

УДК 621.67.001

## РОЗРАХУНОК ГІДРОДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОТОКУ РІДИНИ В ПРОТОЧНІЙ ЧАСТИНІ РОБОЧОГО КОЛЕСА ВІДЦЕНТРОВОГО НАСОСУ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДУ КІНЦЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Волошин В.В., магістр, Козиряцький Л.М., канд. техн. наук  
Донецький національний технічний університет

*Був зроблений розрахунок гідродинамічних характеристик потоку рідини в проточній частині робочого колеса відцентрового насосу із ціллю одержання достатньо повної картини процесів, що відбуваються під час роботи і виявлення напрямів досліджень, які орієнтовані на підвищення ефективності роботи насосу.*

**Проблема і її зв'язок з науковими і практичними задачами.** Проблема отримання найбільш повної картини процесів, що відбуваються у проточній частині відцентрової машини, а зокрема у робочому колесі насосу, є актуальною, тому що дозволяє виявити недоліки геометричної частини та зробити на основі аналізу картини необхідні вдосконалення її. Це, в свою чергу, призведе до підвищення гідравлічного ККД машини, а, отже й до зменшення енерговитрат на експлуатацію.

**Аналіз досліджень та публікацій.** Аналіз вітчизняних та закордонних досліджень говорить, що на даний час немає однозначного теоретичного викладення цієї проблеми і всі роботи, які були спрямовані на отримання гідродинамічної картини в робочому колесі були проведені лише експериментально та за допомогою фізичних моделей [1]. Це обумовлено складністю поставленої задачі та неможливістю її аналітичного розв'язання. Але застосування до вирішення цієї проблеми методу кінцевих елементів дає змогу вирішити її.

**Постановка задачі.** Робоче колесо відцентрової машини є її основним органом та призначено для перетворення механічної енергії вала, що обертається, рідині. Саме тому усі недоліки та недосконалість робочого колеса знижують ККД усього насосу, та як слід підвищення енергоємності. Відсутність єдиної методики розрахунку та отримання гідродинамічних характеристик потоку й зумовила ціль даної роботи – отримати картину процесів в робочому колесі насосу.

**Викладення основного матеріалу.** Зробимо розрахунок гідродинамічних характеристик турбулентного потоку в проточній частині

робочого колеса відцентрового насосу. Спробуємо вирішити цю задачу в загальному виді.

Математичний опис турбулентної течії засновано на рівняннях нерозривності на рівняннях Нав'є-Стокса, в які підставляється істинна швидкість, яка виражається як сума середньої за часом та пульсаційної складових. Ці рівняння можуть бути записані у вигляді [2,3]:

$$\begin{aligned} \rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= f_1 - \frac{\partial p}{\partial x} + (\mu + \mu_T) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= f_2 - \frac{\partial p}{\partial y} + (\mu + \mu_T) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left( u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= f_3 - \frac{\partial p}{\partial z} + (\mu + \mu_T) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Невідомі функції  $u(x,y,z)$ ;  $v(x,y,z)$ ;  $w(x,y,z)$  – складові середньої швидкості  $U(x,y,z)$ ;  $p(x,y,z)$  – поле тиску в стаціонарному потоці. Джерела зовнішніх сил в системі відсутні:  $f_i=0$ . Відомі параметри:  $\rho$  – щільність рідини та  $\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості постійні властивості рідини;  $\mu_T$  – коефіцієнт турбулентної в'язкості є характеристикою потоку. Він змінюється по всьому об'єму рідини у відповідності із зміною градієнту швидкості від нуля біля стінок до відносно великих значень на виході потоку з робочого колеса. Оцінка коефіцієнту турбулентної в'язкості заснована на моделях турбулентності.

Диференціальні рівняння (1) повинні бути доповнені умовами рівняння нулю швидкості та витрат рідини на твердих межах.

На жаль, сформульована вище задача виявляється занадто складною. Невідомо ні одного частого аналітичного рішення такої задачі.

Але, ця задача доволі легко вирішується за допомогою методу кінцевих елементів та зокрема на кінцево-елементному комплексі ANSYS/Flotran. Розглянемо методіку численного розв'язання задачі за допомогою модуля Flotran комплексу ANSYS.

Проведення кінцево-елементного розрахунку складається з наступних етапів: описання розрахункової області (геометричної) моделі; створення кінцево-елементної (сіткової) моделі; визначення фізико-механічних параметрів потоку (в'язкість рідини, її щільність і т.д.); визначення типу розрахунку (стаціонарна турбулентна течія); вибір методу рішення та розрахункових параметрів (кількість ітера-

цій, умови збіжності); рішення; дослідження за допомогою постпроцесору.

Основні рівняння ANSYS/FLOTRAN для випадку нестисливої рідини [4,5]:

1. Рівняння нерозривності.

Рівняння нерозривності витікає із закону збереження маси:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho v = 0 \quad (2)$$

де  $\rho$  - щільність,  $v$  - вектор швидкості,  $t$  - час

Швидкість зміни щільності замінюються на швидкість зміни тиску та швидкість зміни щільності за тиском

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (3)$$

де  $P$  - тиск.

Для нестисливої рідини має місце наступне визначення:

$$\frac{\partial \rho}{\partial P} = \frac{1}{\beta} \quad (4)$$

де  $\beta$  - коефіцієнт, який характеризує нестисливість рідини, за умовчанням приймається рівним  $10^{15}$ .

2. Рівняння руху.

Із закону збереження мас для ньютонівської рідини витікає наступна залежність між тензором напружень та швидкістю деформації потоку

$$\tau_{ij} = -P\mu_{ij} + \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \mu_{ij} \lambda \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (5)$$

де  $\tau_{ij}$  - тензор напружень,

$u_i$  - складові вектора швидкості, ( $u_1 = v_x, u_2 = v_y, u_3 = v_z$ )

$\mu$  - динамічна в'язкість,

$\lambda$  - коефіцієнт в'язкості.

Останній член рівняння (5) у випадку нестисливої рідини дорівнює нулю.

За допомогою рівняння (5) можна записати рівняння руху у вигляді рівнянь Нав'є-Стокса

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v(\nabla v) = -\frac{1}{\rho} \text{grad} P + \frac{1}{\rho} \nabla(\mu_e \nabla v) \quad (6)$$

де  $v$  - поле швидкості,

$P$  - тиск,

$\mu_e$  - ефективна в'язкість, для ламінарної в'язкості співпадає із динамічною в'язкістю, для турбулентного випадку задається формулами в залежності від моделі турбулентності.

### 3. Рівняння енергії.

Для нестисливої рідини рівняння енергії в ANSYS/FLOTTRAN формулюється наступним чином:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho C_p T) + \nabla(\rho C_p T v) = \nabla(K \nabla T) + Q_v \quad (7)$$

де  $C_p$  - коефіцієнт теплоємності,  $T$  - температура,  $K$  - коефіцієнт теплопровідності,  $Q_v$  - потужність об'ємного джерела тепла.

### 4. Моделі турбулентності.

В ANSYS/FLOTTRAN передбачені шість моделей для розрахунку коефіцієнту турбулентної в'язкості. Найпростіша – Zero Equation Model (ZEM), де  $\mu_t$  розраховується наступним чином:

$$\mu_t = \rho L_S^2 \sqrt{\Phi}$$

де  $\Phi$  - тензор в'язкої дисипації,

$$L_S = \begin{cases} L_x, L_x > 0 \\ \min \left\{ \begin{matrix} 0.4 L_n \\ 0.09 L_c \end{matrix} \right\}, L_x \leq 0 \end{cases}$$

$L_x$  - масштаб довжини,  $L_n$  - найкоротший шлях від вузла кінцево-елементної сітки до найближчої межі,  $L_c$  - характеристичний масштаб довжини, звичайно береться максимальне значення  $L_n$

Рівняння (2), (3) із рахунком того, що  $\beta = 10^{15}$  зводяться до рівняння нерозривності в (1). Рівняння (5), (6) для стаціонарного потоку

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0$$

є рівнянням (1). Для розрахунку турбулентної в'язкості була використана стандартна ZEM – модель. Рівняння (7) якщо не потрібна температура не використовується.

Таким чином, використовуючи модель ANSYS/FLOTTRAN можна моделювати гідродинамічну задачу описану рівнянням (1).

На основі вищеописаних рівнянь та коефіцієнтів був проведений гідродинамічний розрахунок характеристик потоку у проточній частині робочого колеса. Для економії машинного часу на розрахунок був розрахований лише один межлопатевий канал. Результати розрахунку приведені у вигляді рисунків. На обох рисунках наведені поля – середнього тиску та середньої швидкості.

Проаналізувавши результати, можна зазначити, що вони цілком збігаються із загальною картиною течій, які описані в [6,7]. Цим підтверджується достовірність зробленого розрахунку, і крім того, ми отримали числові характеристики потоку по всьому його об'єму.

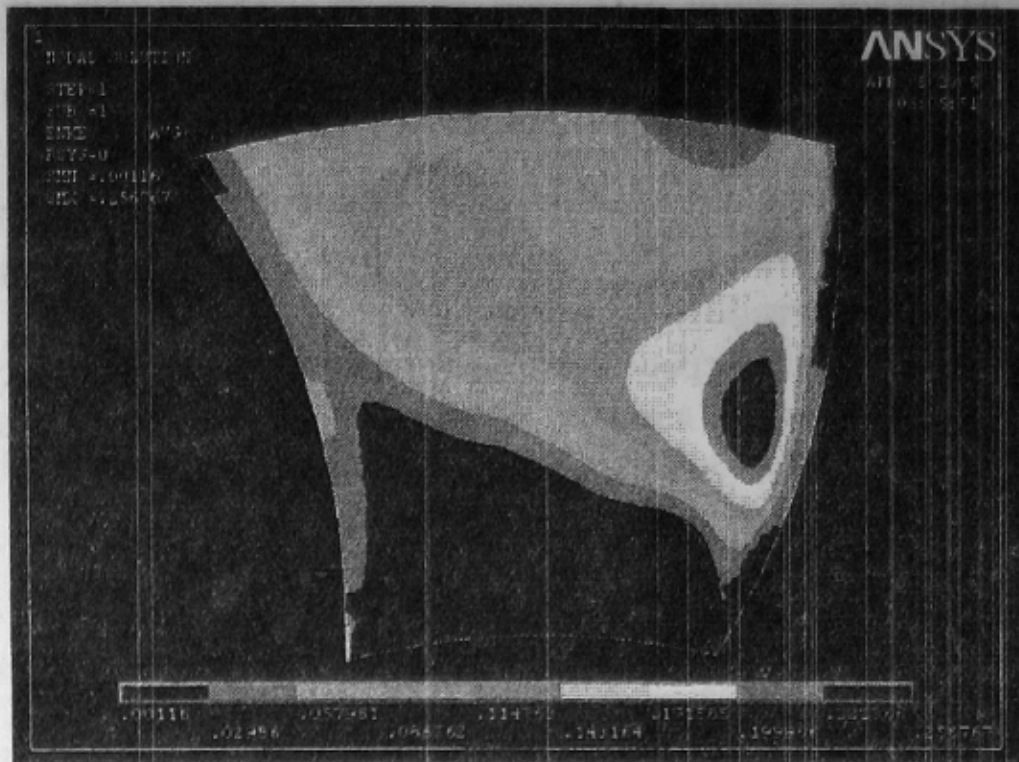


Рисунок 1 – Поле середнього тиску в межлопатевому каналі робочого колеса відцентрового насосу

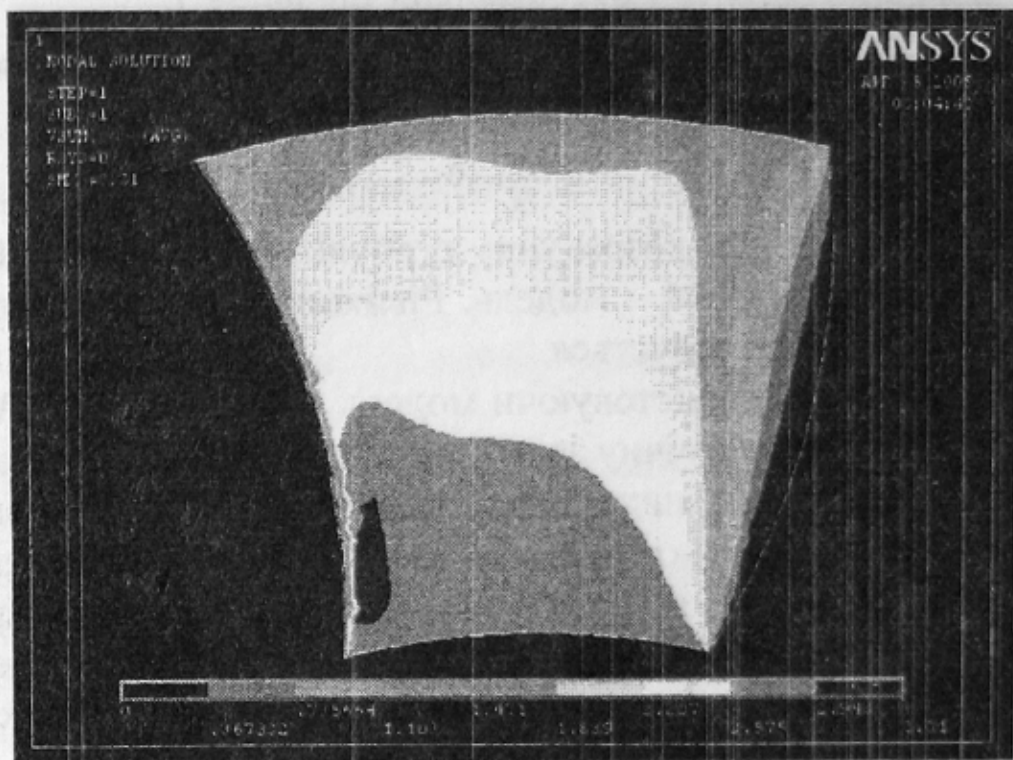


Рисунок 1 – Поле середньої швидкості в межлопатевому каналі робочого колеса відцентрового насосу

**Висновки і напрям подальших досліджень.** На підставі вище-приведених розрахунків можна зробити висновок – метод кінцевих елементів є оптимальною базою для виконання гідравлічних розрахунків, отримання гідродинамічних характеристик течій рідини у гідравлічних машинах будь-якої складності та геометрії, в тому числі у відцентрових насосах. Використання цього методу дозволяє вдосконалити проточну частину робочого колеса та й усього насосу без використання реальної фізичної моделі. В подальшому необхідно дослідити таке питання, як характер течії в проточній частині конкретної моделі відцентрового насосу із урахуванням усієї геометрії (відводу, робочого колеса, направляючих апаратів, відводу). Це дозволить судити про доцільність його вдосконалення та зміни геометрії проточної частини.

#### Список джерел

1. Шагин В.М. Гидромеханика. – М.: Высшая школа, 1990. – 384с.
2. ANSYS. Basic Analysis Procedures Guide. Rel.5.7 Ed. P.Kothnke /ANSYS Inc. Houston, 2001г.
3. ANSYS. Commands Reference.Rel.5.7 Ed. P.Kothnke /ANSYS Inc. Houston, 2001г.
4. ANSYS. Theory Reference. Rel.5.7. Ed. P.Kothnke / ANSYS Inc. Houston, 2001г.
5. ANSYS. Verification Manual. Rel. 5.7. Ed. P.Kothnke / ANSYS Inc. Houston, 2001г.
6. Кривченко Г.И. Гидравлические машины: Турбины и насосы. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 320с.
7. Михайлов А.К., Малошенко В.В. Лопастные насосы. Теория, расчет и конструирование. – М.: Машиностроение, 1977. – 288