

УДК 622.276.5:556

МОДЕЛЬ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА ЭРЛИФТА С ЭМУЛЬСИОННОЙ СТРУКТУРОЙ ВОДОВОЗДУШНОГО ПОТОКА

Кононенко А.П., канд. техн. наук, доц.,
Донецкий национальный технический университет

Разработана математическая модель рабочего процесса эрлифта с эмульсионной структурой водовоздушного потока в подъемной трубе, позволяющая определять как количественные гидродинамические параметры двухфазной смеси, так и расчетные характеристики подъемника.

The mathematical model of the operating process of the airlift with the water-air flow emulsion structure in the lifting tunnel is developed. The model characterizes the two-phase mixture quantitative hydrodynamic parameters and the tunnel estimated performance.

1. Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. Достоверное математическое описание рабочих процессов гидравлических машин и аппаратов позволяет обеспечить требуемую точность при проектировании, а также надежность и энергетическую эффективность при эксплуатации.

Водовоздушный поток в вертикальной подъемной трубе эрлифта реализуется в ряде структур, нестабильных в пространстве и во времени, описание которых требует индивидуальных физических и математических моделей. При удовлетворительном математическом описании снарядной и кольцевой структур, эмульсионная структура, как переходная между названными, в настоящее время из-за сложности процессов не поддается моделированию теорией раздельного течения. Использование гомогенной модели двухфазного течения для эмульсионной структуры предполагает корректность в вычислении гидравлических потерь на трение.

Поэтому математическое описание рабочего процесса эрлифта с эмульсионной структурой, как одной из часто реализуемых в подъемной трубе, и определение зависимости для вычисления коэффициента сопротивления для данной структуры, является актуальной научной задачей, имеющей существенное практическое приложение.

2. Анализ исследований и публикаций. Существующие математические модели эрлифтов [1-3], построенные на теории гомогенного течения, не выделяют, из ряда реализуемых структур течений в подъемной трубе, эмульсионную структуру. По этой причине во всех известных методиках расчетов для вычисления гидравлических потерь на трение предлагается усредненный, для зачастую неопознанной структуры течения, коэффициент сопротивления [4-6]. В то же время известно, что гидравлические потери на трение в снаряжном, эмульсионном и кольцевом потоках, имеющих место в подъемной трубе эрлифта, количественно существенно разнятся. Обезличенный, в плане структуры газожидкостной смеси, подход к вычислению коэффициента сопротивления зачастую приводит к существенным погрешностям и невозможности адекватного математического моделирования двухфазного потока.

Выполненные работы по количественному определению границ структур двухфазных потоков в вертикальных трубах [7, 8] позволяют достоверно выделить экспериментальные данные с эмульсионной структурой и на базе гомогенной модели определить зависимости для вычисления коэффициента сопротивления, что обеспечит адекватность математической модели рабочего процесса эрлифта.

3. Постановка задачи. На основании существующей теории гомогенного двухфазного течения необходимо разработать математическую модель рабочего процесса эрлифта с эмульсионной структурой водовоздушного потока и определить зависимость для вычисления коэффициента сопротивления для данной структуры.

4. Изложение материала и результаты. При эмульсионной структуре течения в эрлифте с подъемной трубой диаметром D , длиной $H+h$ (H – высота подъема, h – геометрическое погружение смеси-теля) и подающей трубой диаметром d водовоздушная смесь движется с приведенной скоростью $w_{см}(z)$ (рис.). Пристенная жидкостная пленка толщиной $\delta(z)$ перемещается с результирующей скоростью $w'_n(z)$.

Для одномерного стационарного восходящего течения водовоздушной смеси в вертикальной подъемной трубе эрлифта уравнения неразрывности и движения на основе гомогенной теории [4, 9] можно представить следующим образом:

$$Q_{тсм} = \rho_{см\beta}(z) \cdot w_{см}(z) \cdot \omega = const, \quad (1)$$

$$Q_{тсм} \cdot \frac{dw_{см}(z)}{dz} = -\omega \cdot \frac{dp(z)}{dz} - \chi \cdot \tau_{см}(z) - \omega \cdot \rho_{см\beta}(z) \cdot g, \quad (2)$$

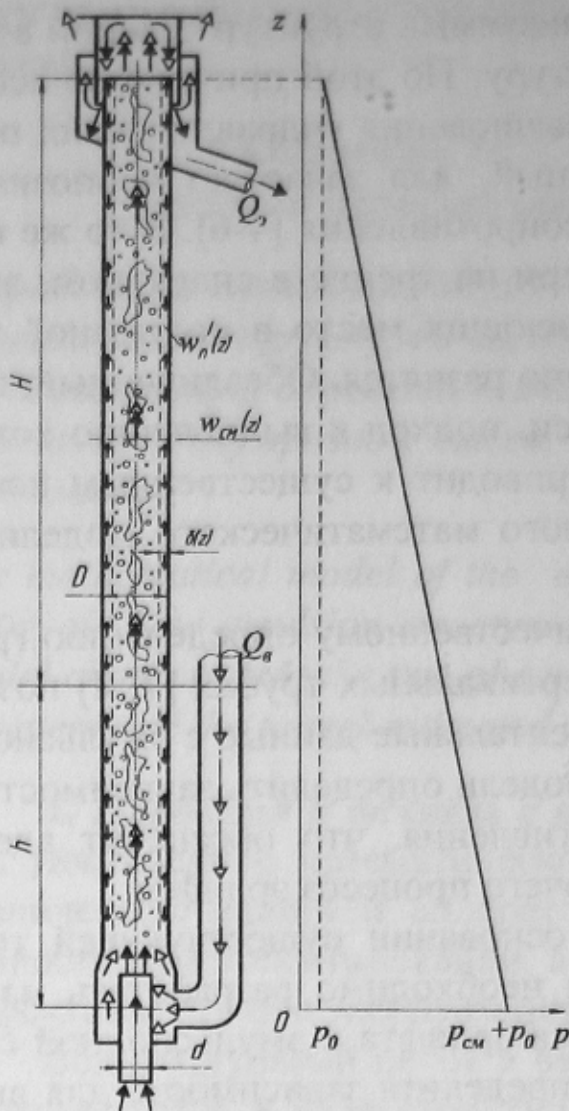


Рисунок – Схема эрлифта с эмульсионной структурой водовоздушного потока и эпюра давления в подъемной трубе

где $Q_{тсм}$ – массовый расход водовоздушной смеси;

$\rho_{см\beta}(z)$ – плотность водовоздушной смеси;

$w_{см}(z)$ – приведенная скорость водовоздушной смеси;

ω – площадь поперечного сечения подъемной трубы;

$p(z)$ – давление в сечении трубы на расстоянии z от смесителя;

χ – периметр подъемной трубы;

$\tau_{см}(z)$ – касательное напряжение;

g – ускорение свободного падения.

Уравнение (2) преобразуем к виду

$$\frac{dp(z)}{dz} = -\frac{\chi}{\omega} \cdot \tau_{см}(z) - \frac{Q_{тсм}}{\omega} \cdot \frac{dw_{см}(z)}{dz} - \rho_{см\beta}(z) \cdot g \quad (3)$$

Учитывая, что три члена правой части уравнения (3) представляют соответственно градиенты давления обусловленные трением, ускорением и силой тяжести, за частую уравнение (3) записывают следующим образом:

$$-\frac{dp(z)}{dz} = \left(\frac{dp(z)}{dz}\right)_{тр} + \left(\frac{dp(z)}{dz}\right)_{уск} + \left(\frac{dp(z)}{dz}\right)_g \quad (4)$$

Касательное напряжение на стенке $\tau_{см}(z)$ выразим через коэффициент сопротивления $\lambda_{см}(z)$ по известному в гидравлике соотношению:

$$\tau_{см}(z) = \lambda_{см}(z) \cdot \frac{\rho_{см\beta}(z) \cdot [w_{см}(z)]^2}{8} \quad (5)$$

Плотность водовоздушной смеси определим через плотности воды ρ' и воздуха $\rho''(z)$ и объемное расходное газосодержание $\beta(z)$

$$\rho_{см\beta}(z) = \beta(z) \cdot \rho''(z) + [1 - \beta(z)] \cdot \rho'. \quad (6)$$

Объемное расходное воздухосодержание для гомогенного потока

$$\beta(z) = \frac{Q_g(z)}{Q_э + Q_g(z)}, \quad (7)$$

где $Q_g(z)$ – объемный расход воздуха в z -ом сечении подъемной трубы;

$Q_э$ – объемная подача эрлифта.

Приведенная $w_{см}(z)$ и приведенная массовая G скорости газожидкостной смеси

$$w_{см}(z) = \frac{Q_э + Q_g(z)}{\omega}, \quad (8)$$

$$G = \frac{Q_{тсм}}{\omega} = \frac{Q_э \cdot \rho' + Q_g \cdot \rho_0''}{\omega} = \rho_{см\beta}(z) \cdot w_{см}(z), \quad (9)$$

где Q_g – объемный расход воздуха при нормальных условиях;
 ρ_0'' – плотность воздуха при нормальных условиях.

При допущении линейности изменения давления по высоте абсолютное давление в сечении z подъемной трубы

$$p_a(z) = p_0 + p_{см} \cdot \left(1 - \frac{z}{H + h}\right), \quad (10)$$

где p_0 – атмосферное давление;

$p_{см}$ – избыточное давление в смесителе.

При $z = 0$ абсолютное давление в смесителе $p_{а см} = p_0 + p_{см}$.

Объемный расход воздуха в z -ом сечении подъемной трубы при изотермическом процессе изменения состояния газовой фазы

$$Q_g(z) = Q_g \cdot \frac{p_0}{p_a(z)}. \quad (11)$$

Тогда из (3) и (4) с учетом (5) и (9)

$$-\left(\frac{dp(z)}{dz}\right)_{тр} = \frac{\chi}{\omega} \cdot \tau_{см}(z) = \lambda_{см}(z) \cdot \frac{G \cdot w_{см}(z)}{2D}. \quad (12)$$

Используя зависимости (6) и (9), соотношение (12) можно представить следующим образом

$$-\left(\frac{dp(z)}{dz}\right)_{mp} = \lambda_{cm}(z) \cdot \frac{G^2}{2D} \cdot \frac{1}{\beta(z) \cdot \rho''(z) + [1 - \beta(z)] \cdot \rho'} \quad (13)$$

Выражение для градиента давления, обусловленного ускорением из (3) и (4) с учетом (9)

$$-\left(\frac{dp(z)}{dz}\right)_{уск} = \frac{Q_{тсм}}{\omega} \cdot \frac{dw_{см}(z)}{dz} = G \cdot \frac{dw_{см}(z)}{dz} \quad (14)$$

Используя уравнение неразрывности (1) преобразуем (14)

$$-\left(\frac{dp(z)}{dz}\right)_{уск} = G \cdot \frac{d}{dz} \left(\frac{Q_{тсм}}{\rho_{см\beta}(z) \cdot \omega} \right) \quad (15)$$

Для условий постоянных массового расхода смеси ($Q_{тсм} = \text{const}$) и поперечного сечения подъемной трубы ($\omega = \text{const}$) (15) примет вид

$$-\left(\frac{dp(z)}{dz}\right)_{уск} = G^2 \cdot \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho_{см\beta}(z)} \right) \quad (16)$$

Воспользуемся уравнением (6) для $\rho_{см\beta}(z)$ и преобразуем выра-

жение $\frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho_{см\beta}(z)} \right)$ с учетом справедливого для условий эрлифта со-

отношения $\frac{d\rho'}{dz} = \frac{d\rho'}{dp(z)} \cdot \frac{dp(z)}{dz} = 0$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho_{см\beta}(z)} \right) &= -\frac{1}{[\rho_{см\beta}(z)]^2} \cdot \frac{d\rho_{см\beta}(z)}{dz} = \\ &= -\frac{1}{[\rho_{см\beta}(z)]^2} \cdot \left\{ [\rho''(z) - \rho'] \cdot \frac{d\beta(z)}{dz} + \beta(z) \cdot \frac{d\rho''(z)}{dz} \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

Подставляя (17) в (16) с учетом (6), получим

$$-\left(\frac{dp(z)}{dz}\right)_{уск} = -G^2 \cdot \frac{[\rho''(z) - \rho'] \cdot \frac{d\beta(z)}{dz} + \beta(z) \cdot \frac{d\rho''(z)}{dz}}{\{\beta(z) \cdot \rho''(z) + [1 - \beta(z)] \cdot \rho'\}^2} \quad (18)$$

Для производной $\frac{d\rho''(z)}{dz}$ используем соотношение:

$$\frac{d\rho''(z)}{dz} = \frac{d\rho''(z)}{dp(z)} \cdot \frac{dp(z)}{dz} \quad (19)$$

Для изотермического процесса справедливо

$$\rho''(z) = \frac{p(z)}{p_0} \rho_0'' \quad (20)$$

Тогда из (20)

$$\frac{d\rho''(z)}{dp(z)} = \frac{\rho_0''}{p_0} \quad (21)$$

После подстановки (19) и (21) в (18) получим окончательный вид градиент давления, обусловленного ускорением газожидкостной смеси:

$$-\left(\frac{dp(z)}{dz}\right)_{\text{уск}} = -G^2 \cdot \frac{[\rho''(z) - \rho'] \cdot \frac{d\beta(z)}{dz} + \beta(z) \cdot \frac{dp(z)}{dz} \cdot \frac{\rho_0''}{p_0}}{\{\beta(z) \cdot \rho''(z) + [1 - \beta(z)] \cdot \rho'\}^2} \quad (22)$$

Выражение для градиента давления, обусловленного силой тяжести, определим с учетом (6)

$$-\left(\frac{dp(z)}{dz}\right)_g = \rho_{см\beta}(z) \cdot g = \{\beta(z) \cdot \rho''(z) + [1 - \beta(z)] \cdot \rho'\} \cdot g \quad (23)$$

Подставив (13), (22) и (23) в (4) и преобразовав выражение, получим окончательный вид соотношения, описывающее зависимость полного градиента давления от плотностей фаз и газосодержания:

$$\begin{aligned} -\frac{dp(z)}{dz} = & \left\{ \lambda_{см}(z) \cdot \frac{G^2}{2D} \cdot \frac{1}{\beta(z) \cdot \rho''(z) + [1 - \beta(z)] \cdot \rho'} - \right. \\ & - G^2 \cdot \frac{[\rho''(z) - \rho'] \cdot \frac{d\beta(z)}{dz}}{\{\beta(z) \cdot \rho''(z) + [1 - \beta(z)] \cdot \rho'\}^2} + g \cdot [\beta(z) \cdot \rho''(z) + [1 - \beta(z)] \cdot \rho'] \times \\ & \left. \times \left\langle 1 - G^2 \cdot \frac{\beta(z) \cdot \frac{\rho_0''}{p_0}}{\{\beta(z) \cdot \rho''(z) + [1 - \beta(z)] \cdot \rho'\}^2} \right\rangle^{-1} \right. \end{aligned} \quad (24)$$

Интегрируя уравнение (24) с учетом (13), (16) и (23) для участка подъемной трубы эрлифта длиной z_i (где $0 \leq z_i \leq H+h$) получим:

$$P_{\Sigma i} = P_{\text{тп}i} + P_{\text{уск}i} + P_{\text{г}i}, \quad (25)$$

где $p_{\Sigma i}$ - суммарный перепад давления на участке подъемной трубы длиной z_i ,

$$p_{\Sigma i} = p_{a см} - p_a(z_i) = p_{см} \frac{z_i}{H + h}, \quad (26)$$

а составляющие правой части зависимости (25) выражают:

- перепад давления на участке подъемной трубы длиной z_i , обусловленный трением

$$p_{mpi} = \frac{G^2}{2D} \cdot \int_0^{z_i} \frac{\lambda_{см}(z)}{\beta(z) \cdot \rho''(z) + [1 - \beta(z)] \cdot \rho'} dz; \quad (27)$$

- перепад давления на участке подъемной трубы длиной z_i , обусловленный ускорением

$$p_{уски} = G^2 \cdot \left(\frac{1}{\rho_{см} \beta(z)} \right) \Big|_0^{z_i}; \quad (28)$$

- перепад давления на участке подъемной трубы длиной z_i , обусловленный силой тяжести

$$p_{gi} = g \int_0^{z_i} \{ \beta(z) \cdot \rho''(z) + [1 - \beta(z)] \cdot \rho' \} dz. \quad (29)$$

В [4] рекомендуется принимать либо постоянным значение коэффициента сопротивления двухфазной смеси ($\lambda_{см} = 0,02$), либо вычислять его по эмпирическим зависимостям, полученным для однофазного потока. Эмпирические зависимости для коэффициента сопротивления $\lambda_{см}$ в [5, 6] приведены для обезличенной структуры водовоздушной смеси. Вычисления $\lambda_{см}$ как по первым, так и по вторым рекомендациям не обеспечивают желаемую точность расчетов эмульсионной структуры водовоздушного потока.

В [10, 11] доказана правомерность критериального уравнения для коэффициента гидравлического сопротивления водовоздушной смеси

$$\lambda_{см} = \lambda(Re_{см}, \varepsilon) \cdot \psi(\beta, Fr_{см}), \quad (30)$$

где $\lambda = f(Re_{см}, \varepsilon)$ - коэффициент сопротивления однофазного потока для критерия Рейнольдса водовоздушной $Re_{см}$ смеси и относительной шероховатости трубы ε ;

ψ - поправочный коэффициент;

$Fr_{см}$ - критерий Фруда водовоздушной смеси.

Численная обработка экспериментальных данных [5, 6, 12, 13 и др.] с использованием уравнения (25) и вычислением величины

$\lambda = f(Re_{см}, \varepsilon)$ по формуле Альтшуля позволила получить эмпирическое выражение для значения поправочного коэффициента ψ водовоздушного потока с эмульсионной структурой

$$\ln \psi = 6,668 - 0,891 \cdot \ln Fr_{см} + 21,923 \cdot \beta^2 \cdot \ln \beta \quad (31)$$

в диапазоне значимых факторов $\beta = 0,738 \div 0,995$, $Fr_{см} = 12,7 \div 171,0$. Относительная среднеквадратическая ошибка уравнения регрессии составляет 3,12%.

Для анализа физических явлений в подъемной трубе целесообразно количественно оценить соотношение мощностей, расходуемых на компенсацию тех или иных затрат в эрлифте.

Средний объемный расход водовоздушной смеси на участке трубы длиной z_i

$$Q_{срi} = \frac{1}{z_i} \cdot \int_0^{z_i} Q(z) dz = \frac{1}{z_i} \int_0^{z_i} \frac{G \cdot \omega}{\rho_{см\beta}(z)} dz = \frac{G \cdot \omega}{z_i} \cdot \int_0^{z_i} \frac{dz}{\rho_{см\beta}(z)} \quad (32)$$

Суммарная мощность, необходимая для компенсации потерь на трение, ускорение и гравитационную составляющую при движении водовоздушного потока со средним объемным расходом $Q_{срi}$ по участку вертикальной подъемной трубы длиной z_i

$$N_{\Sigma i} = p_{\Sigma i} \cdot Q_{срi} = p_{см} \cdot \frac{G \cdot \omega}{H + h} \cdot \int_0^{z_i} \frac{dz}{\rho_{см\beta}(z)} \quad (33)$$

Мощность, необходимая для компенсации потерь на трение на участке трубы длиной z_i

$$N_{тpи} = p_{тpи} \cdot Q_{срi} = \frac{G^3 \cdot \omega}{2D \cdot z_i} \cdot \int_0^{z_i} \frac{\lambda(z)}{\rho_{см\beta}(z)} dz \cdot \int_0^{z_i} \frac{dz}{\rho_{см\beta}(z)} \quad (34)$$

Мощность, необходимая для компенсации потерь на ускорение на участке трубы длиной z_i

$$N_{ускi} = p_{ускi} \cdot Q_{срi} = \frac{G^3 \cdot \omega}{z_i} \cdot \left(\frac{1}{\rho_{см\beta}(z)} \right) \Big|_0^{z_i} \cdot \int_0^{z_i} \frac{dz}{\rho_{см\beta}(z)} \quad (35)$$

Мощность, необходимая для преодоления силы тяжести при движении водовоздушного потока со средним объемным расходом $Q_{срi}$ на участке подъемной трубы длиной z_i

$$N_{gi} = p_{gi} \cdot Q_{срi} = g \cdot \frac{G \cdot \omega}{z_i} \cdot \int_0^{z_i} \rho_{см\beta}(z) dz \cdot \int_0^{z_i} \frac{dz}{\rho_{см\beta}(z)} \quad (36)$$

Баланс мощности

$$N_{\Sigma i} = N_{mpi} + N_{уски} + N_{gi}. \quad (37)$$

Мощность, подведенная на участке трубы длиной z_i потоком сжатого воздуха

$$N_i'' = p_0 \cdot Q_в \cdot \ln \frac{p_{\Sigma i} + p_0}{p_0}. \quad (38)$$

Мощность, подведенная к подъемной трубе потоком воды

$$N' = \rho' gh Q_з. \quad (39)$$

Мощность, подведенная на участке подъемной трубы длиной z_i водовоздушным потоком

$$N_{подi} = N_i'' + N'. \quad (40)$$

Так как модель гомогенного течения предполагает отсутствие потерь мощности на скольжение фаз, должно выполняться равенство

$$N_{подi} = N_{\Sigma i}. \quad (41)$$

Решение уравнений (25), (37) и (40) численным методом на ПЭВМ при помощи разработанной программы позволяет определять следующие количественные значения и зависимости (с графическим построением):

а) значения текущих гидродинамических параметров водовоздушной смеси в заданных сечениях подъемной трубы и при заданном расходе воздуха $Q_в$;

б) зависимость подачи эрлифта $Q_з$ от расхода воздуха $Q_в$ (построение расходной характеристики);

в) изменение давлений $p_{\Sigma i}$, p_{mpi} , $p_{уски}$ и p_{gi} и мощностей $N_{\Sigma i}$, N_{mpi} , $N_{уски}$, N_{gi} , N' , N_i'' и $N_{подi}$ по высоте подъемной трубы и в зависимости от расхода воздуха $Q_в$.

Адекватность разработанной математической модели рабочего процесса эрлифта с эмульсионной структурой водовоздушного потока подтверждается удовлетворительной сходимостью расчетных количественных значений гидродинамических параметров с экспериментальными данными [5, 6, 12, 13 и др.]

5. Выводы и направление дальнейших исследований. Разработана модель рабочего процесса эрлифта с эмульсионной структурой водовоздушного потока в подъемной трубе, позволяющая определять количественные значения гидродинамических параметров двухфазной смеси и получать расходные и мощностные характеристики подъемника.

Достоверное математическое описание рабочего процесса эрлифта позволит уточнить способы повышения его энергетической эффективности.

Список литературы

1. Эрлифтные установки: Учебное пособие/ Гейер В.Г., Козыряцкий Л.Н., Пашенко В.С., Антонов Я.К. – Донецк: ДПИ, 1982. – 64 с.
2. Справочное руководство по проектированию разработки и эксплуатации нефтяных месторождений. Добыча нефти. Под общ. ред. Ш.К. Гиматудинова/Р.С. Андриасов, И.Т. Мищенко, А.И. Петров и др.: М., Недра, 1983. – 455 с.
3. Теория и практика газлифта/ Ю.В.Зайцев, Р.А. Максутов, О.В. Чубанов М. и др.: М., Недра, 1987. – 256 с.
4. Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. М.: Мир, 1972. – 440 с.
5. Козыряцкий Л.Н. Исследование и разработка уточненного расчета эрлифтных установок горной промышленности. Дисс. ... канд. техн. наук, - Донецк: ДПИ, 1976. – 197 с.
6. Адамов Б.И. Исследование и разработка глубоководных эрлифтных установок для подъема твердого материала. Дисс. ... канд. техн. наук, - Донецк: ДПИ, 1982. – 323 с.
7. Сорокин Ю.Л. Об условиях устойчивости некоторых режимов движения газо-жидкостных смесей в вертикальных трубах. Прикладная механика и техническая физика, №6, 1963, с. 160-165.
8. Сорокин Ю.Л., Пушкина О.Л. О режимах течения газожидкостных смесей, Труды ЦКТИ, вып. 47, 1964, с. 72-82.
9. Протодьяконов И.О., Люблинская И.Е. Гидродинамика и массообмен в системах газ-жидкость. Л.: Наука, 1990. - 349 с.
10. Телетов С.Г. О коэффициенте сопротивления при течении двухфазных смесей. Доклады АН СССР, том LI, N8, 1946, с. 579-582.
11. Телетов С.Г. Вопросы гидродинамики двухфазных смесей. В кн.: Гидравлика газожидкостных смесей и потоков при сверхкритическом давлении, Труды ЦКТИ, Котлотурбостроение, вып. 59, Л., 1965, с. 3-11.
12. Костанда В.С. Исследование и разработка эрлифтных и углесосно-эрлифтных подъемов гидрошахт. Дисс. ... канд. техн. наук, Донецк: ДПИ, 1963: т.1 – 209 с., т.2 – 140 с.
13. Шевченко В.Ф. Исследование и разработка узла подвода пневматической энергии в эрлифте. Дисс. ... канд. техн. наук, Донецк: ДПИ, 1974. – 183 с.