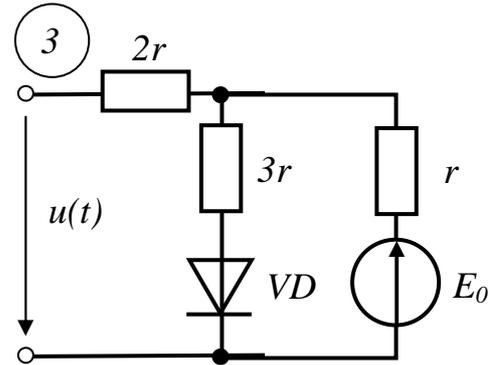
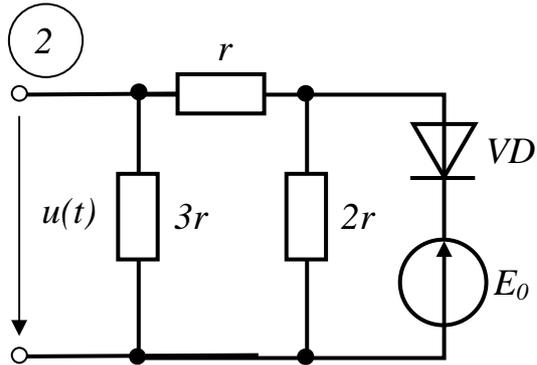
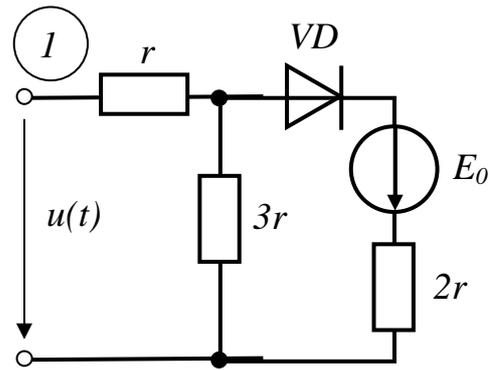
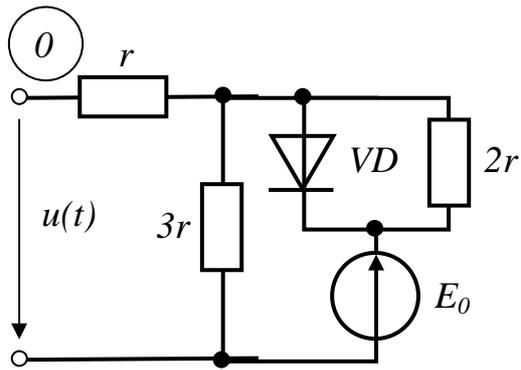


Рис. 9.1

Активное сопротивление обмотки  $r_m$ , реактивное сопротивление рассеяния  $x_s$ . Указанные параметры в зависимости от варианта приведены в табл. 9.2. К катушке приложено синусоидальное напряжение частотой  $f=50$  Гц, действующее значение которого  $U$ .

Рассчитать ток катушки, активную и реактивную мощности. Построить векторную диаграмму катушки. Привести последовательную и смешанную схемы замещения катушки, рассчитать параметры этих схем замещения.

У к а з а н и е. При решении задачи можно воспользоваться кривыми удельных потерь мощности в стали сердечника  $P_o(B_m)$  и удельной реактивной мощности намагничивания сердечника  $Q_o(B_m)$ , приведенными на рис.9.2,а, а также кривой поправочных коэффициентов  $\xi(B_m)$  (рис.9.2,б), позволяющей рассчитать действующее значение несинусоидального тока  $I$  катушки через его максимальное значение  $I_{\max}$ : 
$$I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2} \cdot \xi}.$$

Таблица 9.2

Первая цифра варианта	$U, В$	$W$	$S, см^2$	Вторая цифра варианта	$l, см$	$L, см$	$r_m, Ом$	$x_s, Ом$
0	127	180	23	0	78	0.5	4	10
1	220	280	23	1	85	0.2	6	12
2	380	600	20	2	128	1.0	3	9
3	660	900	25	3	90	0.5	5	12
4	127	270	15	4	80	0.5	7	15
5	220	350	24	5	80	0.2	4	8
6	380	500	25	6	84	0.5	6	13
7	660	1000	22	7	95	0.2	7	15
8	127	240	18	8	100	1.0	5	14
9	220	300	24	9	95	0.5	4	12

**Задача 9.3.** Однофазный выпрямитель с идеальными диодами (однополупериодный – четные варианты, мостовой - нечетные) питается синусоидальным напряжением промышленной частоты с действующим значением  $U$  и работает на активную нагрузку с сопротивлением  $r_n$ .

Требуется используя данные табл.9.3:

1. Рассчитать мгновенное  $u_n(t)$  и среднее  $U_o$  значения напряжения на нагрузке, а также среднее значение тока одного из диодов и максимальное обратное напряжение на нём.

2. Повторить расчеты по п.1 для случая, когда последовательно с нагрузкой включена индуктивность  $L=r_n \cdot \tau_1$ , где  $\tau_1$  - постоянная времени цепи  $L-r_n$ .

3. Повторить расчеты по п.1 для случая, когда параллельно сопротивлению нагрузки подключена ёмкость  $C=\tau_2/r_n$ , где  $\tau_2$  - постоянная времени цепи  $C-r_n$ .

4. В общей системе координат построить графики мгновенных значений напряжения источника  $u(t)$ , а также напряжения  $u_n(t)$ , рассчитанные по п. 1,2,3. Пунктиром показать соответствующие средние значения  $U_o$  (построения выполнить для полутора периодов  $u(t)$ ).

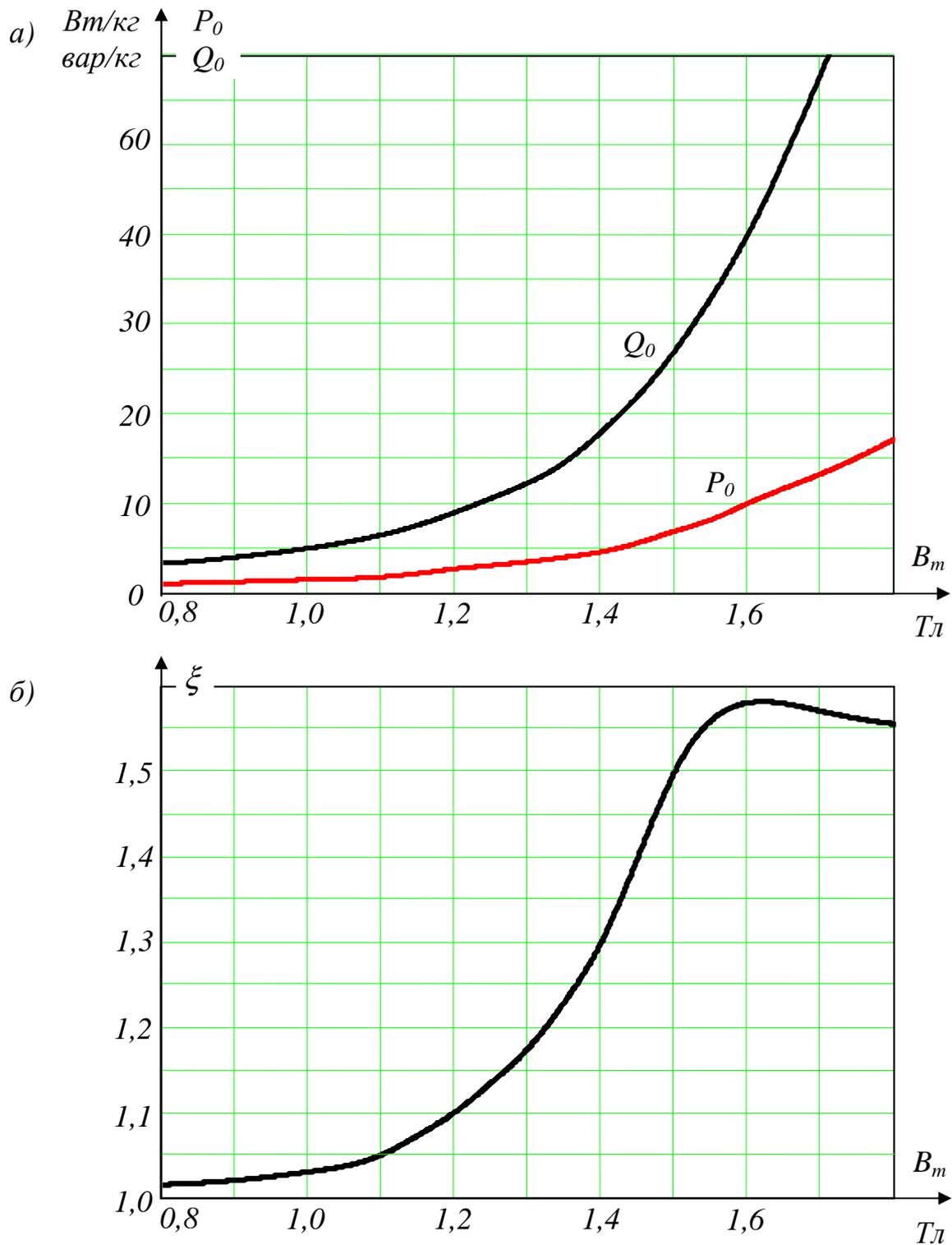


Рис. 9.2

5. Сделать вывод о влиянии реактивных элементов на величину  $U_0$  и характер напряжения на нагрузке.

Таблица 9.3

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U, В$	110	127	220	380	300	300	380	220	127	110
$r_{н}, Ом$	200	250	300	350	400	450	500	450	200	150

Вторая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\tau_1, мс$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$\tau_2, мс$	35	30	25	20	15	15	20	25	30	35

### 9.3. Типовые примеры решения задач

**Пример 9.1.** Электрическая цепь с идеальным стабилитроном (рис.9.3,а), вольтамперная характеристика которого аппроксимирована отрезками прямых (рис.9.3,б) подключена к источнику синусоидального напряжения  $u(t)=U_m \sin(\omega t)$ .

Рассчитать и построить кривую тока в сопротивлении нагрузки, найти его среднее значение, если  $U_m=500 В$ ,  $r=100 Ом$ ,  $r_H=400 Ом$ ,  $U_0=200 В$ .

Рассчитать мгновенное значение тока, потребляемого от сети, найти его действующее значение, построить кривую этого тока.

#### Решение

В приведенной схеме электрической цепи находятся пассивные резистивные элементы и единственный источник питания  $u(t)$ , поэтому токи и напряжения ветвей одновременно с напряжением источника переходят через нуль и одновременно с ним достигают максимальных значений.

Рассмотрим работу схемы в интервале времени  $\omega t=0\dots 180^\circ$ , когда  $u(t)>0$ . В соответствии с вольтамперной характеристикой стабилитрона в этом интервале ток  $i_2>0$ , а напряжение на стабилитроне  $u_2=u_H=0$ , режим работы исходной схемы соответствует рис.9.3,в. Следовательно, ток  $i_H=0$ , а токи

$$i_1=i_2=\frac{U_m}{r} \sin \alpha t = \frac{500}{100} \sin \alpha t = 5 \sin \alpha t \text{ А.}$$

В момент времени  $\alpha t_1=180^\circ$  напряжение сети переходит через нуль и во втором полупериоде синусоиды  $u(t)<0$ , а токи и напряжения ветвей становятся отрицательными.

В интервале времени  $\alpha t=\alpha t_1\dots \alpha t_2$  при напряжении стабилитрона  $u_2=0\dots -U_0$  ток стабилитрона  $i_2=0$ , а режим работы схемы соответствует рис.9.17г.

При этом

$$i_1=i_H=\frac{U_m}{r+r_H} \sin \alpha t = \frac{500}{100+400} \sin \alpha t = 1 \cdot \sin \alpha t \text{ А,}$$

а напряжение на зажимах нагрузки и стабилитрона

$$u_2=u_H=i_H r_H=400 \sin \alpha t \text{ В.}$$

В момент времени  $\alpha t_2$  напряжение  $u_2=-U_0=-200 В$ , откуда

$$-200 = 400 \sin \alpha t_2, \quad \text{а}$$

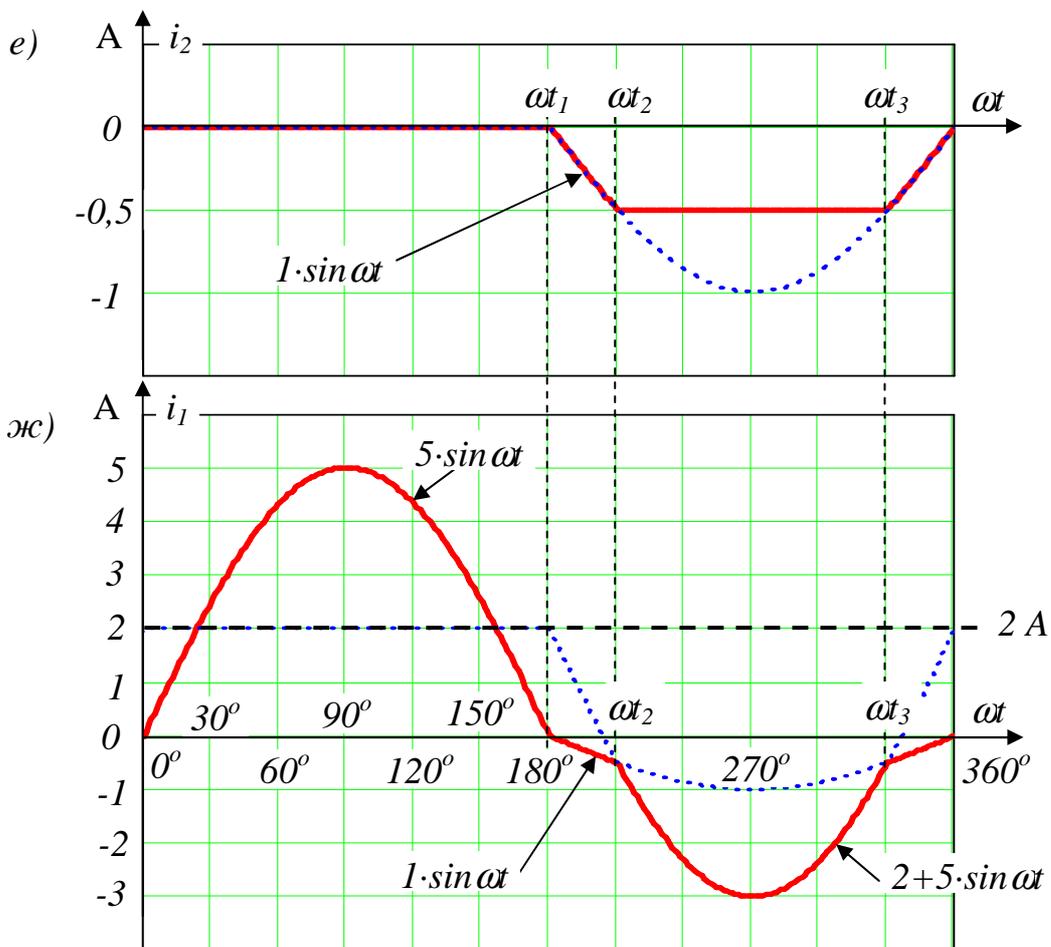
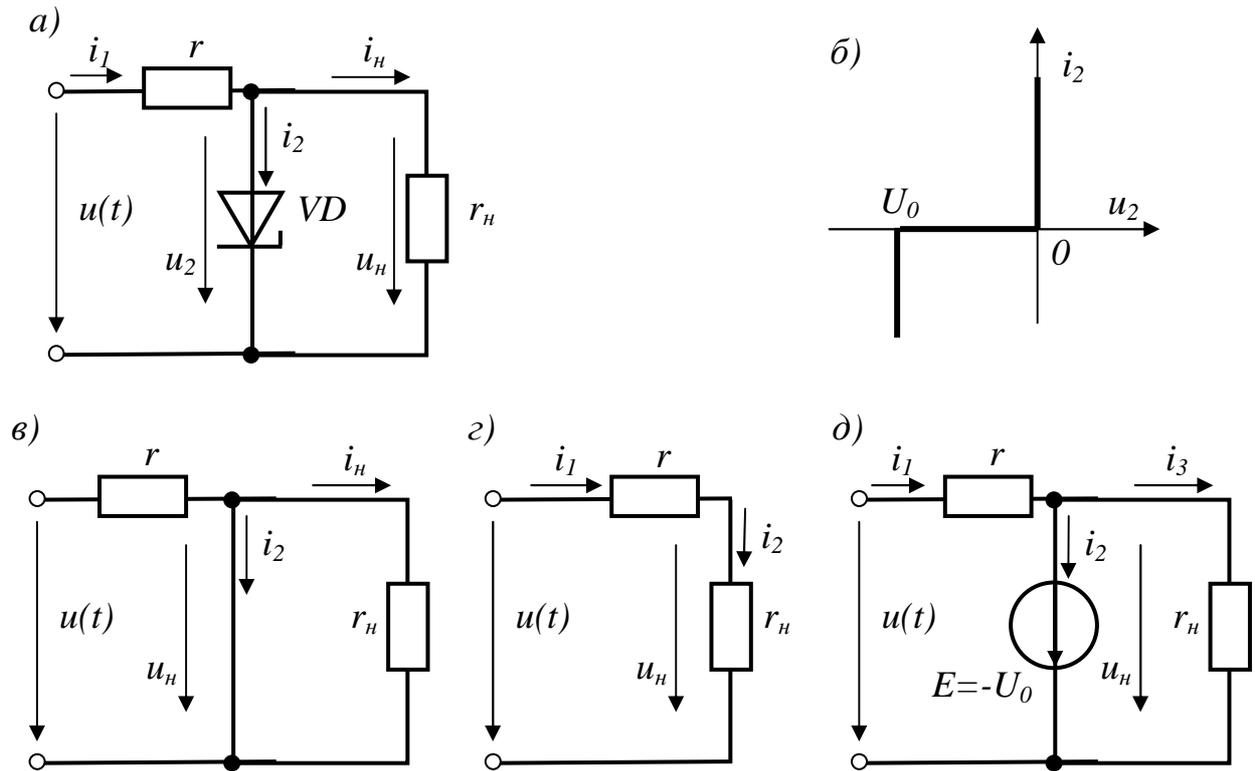


Рис. 9.3

$$\omega t_2 = \arcsin \frac{-200}{400} = \arcsin\left(\frac{-1}{2}\right),$$

откуда следует, что момент обратного пробоя стабилитрона  $\omega t_2 = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ$ , а момент выхода из состояния электрического пробоя  $\omega t_3 = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$ .

В интервале времени  $\omega t = \omega t_2 \dots \omega t_3$  имеет место электрический пробой стабилитрона, а режим работы схемы соответствует рис.9.3,д. При этом

$$u_2 = u_n = -U_o = -200\text{В}, \quad i_n = \frac{-200}{400} = -0,5\text{ А},$$

ток источника

$$i_1 = \frac{U_m \sin \omega t - u_n}{r} = \frac{500 \sin \omega t + 200}{100} = 2 + 5 \sin \omega t \text{ А},$$

ток стабилитрона

$$i_2 = i_1 - i_n = 2,5 + 5 \sin \omega t \text{ А}.$$

Кривая тока стабилитрона  $i_2(\omega t)$  приведена на рис.9.3,е, а кривая тока источника тока  $i_1(\omega t)$  приведена на рис. 9.3,ж.

Среднее значение тока нагрузки

$$\begin{aligned} I_{нсп} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_n(\omega t) d\omega t = \frac{1}{2\pi} \left[ 2 \int_{180^\circ}^{210^\circ} 1 \cdot \sin \omega t d\omega t - 0,5(330^\circ - 210^\circ) \frac{\pi}{180^\circ} \right] = \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[ \sqrt{3} - 2 - \frac{0,5 \cdot 2\pi}{3} \right] = -0,21 \text{ А}. \end{aligned}$$

Действующее значение тока, потребляемого из сети

$$I_1 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [i_1(\omega t)]^2 d\omega t} \cong \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n i_k^2} = 2,823 \text{ А}.$$

**Пример 9.2.** Катушка с сердечником из электротехнической стали (рис.9.4,а), кривая намагничивания которой задана табл. 8.5, имеет  $w=150$  витков, активное сопротивление обмотки  $r_m=2 \text{ Ом}$ , индуктивное сопротивление рассеяния  $x_s=5 \text{ Ом}$ . Размеры сердечника:  $S=44 \text{ см}^2$ ,  $l_{cm}=80 \text{ см}$ , длина воздушного зазора  $l_g=0,2 \text{ мм}$ .

Определить ток и коэффициент мощности катушки, рассчитать параметры последовательной и смешанной схем замещения, построить векторную диаграмму катушки, если напряжение сети  $U=220 \text{ В}$ ,  $f=50 \text{ Гц}$ .

**Решение**

Задача расчета тока решается методом последовательных приближений. Для первого приближения примем ориентировочное значение напряжения  $U'$  (см. рис.9.4,б,в)

$$U' = 0.9 \cdot U = 200 \text{ В,}$$

которому соответствует амплитудное значение магнитной индукции в сердечнике

$$B_m = \frac{U'}{4.44 \cdot f \cdot w \cdot S} = \frac{200}{4.44 \cdot 50 \cdot 150 \cdot 44 \cdot 10^{-4}} = 1.365 \text{ Тл.}$$

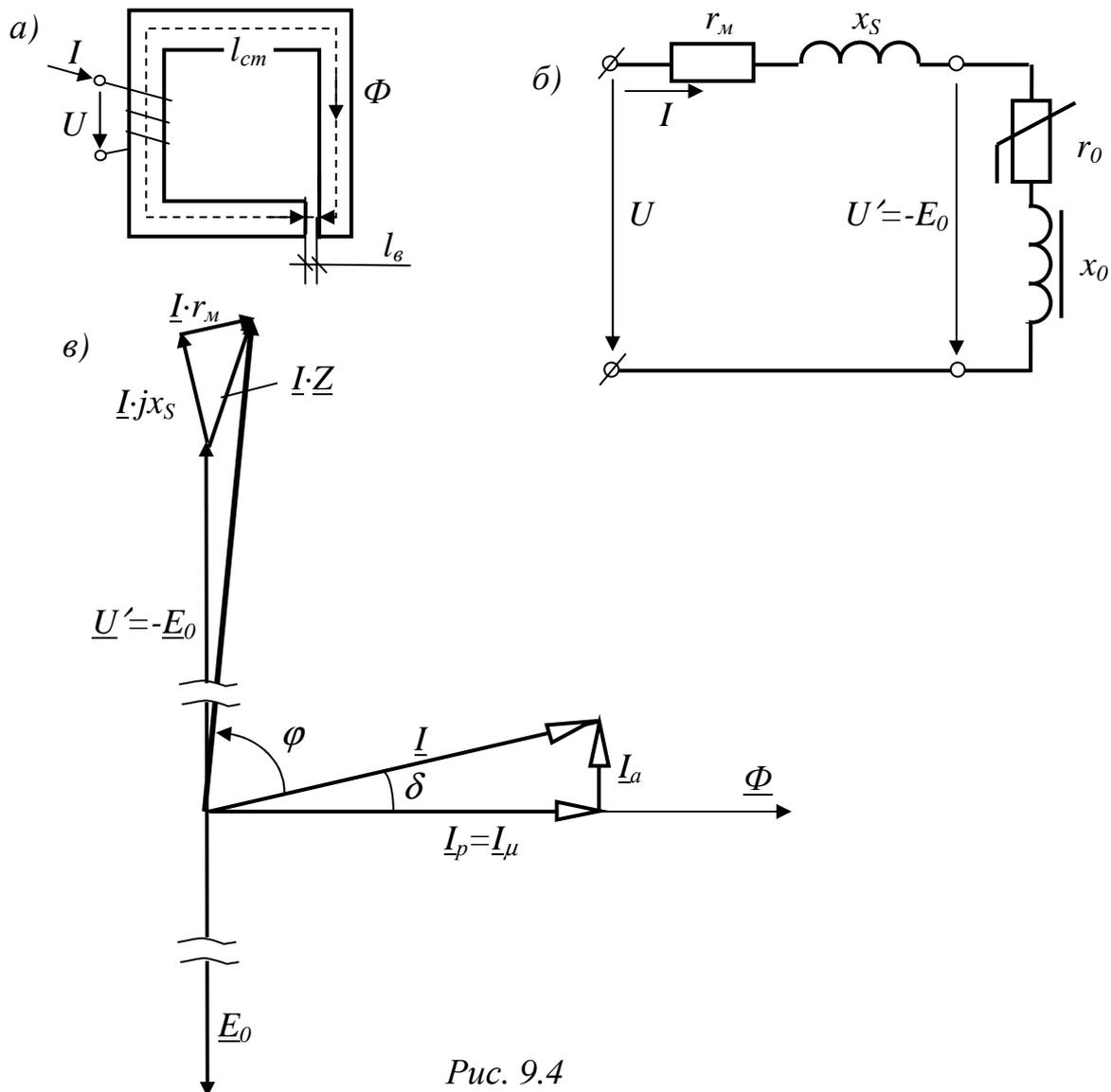


Рис. 9.4

Амплитудное значение реактивной составляющей тока катушки (рис.9.4,в) определяется законом полного тока

$$I_{pm} = \frac{H_m l_{cm} + H_{em} l_g}{w} = \frac{1000 \cdot 0.8 + 1.092 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{150} = 6.79 \text{ А,}$$

где:  $H_m=1000$  А/м согласно табл. 8.5 – амплитуда напряженности магнитного поля в сердечнике,  $H_{эм} = 0.8 \cdot 10^6 \cdot B_m = 0.8 \cdot 10^6 \cdot 1.365 = 1.092 \cdot 10^6$  А/м – амплитуда напряженности магнитного поля в воздушном зазоре.

Действующее значение реактивной составляющей тока находим с учетом коэффициента несинусоидальности тока  $\xi(B_m)$  (рис.9.2,б)

$$I_p = \frac{I_{pm}}{\sqrt{2 \cdot \xi}} = \frac{6.79}{\sqrt{2 \cdot 1.25}} = 3.84 \text{ А.}$$

Заметим, что в токе  $I_p$  можно выделить две составляющие:

$$I_p = I'_p + I''_p = \frac{H_m \cdot l_{cm}}{\sqrt{2 \cdot \xi \cdot W}} + \frac{H_{эм} \cdot l_g}{\sqrt{2 \cdot \xi \cdot W}} = 3.016 + 0.824 = 3.84 \text{ А.}$$

Второе слагаемое намагничивающего тока определяет часть намагничивающей силы, необходимой для преодоления магнитным потоком сопротивления воздушного зазора. Первое слагаемое  $I'_p$  можно определить по кривой удельной реактивной мощности  $Q_o(B_m)$ , представленной на рис.9.2,а : при  $B_m=1,365$  Тл,  $Q_o=22$  вар / кг,

$$Q = Q_o \cdot \gamma \cdot l_{cm} \cdot S_{cm} = 22 \cdot 7.7 \cdot 10^{-3} \cdot 80 \cdot 44 = 596.3 \text{ вар,}$$

$$I'_p = \frac{Q}{U'} = \frac{596.3}{200} = 2.98 \text{ А,}$$

что практически совпадает с полученным ранее значением.

Для расчета активной составляющей тока  $I_a$  катушки определим мощность тепловых потерь в сердечнике, используя зависимость  $P_o(B_m)$  (рис.9.2,а): при  $B_m=1.365$  Тл,  $P_o=4,8$  Вт / кг,

$$P_{cm} = P_o \cdot \gamma \cdot l_{cm} \cdot S = 4.8 \cdot 7.7 \cdot 10^{-3} \cdot 80 \cdot 44 = 130.1 \text{ Вт ;}$$

$$I_a = \frac{P_{cm}}{U'} = \frac{130.1}{200} = 0.65 \text{ А.}$$

Полный ток катушки в первом приближении

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{0.65^2 + 3.84^2} = 3.84 \text{ А.}$$

Параметры последовательной схемы замещения на основании расчетов первого приближения

$$Z_0 = \frac{U'}{I} = \frac{200}{3.9} = 51.3 \text{ Ом,}$$

$$r_0 = \frac{P_{cm}}{I^2} = \frac{130.1}{3.9^2} = 8.6 \text{ Ом; } x_0 = \sqrt{z_0^2 - r_0^2} = \sqrt{51.3^2 - 8.6^2} = 50.6 \text{ Ом.}$$

Входное сопротивление катушки в соответствии с рис.9.4,б:

$$z_{ex} = \sqrt{(r_m + r_o)^2 + (x_s + x_o)^2} = \sqrt{(2 + 8.6)^2 + (5 + 50.6)^2} = 56.6 \text{ Ом.}$$

Расчетное значение напряжения на катушке при принятом  $U' = 200 \text{ В}$  :

$$U_{расч}^{(1)} = z_{ex} \cdot I = 56.6 \cdot 3.9 = 220.7 \text{ В.}$$

Поскольку расчетная величина входного напряжения отличается от заданной менее, чем на 1%, расчета второго приближения не требуется. В противном случае необходимо принять новое значение  $U'$  и повторить расчет.

Коэффициент мощности катушки

$$\cos \varphi = \frac{P_{cm} + r_m \cdot I^2}{U \cdot I} = \frac{130.1 + 2 \cdot 3.9^2}{220 \cdot 3.9} = 0.187.$$

Параметры смешанной схемы замещения катушки

$$g_0 = \frac{I_a}{U'} = \frac{0.65}{200} = 3.25 \cdot 10^{-3} \text{ См}, \quad b_0 = \frac{I_p}{U'} = \frac{3.84}{200} = 19.2 \cdot 10^{-3} \text{ См.}$$

Для реальной катушки с ферромагнитным сердечником строят также укрупненную последовательную схему замещения. При этом заменяют последовательное соединение двух резисторов схемы рис.9.4,б одним

$$r = r_m + r_o = 2 + 8.6 = 10.6 \text{ Ом},$$

и двух индуктивных сопротивлений также одним

$$x = x_s + x_o = 5 + 50.6 = 55.6 \text{ Ом.}$$

Получим эквивалентную последовательную схему замещения катушки (рис.9.5,а), векторную диаграмму этой катушки (рис.9.5,б), на основании чего запишем

$$U_a = r \cdot I = 10.6 \cdot 3.9 = 41.3 \text{ В};$$

$$U_L = x \cdot I = 55.6 \cdot 3.9 = 216.8 \text{ В};$$

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_L^2} = \sqrt{41.3^2 + 216.8^2} = 220 \text{ В},$$

активная мощность катушки

$$P = r_m \cdot I^2 + P_{cm} = r \cdot I^2 = 10.6 \cdot 3.9^2 = 161 \text{ Вт.}$$

Параллельная схема замещения катушки приведена на рис.9.6,а, ее векторная диаграмма – на рис.9.6,б, составляющие тока

$$I_a = \frac{P}{U} = \frac{161}{220} = 0.73 \text{ А};$$

$$I_L = \sqrt{I^2 - I_a^2} = \sqrt{3.9^2 - 0.73^2} = 3.83 \text{ А.}$$

Для расчета вольтамперных характеристик катушки необходимо произвести расчеты состояния катушки по приведенной методике для

диапазона входных напряжений от 0 до 250 В. Для каждого значения напряжения будем иметь соответствующие значения  $I_a$ ,  $I_L$ ,  $I$ ,  $U_a$ ,  $U_L$ .

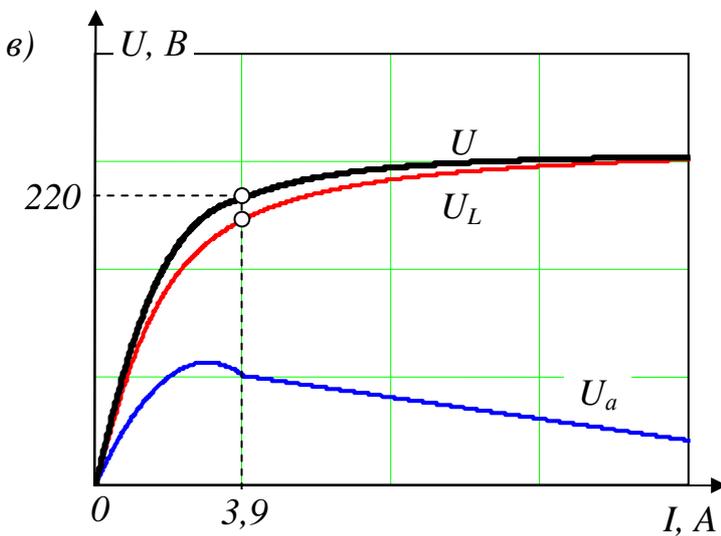
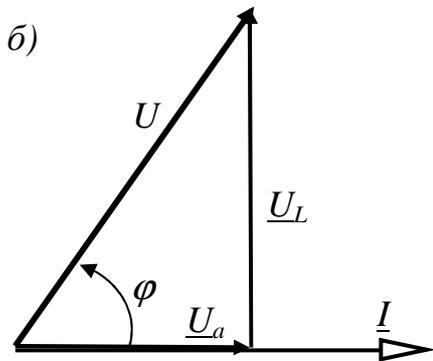
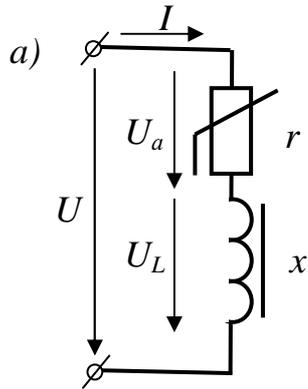


Рис. 9.5

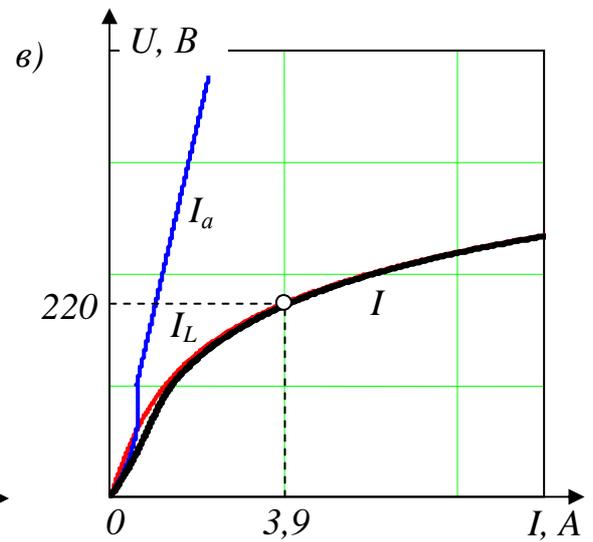
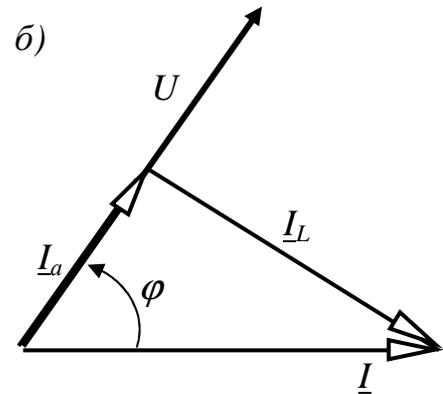
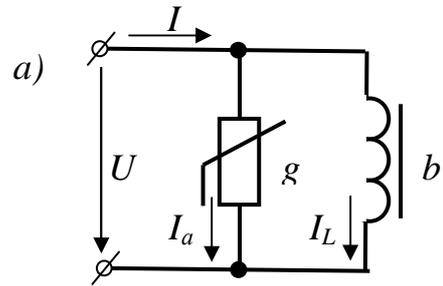


Рис. 9.6

Этого достаточно для построения характеристик, которые для последовательной схемы имеют вид, приведенный на рис. 9.5,в, а для параллельной – на рис. 9.6,в.

## 10. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В НЕЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ

### 10.1. Вопросы, подлежащие изучению

Общая характеристика методов расчета переходных процессов в нелинейных электрических цепях. Расчет переходного процесса при включении катушки со сталью на постоянное напряжение методами: а) условной линеаризации; б) аналитической аппроксимации; в) кусочно-линейной аппроксимации; г) последовательных интервалов; д) графического интегрирования. Расчет переходного процесса при включении катушки со сталью на синусоидальное напряжение методами: а) условной линеаризации; б) последовательных интервалов.

### 10.2. Задачи контрольных работ

**Задача 10.1.** В схемах рис.10.1, содержащих один нелинейный элемент (НЭ), в результате коммутации возникает переходный процесс. Параметры линейных элементов и входное напряжение  $U$  источника постоянного напряжения заданы в табл. 10.1. Характеристика резистивного нелинейного элемента задана в табл. 10.2. Сопротивление  $r$  таково, что в схемах 0, 3, 5, 6, 9 в установившемся режиме по НЭ протекает ток  $2\text{ А}$ , а в схемах 1, 2, 4, 7, 8 в момент коммутации напряжение на НЭ составляет  $40\text{ В}$ .

Используя кусочно-линейную аппроксимацию характеристики нелинейного элемента двумя отрезками прямых, определить закон изменения тока в нелинейном элементе и напряжения на реактивном элементе и построить графики их изменения от времени.

Таблица 10.1

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U, \text{В}$	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58
$L, \text{Гн}$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4
$C, \text{мкФ}$	500	450	400	350	300	325	375	425	475	525

Таблица 10.2

$u, \text{В}$	0	2	4	6	8	10	12	16	20	24	28	32	36	40	44
$i, \text{А}$	0	0.6	1	1.26	1.45	1.57	1.66	1.8	1.87	1.92	1.94	1.96	1.98	2	2.02

**Задача 10.2.** Катушка со сталью, имеющая следующие параметры:  $w$  витков, сечение сердечника, изготовленного из стали Э1215, -  $S$ , длину средней магнитной линии -  $l$  и сопротивление меди  $r$ , включается на синусоидальное напряжение частотой  $50\text{ Гц}$  и амплитудой  $U_m$ . Используя метод условной линеаризации и пренебрегая потерями в стали, определить максимальное значение тока во время самого тяжелого переходного процесса.

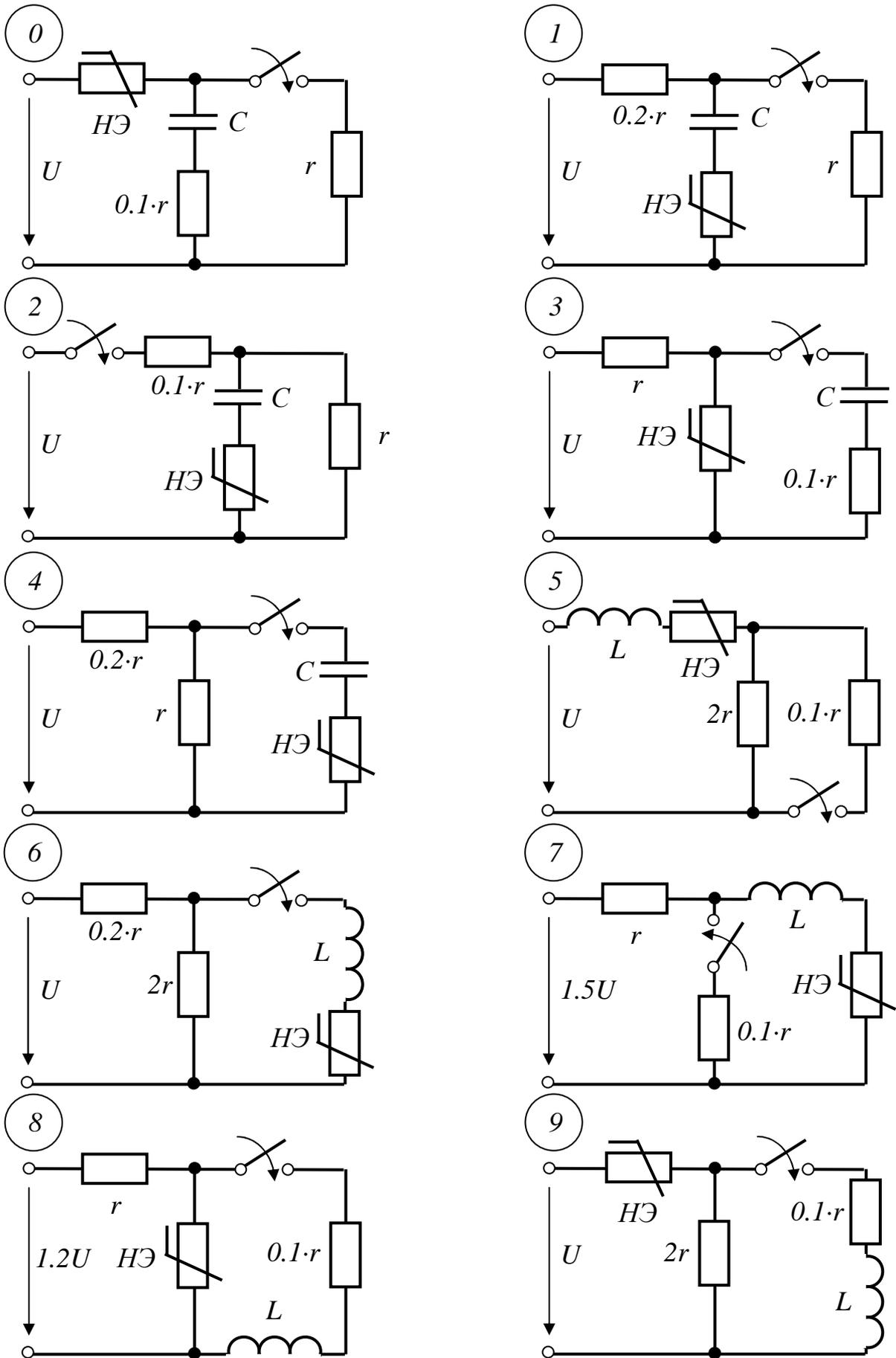


Рис. 10.1

Кривая намагничивания стали Э1215 приведена в задаче 8.2, а численные значения параметров катушки – в табл. 10.3.

Таблица 10.3

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U_m, B$	310	178	537	930	156	178	310	156	537	930
$S, \text{см}^2$	20	10	12	24	15	16	18	8	24	25
$w$	400	470	1200	1030	280	300	460	520	600	1000
Вторая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l, \text{см}$	90	45	50	100	80	80	70	35	90	110
$r, \text{Ом}$	3	3	4.5	5.5	2.2	2.5	3.5	2	4	6

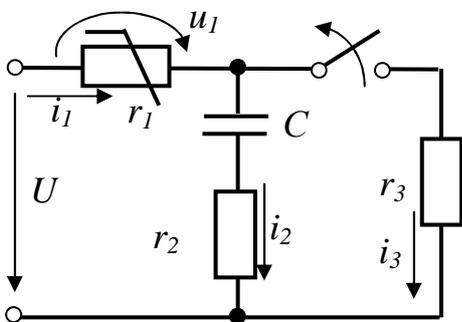
**Указание.** Если расчетная точка выходит за пределы данных табл. 8.5, то следует применить линейную интерполяцию кривой намагничивания стали.

### 10.3. Типовые примеры решения задач

**Пример 10.1.** В схеме рис.10.2, содержащей резистивный нелинейный элемент (НЭ), возникает переходный процесс при выключении рубильника. Характеристика НЭ задана в табл. 10.4.

Таблица 10.4

$u, B$	0	9	15	17.5	19	20.5	21.8	23	24	25	26	27	28	30	32
$i, A$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.4	1.6



Аппроксимировав характеристику НЭ двумя отрезками прямых, определить закон изменения тока в НЭ и напряжения на ёмкости  $C$ . По результатам расчета построить графики зависимости искомых величин от времени, если  $U=100 B$ ,  $r_2=5 \text{ Ом}$ ,  $r_3=50 \text{ Ом}$ ,  $C=200 \text{ мкФ}$ .

#### Решение

По данным табл. 10.4 строим график  $u_1(i_1)$  (вах НЭ), который представлен на рис.10.3.

До коммутации имеем  $i_2(t)=0$  (ёмкость не пропускает постоянный ток), следовательно,  $i_1(t)=i_3(t)$ , поэтому точку (1) установившегося режима до коммутации определим графическим путем в соответствии с уравнением

$$u_1 + r_3 i_3(t) = U.$$

Из графика рис.10.3 получаем

$$i_1(t) = i_3(t) = 1.42 \text{ A}, \quad u_C(t) = r_3 i_3(t) = 50 \cdot 1.42 = 74 \text{ B}.$$

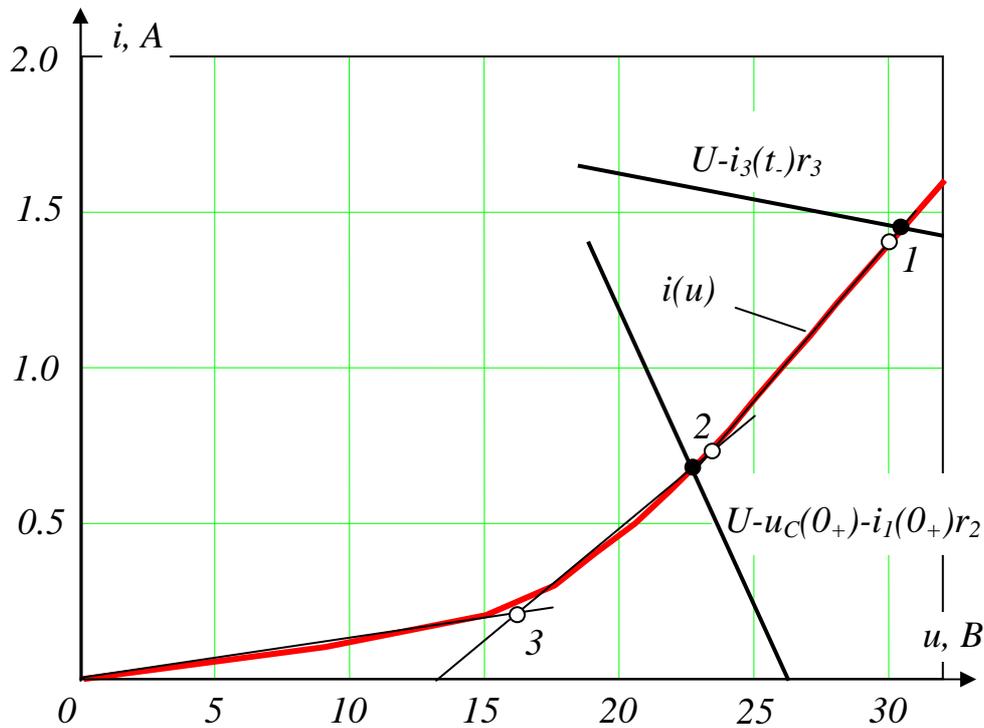


Рис. 10.3

В момент коммутации  $u_C$  сохранит своё значение в соответствии со вторым законом коммутации, т.е.  $u_C(0)=74$  В.

После окончания переходного процесса токов в цепи не будет из-за наличия ёмкости, т.е. на ВАХ НЭ точка установившегося режима находится в начале координат, а установившееся значение напряжения на  $C$  будет  $u_{Cy}=U=100$  В.

В момент коммутации рабочая точка (точка 2) на ВАХ НЭ переместится в соответствии с выражением

$$u_1(0_+) + u_C(0) + i_1(0_+)r_2 = U$$

или

$$u_1(0_+) + i_1(0_+)r_2 = 26.$$

Из графика рис.10.3 получаем:  $i_1(0_+) = i_1^{(2)} = 0.67$  А;  $u_1(0_+) = u_1^{(2)} = 22.7$  В.

Рабочий участок ВАХ НЭ аппроксимируем двумя прямолинейными участками: 2-3 и 3-0.

Координаты точки 3:  $i_1^{(3)} = 0.18$  А,  $u_1^{(3)} = 15.8$  В.

Аналитические выражения участков 2-3 и 3-0

$$u_1 = 13.3 - i_1 r_{\partial 1}; \quad u_1 = i_1 r_{\partial 2},$$

где динамические сопротивления  $r_{\partial 1}$  и  $r_{\partial 2}$

$$r_{\partial 1} = \frac{u_1^{(2)} - u_1^{(3)}}{i_1^{(2)} - i_1^{(3)}} = \frac{22.7 - 15.8}{0.67 - 0.18} = 14.08 \text{ Ом};$$

$$r_{\partial 2} = \frac{u_1^{(3)}}{i_1^{(3)}} = \frac{15.8}{0.18} = 87.8 \text{ Ом.}$$

Для расчета переходного процесса составим дифференциальные уравнения цепи после коммутации

$$\begin{cases} u_1 + u_C + i_1 r_2 = U; & i_1 = C \frac{du_C}{dt} \quad \text{или} \\ u_1 + u_C + C r_2 \cdot \frac{du_C}{dt} = U. \end{cases} \quad (10.1)$$

При работе НЭ на участке 2-3 его ВАХ уравнения (10.1) принимают вид

$$13.3 + i_1 r_{\partial 1} + u_C + i_1 r_2 = U; \quad \text{или} \quad u_C + C(r_2 + r_{\partial 1}) \cdot \frac{du_C}{dt} = U - 13.3. \quad (10.2)$$

Решение уравнения (10.2) имеет вид

$$u_C = U - 13.3 + A_1 e^{p_1 t},$$

где корень характеристического уравнения

$$p_1 = -\frac{1}{(r_2 + r_{\partial 1}) \cdot C} = -\frac{1}{(5 + 14.08) \cdot 200 \cdot 10^{-6}} = -262 \text{ с}^{-1}.$$

Постоянную интегрирования  $A_1$  определим из условия, что при  $t=0$   $u_C(0)=74 \text{ В}$ , т.е.

$$A_1 = u_C(0) - u_{Cy} = 74 - 86.4 = -12.4 \text{ В.}$$

Окончательные ответы для  $u_C$  и тока в цепи при работе НЭ на участке 2-3

$$u_C = 86.4 - 12.4 \cdot e^{-262t} \text{ В}, \quad i = C \frac{du_C}{dt} = 200 \cdot 10^{-6} \cdot (-12.4) \cdot (-262) \cdot e^{-262t} = 0.65 \cdot e^{-262t} \text{ А.} \quad (10.3)$$

При работе НЭ на участке 3-0 его ВАХ уравнения (10.1) принимают вид

$$i_1 r_{\partial 2} + u_C + i_1 r_2 = U; \quad \text{или} \quad u_C + C(r_2 + r_{\partial 2}) \cdot \frac{du_C}{dt} = U. \quad (10.4)$$

Решение уравнения (10.4) имеет вид

$$u_C = u_{Cy} + A_2 e^{p_2(t-t_1)}, \quad (10.5)$$

где корень характеристического уравнения

$$p_2 = -\frac{1}{(r_2 + r_{\partial 2}) \cdot C} = -\frac{1}{(5 + 87.8) \cdot 200 \cdot 10^{-6}} = -53.9 \text{ с}^{-1},$$

а  $t_1$  - момент времени, когда происходит переход с участка 2-3 на участок 3-0.

Определим  $t_1$  из условия, что при  $t=t_1$  (10.3) должна дать результат  $i_1^{(3)}=0.18 \text{ A}$ , т.е.

$$0.18=0.65 \cdot e^{-262t_1},$$

откуда

$$t_1 = \frac{\ln \frac{0.65}{0.18}}{262} = 4.9 \cdot 10^{-3} \text{ с} = 4.9 \text{ мс}.$$

Постоянную интегрирования  $A_2$  определим из условия, что при  $t=t_1$  (10.3) и (10.5) для  $u_C$  должны дать одинаковый результат, т.е.

$$86.4 - 12.4 \cdot e^{-262 \cdot 4.9 \cdot 10^{-3}} = 100 + A_2,$$

откуда

$$A_2 = 86.4 - 12.4 \cdot e^{-262 \cdot 4.9 \cdot 10^{-3}} - 100 = -17 \text{ В}.$$

Окончательные ответы для  $u_C$  и тока в цепи при работе НЭ на участке 3-0

$$u_C = 100 - 17 \cdot e^{-53.3(t-t_1)} \text{ В}, \quad i = C \frac{du_C}{dt} = 200 \cdot 10^{-6} \cdot (-17) \cdot (-53.9) \cdot e^{-53.3(t-t_1)} = 0.18 \cdot e^{-53.3(t-t_1)} \text{ А}. \quad (10.6)$$

По (10.3) и (10.6) построены требуемые графики с использованием системы Mathcad, которые приведены на рис.10.4.

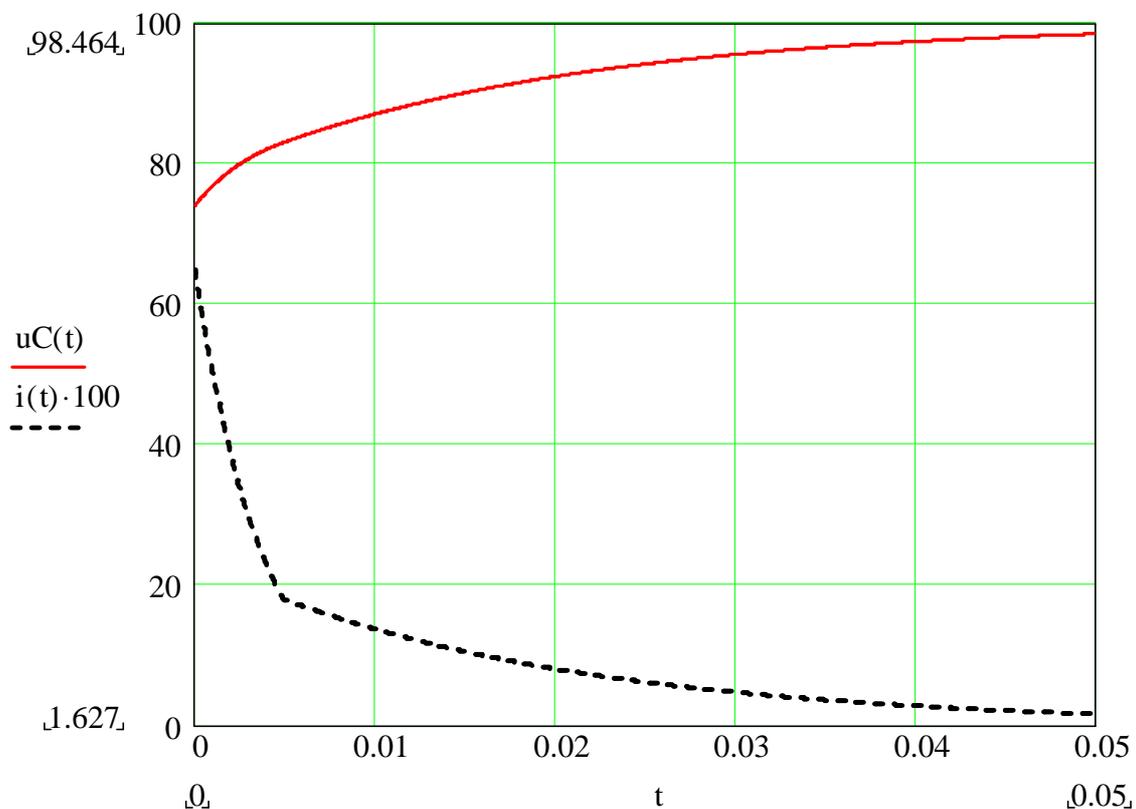


Рис. 10.4

**Пример 10.2.** В схеме рис.10.5, содержащей источник синусоидального тока  $j=0.5 \cdot \sin(500 \cdot t + \psi)$ , А, два одинаковых активных сопротивления  $r_0=r=10$  кОм и вариконд  $C(u)$ , возникает переходный процесс при включении рубильника. Кулонвольтная характеристика (КВХ) вариконда приведена в табл. 10.4.

Таблица 10.4

$q, \text{мКл}$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	1
$u_C, \text{В}$	0	3	7	11	16	20	25	32	45.5	76	143	250

Требуется: используя метод условной линеаризации определить во сколько раз напряжение на вариконде во время самого тяжелого переходного процесса будет превышать его амплитуду в установившемся режиме.

### Решение

До коммутации цепь  $r, C(u)$  была выключена, поэтому заряд и напряжение вариконда при  $t=0$  будут иметь нулевые значения  $q(0)=0, u_C(0)=0$ .

В установившемся режиме состояние цепи определяется уравнением, составленным по второму закону Кирхгофа

$$i_y(r+r_0)+u_{Cy}=jr_0.$$

Будем полагать, что в этом режиме  $i_y(r+r_0) \gg u_{Cy}$  (в дальнейшем покажем, что это соотношение выполняется). Тогда

$$i_y = \frac{r_0}{r+r_0} j = 0.25 \cdot \sin(500 \cdot t + \psi), \text{ А.}$$

Установившееся значение заряда вариконда

$$q_y = \int i_y dt = \frac{-0.25}{500} \cdot \cos(500 \cdot t + \psi) = -0.5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(500 \cdot t + \psi), \text{ Кл.}$$

По данным табл. 10.4 построим КВХ вариконда (рис.10.6) и по амплитудному значению его установившегося заряда  $q_{ym}=0.5$  мКл определяем точку  $A$  установившегося режима. Этой точке соответствует амплитудное значение установившегося напряжения на вариконде  $U_{Cm}=20$  В.

Применяя метод условной линеаризации, заменим КВХ вариконда прямой линией, проходящей через точку  $A$ , уравнение которой

$$q=C \cdot u, \quad (10.7)$$

где  $C = \frac{q_{ym}}{U_{Cm}} = \frac{0.5 \cdot 10^{-3}}{20} = 25 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 25 \text{ мкФ}$  - ёмкость вариконда в точке  $A$ .

Сопротивление конденсатора ёмкостью  $C$

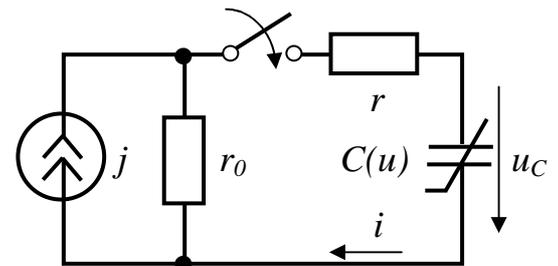


Рис. 10.5

$$x_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{500 \cdot 25 \cdot 10^{-6}} = 80 \text{ Ом},$$

т.е. соотношение  $i_y(r+r_o) \gg u_{Cy}$  действительно выполняется.

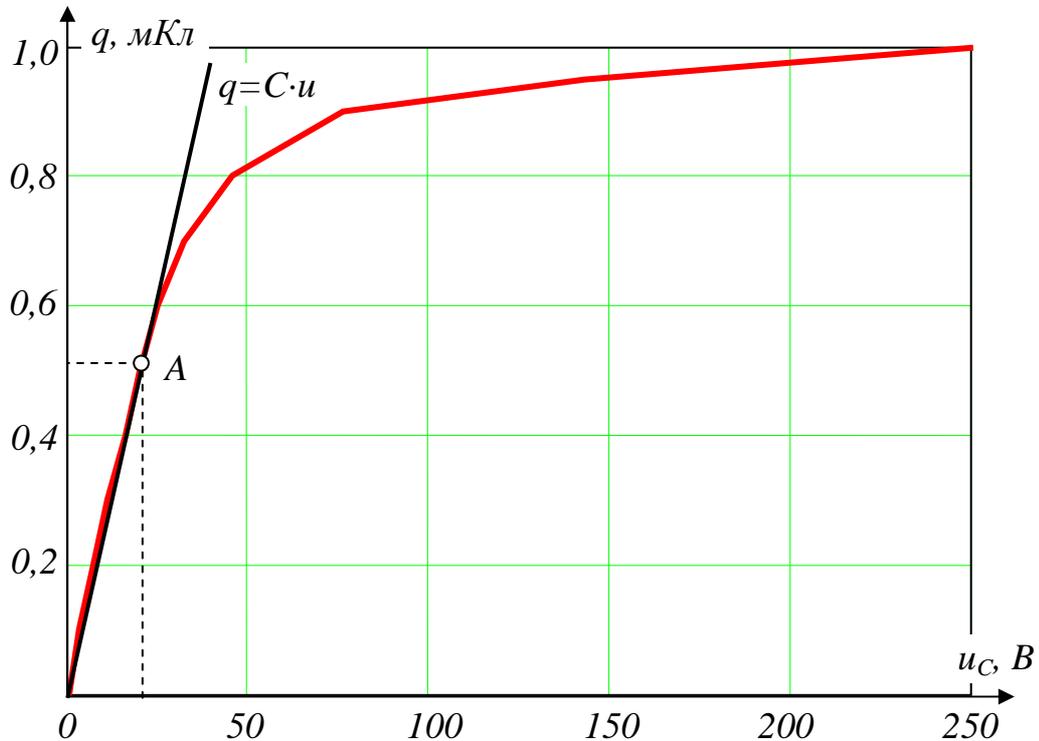


Рис. 10.6

Переходный процесс в цепи описывается уравнением

$$i(r+r_o)+u_c=jr_o, \quad (10.8)$$

причем  $i = \frac{dq}{dt}$ , а из (10.7)  $u_c = \frac{q}{C}$ . (10.9)

Подставляя (10.9) в (10.8), получаем

$$C(r+r_o) \frac{dq}{dt} + q = jCr_o. \quad (10.10)$$

Решение (10.10)

$$q = q_y + q_{ce} = -0.5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(500 \cdot t + \psi) + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (10.11)$$

где:  $\tau = C(r+r_o)$  – постоянная времени цепи;

$B$  – постоянная интегрирования, которую определим из условия, что при  $t=0$   $q(0)=0$ .

Из (10.11) получаем, что  $B = 0.5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(\psi)$ . Тогда окончательный ответ для заряда вариконда

$$q = q_y + q_{ce} = -0.5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(500 \cdot t + \psi) + 0.5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(\psi) \cdot e^{-\frac{t}{C(r+r_o)}}. \quad (10.12)$$

Анализируя (10.12), приходим к заключению, что самый тяжелый переходный процесс будет иметь место при  $\psi=0$  и при этом максимальное значение заряда  $q_{max}$  во время переходного процесса будет иметь место через полпериода после включения. Из (10.12) получаем

$$q_{max} = -0.5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(\pi) + 0.5 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-\frac{\pi}{\omega C(r+r_o)}} = 0.5 \cdot 10^{-3} \cdot (1 + e^{-\frac{\pi}{500 \cdot 25 \cdot 10^{-6} \cdot (10+10) \cdot 10^3}}) =$$

$$= 0.994 \cdot 10^{-3} \text{ Кл} = 0.994 \text{ мКл}.$$

По КВХ вариконда определяем максимальное во время переходного процесса значение напряжения на нём, соответствующее величине  $q_{max}$ :  $u_{Cmax} = 250 \text{ В}$ .

Таким образом,

$$\frac{u_{Cmax}}{U_{Cm}} = \frac{250}{20} = 12.5.$$

Напомним, что в цепи с линейной ёмкостью указанное превышение не могло быть больше двух.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Рибалко М.П., Есауленко В.О., Костенко В.І. Теоретичні основи електротехніки: Лінійні електричні кола: Підручник. – Донецьк: Новий світ, 2003. – 513 с.
2. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
3. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи – М.:Гардарика, 1999. – 637 с.
4. Атабеков Г.И., Тимофеев А.В., Хухриков С.С. Теоретические основы электротехники: В 2 ч. – М.: Энергия, 1978. – Ч.1. Линейные электрические цепи.–592 с.
5. Рибалко М.П., Есауленко В.О. Нелінійні електричні та магнітні кола в усталених і перехідних режимах: Навч. посібник. – К.: ІСДО, 1994. – 196 с.