Моделирование динамических процессов в бурильной колонне

Кучер Т.В.

Аннотация

В работе исследуется динамика продольных колебательных процессов при работе бурильной колонны. Для решения дифференциального уравнения в частных производных составлена разностная схема. Разработан алгоритм решения задачи.

Abstract

The dynamics of longitudinal shake processes during the work of boring column is studied. A subtractive chart is made in partials for the solution of differential equalization . The algorithm of solution of the task is worked out.

Введение

В разведочном бурении скважин одним из самых распространенных типов аварии являются прихваты. Прихватом называют непредвиденное при бурении скважины нарушение процесса, которое характеризуется потерей подвижности колонны и не может быть ликвидировано при приложении допустимых нагрузок.

Разработано множество устройств, назначение которых – это освобождение прихваченного внутрискважинного инструмента осевыми ударами, направленными вверх или вниз, в сочетании со статической нагрузкой.

В основе любого ударного механизма обязательно наличие бойка, который перемещается в корпусе и наносит удары по наковальне, которая жестко связана с прихваченной частью колонны.

Наибольшее распространение получили ударные устройства, которые реализуют энергию упругой деформации твердого тела. Рабочий цикл этих устройств можно разбить на следующие фазы:

- первая фаза – сжатие или растягивание упругого элемента. Осуществление этого периода работы предполагается наличие «затвора», что обеспечивает фиксацию бойка при накоплении потенциальной энергии. Верхняя часть колонны соединена с талевым канатом;
- вторая фаза – этот этап рабочего цикла предполагает освобождение бойка путем размыкания «затвора»;
- третья фаза – после размыкания «затвора» осуществляется перемещение бойка, который, достигая наковальни, связанного с прихваченной частью снаряда, передает ей накопленный запас энергии.

Традиционно в качестве элемента, который накапливает энергию упругой деформации, используется бурильная колонна. Подобные устройства способны передавать мощные динамические нагрузки на прихваченный снаряд.

При работе бурильной колонны на нее действуют различные нагрузки. Чтобы оценить эти нагрузки и их влияние на колонну, требуются разносторонние теоретические и экспериментальные исследования. В настоящий момент процессы, связанные с колебаниями колонны, изучены не в полной мере. Это связано с выполнением сложных и трудоемких математичеких расчетов. В данной задаче необходимо решать дифференциальные уравнения второго порядка в частных производных. Решение одного уравнения в свою очередь будет менять начальные условия для решения следующего уравнения.

1. Математическая модель задачи

Будет рассматриваться модель, состоящая из колонны, представляющей из себя упругий стержень длиной L, колонна подвешена с помощью талевого каната. Рассматривается этап расчета по времени, при котором канат находится в натянутом состоянии. Динамика продольных колебательных процессов при работе ударной бурильной колонны описывается следующим уравнением

$$\boldsymbol{\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + 2a\frac{\partial U}{\partial t} - c^2\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0} \tag{1}$$

где $c = 5000 \ldots 5500$м/с - скорость распространения волны;
$U(x, t)$ - функция смещения продольных сечений.
Запишем начальные и граничные условия расчета.
Первое начальное условие:

$$\boldsymbol{\frac{\partial U(x, 0)}{\partial t} = 0} \tag{2}$$

Второе начальное услови при $t = 0$

$$\boldsymbol{U(x, 0) = Ax + B} \tag{3}$$

где A - коэффициент, определяющийся по формуле

$$A = \frac{P}{EF}$$

,

Здесь
$P = 50 \ldots 100$ кН - продольная сила, действующая на колонну;
$E = 2 \cdot 10^{11}$Н/м^2 - модуль упругости колонны;
F -площадь поперечного сечения колонны, рассчитывается по формуле

$$F = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

где D=0,050 м; d=0,039 м - внешний и внутренний диаметры колонны

Коэффициент B определяется по следующей зависимости

$$B = \frac{P \cdot l_k}{E_k \cdot F_k};$$

Здесь

l_k - длина каната, l_k=20 м;

$E_k = 2 \cdot 10^{11}$Н/м^2 - модуль упругости каната;

F_k -площадь поперечного сечения каната, рассчитывается по формуле

$$F_k = \frac{\pi}{4} \cdot {d_k}^2$$

где d_k =0,012 м - диаметр каната

Смещение рассчитывается по формуле

$$U = \frac{P}{Z}$$

где Z - удельное усилие, которое в свою очередь вычисляется по следующей формуле

$$Z = \frac{E_k \cdot F_k}{l}$$

Граничные условия

$$\boldsymbol{\frac{\partial U(0,t)}{\partial x} = ZU(0,t)} \qquad (4)$$

$$\boldsymbol{\frac{\partial U(L,t)}{\partial x} = 0} \qquad (5)$$

Переменные изменяются следующим образом:

$x = 0 \dots L$, где $L = 500 \dots 1000$м - длина колонны;

$t = 0 \dots T$, где $T = \frac{L}{c}$

Решение первого дифференциального уравнения будет формировать начальные и граничные условия второго уравнения.

2. Решение задачи с помощью метода сеток

Для решения задачи моделирования динамических процессов в бурильной колонне использован метод сеток. Частные производные заменим разделёнными разностями

$$\boldsymbol{\frac{\partial^2 U(x_i,t_j)}{\partial t^2} = \frac{U_{i,j-1} - 2 \cdot U_{i,j} + U_{i,j+1}}{\triangle t^2}} \qquad (6)$$

$$\frac{\partial^2 U(x_i,t_j)}{\partial x^2}=\frac{U_{i-1,j}-2\cdot U_{i,j}+U_{i+1,j}}{h^2} \tag{7}$$

$$\frac{\partial U(x_i,t_j)}{\partial t}=\frac{U_{i,j}-U_{i,j-1}}{\triangle t} \tag{8}$$

Подставив (6), (7), (8) в (1) получим:

$$\frac{U_{i,j-1}-2U_{i,j}+U_{i,j+1}}{\triangle t^2}+2a\frac{U_{i,j}-U_{i,j-1}}{\triangle t}-c^2\frac{U_{i-1,j}-2U_{i,j}+U_{i+1,j}}{h^2}=0 \tag{9}$$

Откуда:

$$U_{i,j+1}=2\left(1-\frac{\triangle t^2}{h^2}c^2-a\triangle t\right)U_{i,j}+(2a\triangle t-1)U_{i,j-1}+$$
$$+\frac{\triangle t^2}{h^2}c^2\left(U_{i-1,j}+U_{i+1,j}\right) \tag{10}$$

Также заменим начальные и граничные условия (2), (3), (4) и (5) их разностной аппроксимацией

$$U(x_i,0)=Ax_i+B \text{ или } U_{i,0}=Ax_i+B, i=0,1,\ldots,N \tag{11}$$

$$\frac{U(x_i,\triangle t)-U(x_i,0)}{\triangle t}=0,\Longrightarrow U(x_i,t_1)=U(x_i,0)$$

$$\text{или } U_{i,1}=U_{i,0}, i=0,1,\ldots,N \tag{12}$$

$$\frac{U(h,t_j)-U(0,t_j)}{h}=ZU(0,t_j),\Longrightarrow U(0,t_j)=\frac{U(x_1,t_j)}{1+Z\cdot h}$$

$$\text{или } U_{0,j}=\frac{U_{1,j}}{1+Z\cdot h}, j=0,1,\ldots,M \tag{13}$$

$$\frac{U(L,t_j)-U(L-h,t_j)}{h}=0,\Longrightarrow U(L,t_j)=U(L-h,t_j)$$

$$\text{или } U_{N,j}=U_{N-1,j}, j=0,1,\ldots,M \tag{14}$$

Значения $U_{i,j}$ являются приближенными сеточными решениями уравнения (1).

Получилась явная трехслойная разностная схема (рис. 1). Вначале по формулам (11) и (12) рассчитываются все значения $U_{i,0}$ и $U_{i,1}$ на нулевом и первом слоях (при $j=0$ и $j=1$). Затем по формуле (10) рассчитываются значения следующих

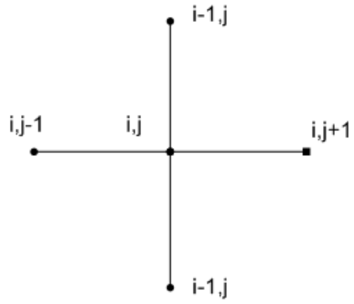

Рис. 1. Шаблон явной двухслойной разностной схемы

слоев, но расчет начинается с $i = 1$ и продолжается до $i = N - 1$. В конце по формулам (13) и (14) определяются значения $U_{0,j}$ и $U_{N,j}$. Блок-схема алгоритма решения задачи приведена на рис. ??.

Для устойчивости разностной схемы (10) необходимо, чтобы значения шагов по t и по x удовлетворяли следующему условию

$$\boldsymbol{\tau} \leq \frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{c}} \tag{15}$$

где τ - шаг по времени, h - шаг по переменной длины x

Заключение

В ходе работы была исследована динамика продольных колебательных процессов при работе бурильной колонны. Для решения дифференциального уравнения в частных производных была составлена разностная схема. Для решения задачи разработан алгоритм.

Следующим этапом работы является моделирование поставленной задачи на персональном компьютере. В качестве средств реализации предполагается свободные математические пакеты Scilab, Octave и свободные компиляторы g++ и gfortran. Выбор Fortran 95 в качестве языка программирования обусловлен высокой скоростью работы программы, получаемой после компиляции.

После получения результатов будет рассмотрен следующий этап расчета, на котором резутаты расчета первого этапа будут формировать граничные условия для расчета второго этапа.

Благодарности

Автор благодарит Каракозова А. А., к.т.н., доцента, заведующего кафедрой ТТГР, декана горно-геологического факультета Донецкого национального технического университета, за консультации по техническим вопросам.

Автор благодарит Алексеева Е. Р., к.т.н., доцента кафедры вычислительной

математики и программирования Донецкого национального технического университета, за консультаци. по математическим вопросам.

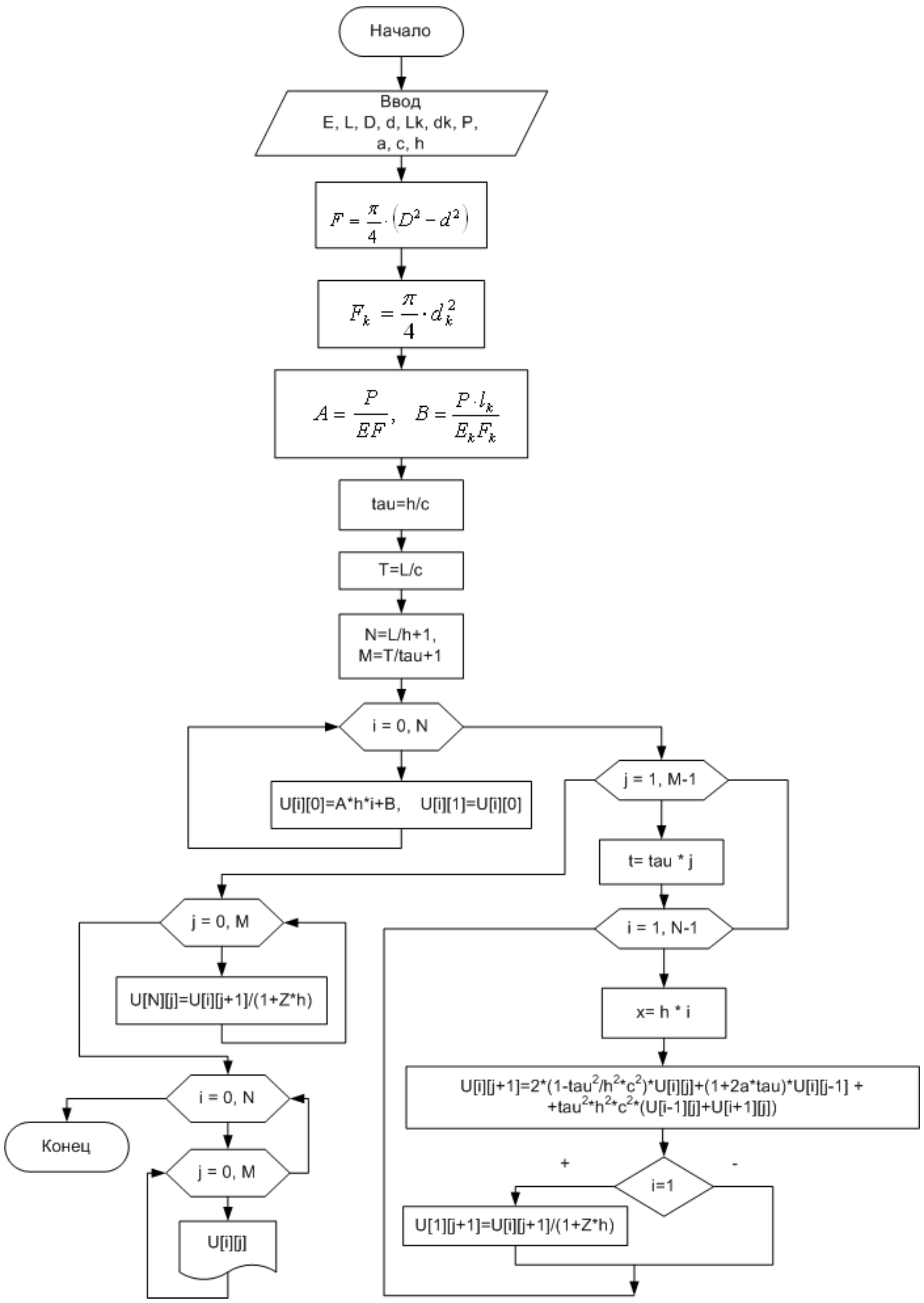

Рис.2. Блок-схема алгоритма решения задачи

Список литературы

1. Юртаев В. Г. Динамика буровых установок. — М.: Недра, 1987. — 160 с.
2. Тихонов А .Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики (5-е изд.). М.: Наука, 1999. — 799 с.