

**В.Ф.СИВОКОБЫЛЕНКО** (д-р техн.наук, проф.),  
**В.А.ПАВЛЮКОВ** (канд.техн.наук, доц.), **Р.П. СЕРДЮКОВ**

Донецкий национальный технический университет

**В.И. БОНДАРЕНКО**

Славянский государственный педагогический университет

**С.П. ЯРЕМЕНКО**

Восточно-украинский национальный университет

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПРИ ПОВРЕЖДЕНИЯХ СТЕРЖНЕЙ КОРОТКОЗАМКНУТОГО РОТОРА

The method of the direct forming of inverse matrix of inductance is offered in the mathematical model of asynchronous machine with the different amount of bars in the shortcircuited puttee of rotor. The stationary and transitional modes are probed at presence of and absence of the damaged bars in the puttee of rotor. Recommendations on the choice of the most informing parameters for diagnostics of puttee of rotor are given.

**Постановка проблемы.** Изучение процессов в асинхронных машинах (АМ) при наличии неисправностей в обмотках ротора и повышение надежности работы АМ за счет совершенствования методов диагностики.

В [1,2] для АМ с короткозамкнутым ротором предложен метод контроля исправности стержней ротора, основанный на измерении под нагрузкой пульсаций потребляемой активной мощности, тока статора, скольжения. Заключение о наличии обрывов в стержнях ротора делается по диагностическим кривым – зависимостям коэффициентов пульсаций от числа поврежденных (оборванных) стержней ротора. Так как получить диагностические кривые экспериментально весьма затруднительно и особенно для АМ с вытеснением токов в роторе, то целесообразно использовать для этой цели методы математического моделирования.

**Цель работы.** Разработать метод математического моделирования режимов работы двухклеточных и глубокопазных АМ при наличии поврежденных стержней в короткозамкнутой обмотке ротора и обосновать наиболее представительные методы диагностики указанных неисправностей.

**Результаты исследований.** Будем рассматривать АМ мощностью свыше 200кВт, которые выполняют, как правило, с двухклеточным или глубокопазным ротором. Как следует из [3], глубокопазный ротор АМ может быть представлен эквивалентной многоконтурной схемой замещения, в которой каждый из контуров состоит из активного сопротивления и индуктивностей рассеяния и взаимной. Способ определения указанных параметров изложен в [3], где также показано, что приемлемые результаты имеют место уже для схемы с эквивалентным двухклеточным ротором, в котором верхняя клетка соответствует пусковой обмотке, а нижняя – рабочей.

Для моделирования таких АМ воспользуемся системой дифференциальных уравнений (ДУ), в которой статор представлен тремя симметричными фазными обмотками ( $kfs=3$ ), а ротор – многофазной обмоткой с количеством фаз ( $kfr=n$ ), равным числу пазов ( $n$ ), при этом каждый стержень ротора состоит из двух параллельно включенных RL цепочек. Активные сопротивления и индуктивности фазных обмоток статора и п стержней в каждой из обмоток ротора представим как

$$\begin{aligned}
 R_s &= \text{diag} \left[ R_s^a, R_s^b, R_s^c \right]; \quad L_{\sigma s} = \text{diag} \left[ L_{\sigma s}^a, L_{\sigma s}^b, L_{\sigma s}^c \right]; \\
 R_{r1} &= \text{diag} \left[ R_{r1}^{(1)}, R_{r1}^{(2)}, \dots, R_{r1}^{(n)} \right]; \quad L_{\sigma r1} = \text{diag} \left[ L_{\sigma r1}^{(1)}, L_{\sigma r1}^{(2)}, \dots, L_{\sigma r1}^{(n)} \right]; \\
 R_{r2} &= \text{diag} \left[ R_{r2}^{(1)}, R_{r2}^{(2)}, \dots, R_{r2}^{(n)} \right]; \quad L_{\sigma r2} = \text{diag} \left[ L_{\sigma r2}^{(1)}, L_{\sigma r2}^{(2)}, \dots, L_{\sigma r2}^{(n)} \right]; \\
 L_M &= \text{diag} \left[ L_\mu^{(1)}, L_\mu^{(2)}, \dots, L_\mu^{(n)} \right].
 \end{aligned} \tag{1}$$

Систему ДУ АМ в естественных фазных координатах представим как

$$\begin{aligned}
p\Psi_s &= U_s - R_s I_s; \quad p\Psi_{r1} = -R_{r1} I_{r1}; \\
p\Psi_{r2} &= -R_{r2} I_{r2}; \quad p\omega = (M_e - M_c) \frac{1}{J}; \quad p\gamma = \omega, \\
I &= \left[ i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}, i_{r1}^{(1)}, i_{r1}^{(2)}, \dots, i_{r1}^{(n)}, i_{r2}^{(1)}, i_{r2}^{(2)}, \dots, i_{r2}^{(n)} \right]^{tr}; \\
\Psi &= \left[ \psi_{sa}, \psi_{sb}, \psi_{sc}, \psi_{r1}^{(1)}, \psi_{r1}^{(2)}, \dots, \psi_{r1}^{(n)}, \psi_{r2}^{(1)}, \psi_{r2}^{(2)}, \dots, \psi_{r2}^{(n)} \right]^{tr}. \\
M_e &= \frac{3}{2} \Psi_s \times I_s. \quad |I_s| = \sqrt{\frac{2}{3} (i_{sa}^2 + i_{sb}^2 + i_{sc}^2)}.
\end{aligned} \tag{2}$$

В (2) векторы потокосцеплений и токов состоят из соответствующих подвекторов этих величин для статора и двух клеток ротора.

Вектор токов  $I$  определяем из решения ДУ на каждом шаге расчета с помощью обратной матрицы индуктивностей  $L^{-1}(\gamma, \phi)$ , являющейся функцией угла положения ротора  $\gamma$  и угла между соседними стержнями ротора  $\phi$

$$I = L^{-1}(\gamma, \phi) \Psi; \quad L(\gamma, \phi) = \begin{bmatrix} L_s & L_{s-r1} & L_{s-r2} \\ L_{r1-s} & L_{r1} & L_{r1-r2} \\ L_{r2-s} & L_{r2-r1} & L_{r2} \end{bmatrix}; \quad \phi = \frac{2\pi}{kfr} \tag{3}$$

Блочная матрица  $L(\gamma, \phi)$  состоит из подматриц, которые находим, используя известные параметры АМ.

$$L_s = \begin{bmatrix} L_{\sigma s} + L_\mu & -0.5L_\mu & -0.5L_\mu \\ -0.5L_\mu & L_{\sigma s} + L_\mu & -0.5L_\mu \\ -0.5L_\mu & -0.5L_\mu & L_{\sigma s} + L_\mu \end{bmatrix}.$$

Введем вспомогательную матрицу  $Corr(\phi)$ , элементы которой зависят от косинуса угла между стержнями ротора  $\phi$ , и матрицу  $Cosr(\gamma, \phi)$ , элементы которой зависят от косинуса углов  $\phi$  и  $\gamma$

$$\begin{aligned}
Corr(\phi) &= \begin{bmatrix} 0 & \cos(\phi) & \cos(2\phi) & \dots & \cos(-(n-1)\phi) \\ \cos(-\phi) & 0 & \cos(\phi) & \dots & \cos(-(n-2)\phi) \\ \cos(-2\phi) & \cos(-\phi) & 0 & \dots & \cos(-(n-3)\phi) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \cos(-(n-1)\phi) & \cos(-(n-2)\phi) & \cos(-(n-3)\phi) & \dots & 0 \end{bmatrix}; \\
Cosr(\gamma, \phi) &= \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & \cos(\gamma+2\pi/3) & \cos(\gamma-\pi/3) \\ \cos(\gamma-\phi) & \cos(\gamma+2\pi/3-\phi) & \cos(\gamma-\pi/3-\phi) \\ \cos(\gamma-2\phi) & \cos(\gamma+2\pi/3-2\phi) & \cos(\gamma-\pi/3-2\phi) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(\gamma-(n-1)\phi) & \cos(\gamma+2\pi/3-(n-1)\phi) & \cos(\gamma-\pi/3-(n-1)\phi) \end{bmatrix};
\end{aligned}$$

Остальные подматрицы матрицы (3) находим теперь из выражений

$$\begin{aligned}
L_{r1} &= L_\mu \cdot Corr(\phi) + \text{diag}(L_{\sigma r1} + L_\mu); \quad L_{r2} = L_\mu \cdot Corr(\phi) + \text{diag}(L_{\sigma r2} + L_\mu); \\
L_{r1-r2} &= L_{r2-r1} = L_\mu \cdot Corr(\phi) + \text{diag} L_\mu; \\
L_{r1-s} &= L_{r2-s} = L_\mu \cdot Cosr(\gamma, \phi); \quad L_{s-r1} = L_{s-r2} = L_\mu \cdot Cosr(\gamma, \phi)^{tr};
\end{aligned}$$

При частичном или полном обрыве стержня ротора происходит увеличение его сопротивлений, что приводит к появлению несимметрии в токах обмоток статора и стержней ротора. Моделирование режимов стационарных и переходных режимов работы при неисправных стержнях ротора производим путем увеличения сопротивлений одного или нескольких стержней.

В качестве примера на рис. 1 приведены результаты моделирования режима пуска АМ типа ДВДА 215.39-12-16 номинальными мощностью 1000 кВт и напряжением 6кВ при симметричном роторе и при наличии повреждений стержней обмоток ротора в двух пазах. Из этих осциллограмм, а также из анализа режимов подачи трехфазного напряжения на статор при заторможенном роторе, следует, что для АМ наиболее характерным признаком повреждения стержней ротора является появление колебаний в осциллограммах мгновенных значений потребляемых активной и реактивной мощностей, вращающего момента, а также в модуле обобщенного вектора токов статора. При этом для двухклеточных и глубокопазных АМ при диагностике целесообразно использовать также режим нагрузки, когда колебания режимных параметров в большей мере зависят от несимметрии сопротивлений стержней рабочей обмотки, и режим подачи пониженного напряжения на статор при заторможенном роторе, когда эти колебания определяются, в основном, несимметрией стержней пусковой обмотки.

Составление диагностических кривых для оценки степени и количества поврежденных стержней для разного типа АМ требует большого объема машинного времени. Одной из причин этого является необходимость обращения на каждом шаге расчета матрицы индуктивностей, размерность которой зависит от числа фаз на статоре и удвоенного количества стержней в роторе. Для устранения этого недостатка в работе предложена усовершенствованная модель АМ, в которой исключена операция обращения матрицы индуктивностей  $L(\gamma, \phi)$  и показана возможность ее прямого формирования путем использования элементов инверсных матриц в (4), являющихся также периодическими функциями углов  $\gamma, \phi$ , как и элементы в исходной прямой матрице. Аналитическое определение коэффициентов обратной матрицы индуктивностей позволяет значительно сократить объем вычислений на ЭВМ. Обратную матрицу находим теперь как

$$L^{-1}(\gamma, \phi) = \begin{bmatrix} iL_s & iL_{s-r1} & iL_{s-r2} \\ iL_{r1-s} & iL_{r1} & iL_{r1-r2} \\ iL_{r2-s} & iL_{r2-r1} & iL_{r2} \end{bmatrix}; \quad (4)$$

Выражения для определения инверсных матриц в (4) имеют вид:

$$iL_s = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{\sigma s}} - \frac{L_\mu}{L_{\sigma s}^2 \tau} & 0.5 \frac{L_\mu}{L_{\sigma s}^2 \tau} & 0.5 \frac{L_\mu}{L_{\sigma s}^2 \tau} \\ 0.5 \frac{L_\mu}{L_{\sigma s}^2 \tau} & \frac{1}{L_{\sigma s}} - \frac{L_\mu}{L_{\sigma s}^2 \tau} & 0.5 \frac{L_\mu}{L_{\sigma s}^2 \tau} \\ 0.5 \frac{L_\mu}{L_{\sigma s}^2 \tau} & 0.5 \frac{L_\mu}{L_{\sigma s}^2 \tau} & \frac{1}{L_{\sigma s}} - \frac{L_\mu}{L_{\sigma s}^2 \tau} \end{bmatrix}; \quad \tau = 1 + \frac{kfs}{2} L_\mu \left( \frac{1}{L_{\sigma s}} \right) + \frac{kfr}{2} L_\mu \left( \frac{1}{L_{\sigma r1}} + \frac{1}{L_{\sigma r2}} \right);$$

$$iL_{r1} = -\frac{1}{L_{\sigma r1}^2 \tau} \cdot \text{Corr}(\phi) + \text{diag} \left[ \frac{1}{L_{\sigma r1}} - \frac{1}{L_{\sigma r1}^2 \tau} \right]; \quad (5)$$

$$iL_{r2} = -\frac{1}{L_{\sigma r2}^2 \tau} \cdot \text{Corr}(\phi) + \text{diag} \left[ \frac{1}{L_{\sigma r2}} - \frac{1}{L_{\sigma r2}^2 \tau} \right];$$

$$iL_{r1-r2} = \frac{-L_\mu}{L_{\sigma r1} L_{\sigma r2} \tau} \cdot \text{Corr}(\phi) + \text{diag} \left[ \frac{-L_\mu}{L_{\sigma r1} L_{\sigma r2} \tau} \right]; \quad iL_{r1-s} = \frac{-L_\mu}{L_{\sigma r1} L_{\sigma s} \tau} \cdot \text{Cosr}(\gamma, \phi);$$

$$iL_{r2-s} = \frac{-L_\mu}{L_{\sigma r2} L_{\sigma s} \tau} \cdot \text{Cosr}(\gamma, \phi); \quad iL_{s-r1} = [iL_{r1-s}]^{tr}; \quad iL_{s-r2} = [iL_{r2-s}]^{tr}; \quad iL_{r1-r2} = iL_{r2-r1};$$

В приведенных выше выражениях (5) используются элементы соответствующих диагональных матриц параметров статора и неповрежденных стержней ротора АМ, указанных в (1).

Моделирование режимов АМ при одном или нескольких поврежденных стержнях ротора производится путем увеличения их активных и индуктивных сопротивлений. При этом элементы, находящиеся в строках и столбцах обратной матрицы (4), соответствующие поврежденным стержням, будут равны нулю. А остальные элементы новой матрицы корректируются путем вычета из исходной матрицы (4) для исправных стержней матрицы коррекции  $\Delta L$ , которую находим как произведение вектор-столбца  $L^{<j>}$  на вектор-строку  $L^{<j>tr}$ , соответствующих поврежденному стержню, и деленному на их общий элемент  $L_{j,j}$ . Такого рода коррекции матриц описаны в [4].

$$L_{korr}^{-1}(\gamma, \phi) = L^{-1}(\gamma, \phi) - \Delta L; \quad \Delta L = \frac{1}{L_{j,j}} \cdot L^{<j>} \cdot L^{<j>tr} \quad (6)$$

При моделировании режимов АМ операция коррекции (6) выполняется для каждого из поврежденных стержней.

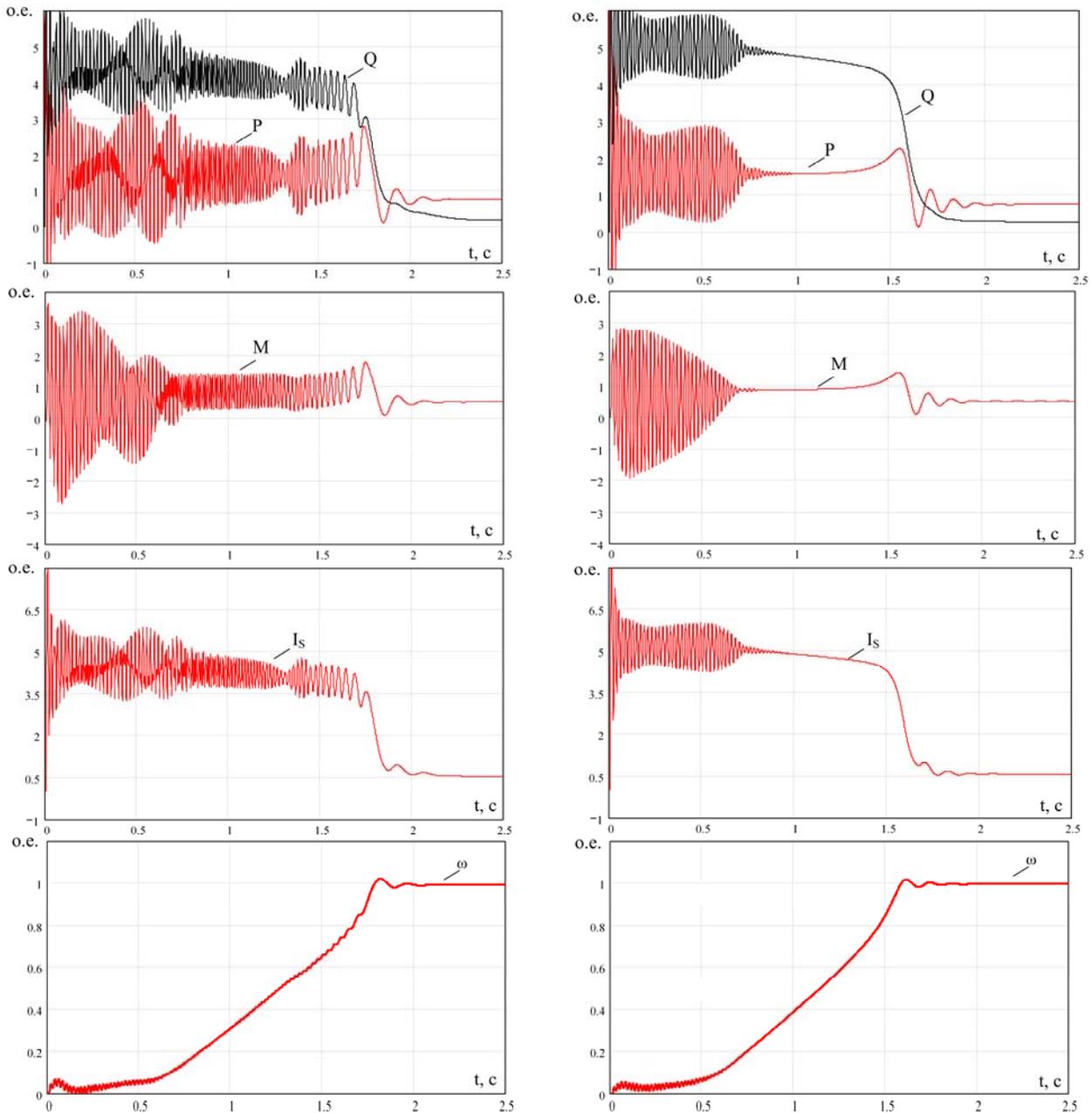


Рисунок 1- Характер изменения в режиме пуска АД активной  $P$ , реактивной  $Q$ , электромагнитного момента  $M$ , модуля обобщенного вектора тока статора  $I_s$  и частоты вращения ротора  $\omega$  (справа - режимные параметры при отсутствии повреждений в роторе, слева – при поврежденных стержнях в двух пазах)

С помощью разработанной математической модели, основанной на уравнениях (4) – (6), были выполнены расчеты режимов пуска АД и работы под нагрузкой при различном количестве поврежденных стержней ротора. Результаты моделирования пускового режима АД, параметры которого представлены на рис.1, полностью совпали как для модели, в которой производится обращение матрицы на каждом шаге расчета, так и для модели, в которой производится непосредственное формирование обратной матрицы по разработанному алгоритму без ее обращения. В последнем случае затраты машинного времени оказались в два раза меньшими.

**Выводы.**

1. Разработана математическая модель АМ с многофазным ротором, предназначенная для анализа стационарных и переходных процессов при наличии повреждений короткозамкнутых стержней ротора.
2. Получены аналитические выражения для непосредственного формирования элементов обратной матрицы индуктивностей АМ, основанные на том, что они, также как элементы исходной матрицы, зависят от косинуса угла поворота ротора. Этот способ позволяет существенно сократить затраты машинного времени, особенно для АМ с большим количеством короткозамкнутых стержней ротора.
3. Приведены примеры моделирования процессов в АМ при наличии поврежденных стержней ротора и указаны наиболее информативные режимные параметры для диагностики АМ.

**Список литературы**

1. Новожилов А.Н., Кислов А.П., Андреева О.А. Метод численного моделирования работы асинхронного двигателя с обрывом стержней в короткозамкнутом роторе. *Электричество*, 2004, № 11, с. 41-45.
2. Сивокобыленко В.Ф., Нури Абделбассет. Диагностика асинхронных машин с короткозамкнутым ротором. *Электричество*, 1997, № 3, с. 25-27.
3. Сивокобыленко В.Ф., Павлюков В. А. Параметры и схемы замещения асинхронных двигателей с вытеснением тока в роторе. *Электрические станции*, 1976, №2, с. 51 – 54.
4. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. – М.: Наука, 1984 – 220 с.

Надійшла до редколегії 29.04.2009

Рецензент: Г.Г.Рогозін

**В.Ф. СИВОКОБЫЛЕНКО, В.А. ПАВЛЮКОВ, Р.П. СЕРДЮКОВ**

Донецкий национальный технический университет

**В.И. БОНДАРЕНКО**

Славянский государственный педагогический университет

**С.П. ЯРЕМЕНКО**

Восточно-украинский национальный университет

**Математическое моделирование асинхронных двигателей при повреждениях стержней короткозамкнутого ротора.** Предложен метод непосредственного формирования обратной матрицы индуктивностей для математической модели асинхронных машин с различным количеством стержней в короткозамкнутом роторе. Выполнено моделирование стационарных и переходных процессов при наличии повреждения стержней в роторе. Предложены наиболее информативные параметры для выявления повреждений стержней в обмотке ротора.

*Матрица индуктивностей, математическая модель, асинхронная машина, повреждение, стержень, короткозамкнутый ротор*

**В.Ф. СИВОКОБЫЛЕНКО, В.А. ПАВЛЮКОВ, Р.П. СЕРДЮКОВ**

Донецкий национальный технический университет

**В.І. БОНДАРЕНКО**

Слов'янський державний педагогічний університет.

**С.П. ЯРЕМЕНКО**

Східно-український національний університет

**Математичне моделювання асинхронних двигунів при пошкодженні стержнів коротко замкнутого ротора.** Запропоновано метод безпосереднього формування зворотної матриці індуктивностей для математичної моделі асинхронних машин із різною кількістю стержнів в короткозамкнутому роторі. Виконано моделювання стаціонарних і перехідних процесів за наявності пошкодження стержнів в роторі. Запропоновані найбільш інформативні параметри для виявлення пошкоджень стержнів в обмотці ротора.

*Матриця індуктивностей, математична модель, асинхронна машина, пошкодження, стержень, короткозамкнений ротор.*