

Грядущий Б.А., докт. техн. наук, проф.,
Дворников В.И., докт. техн. наук, проф.,
Кудрейко Н.А., канд. техн. наук, Научно-исследовательский
институт горной механики им. М.М.Федорова
Карпунова Е.В., инж., ЭТЦ Минтопэнерго

ДИНАМИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ ШАХТНЫХ КОПРОВ ПРИ ВНЕЗАПНОМ ПРИЛОЖЕНИИ ПОСТОЯННОЙ НАГРУЗКИ

Рассмотрены вопросы продольных колебаний в элементах конструкций металлических шахтных копров под действием постоянных внешних нагрузок. Представленная математическая модель определения спектра собственных частот и форм колебаний позволяет применить метод конечных разностей для оценки парциальной кинетической энергии дискретных масс.

The questions of longitudinal fluctuations in elements of designs metal mine headgear under action of constant external loadings are considered. The submitted mathematical model of definition of a spectrum of own frequencies and forms of fluctuations allows to apply a method of final differences to an estimation of energy of discrete weights.

Постановка проблемы и ее связь с научными и практическими задачами. Шахтные металлические копры представляют собой решетчатую сварную конструкцию, основными несущими элементами которой являются вертикальные стойки станка связанные между собой горизонтальными и вертикальными связями и наклонная укосина. Динамическое состояние такой системы жестких взаимосвязанных стержней обусловлено возможностью совместных продольных, крутильных и поперечных колебаний несущих элементов копра под действием внешних нагрузок, главными источниками которых являются навешенные в стволе движущиеся подъемные сосуды и подъемная машина, соединенные между собой упругими канатами. В действительности понятие внешние нагрузки понимается условно, так как на самом деле рассматриваемая система «копер-сосуды-машина» представляет собой фактически обособленную подъемную установку в которой взаимодействуют механизмы, упругие связи, твердые тела и конструкции.

Состояние вопроса и анализ основных исследований. В таком представлении трудно сразу выявить основные динамические свойства каждой составляющей системы, и поэтому вначале следует рассмотреть более простые схемы, основанные на практических представлениях, что является естественным приемом на начальной стадии исследований большинства инженерных проблем [1,2].

Цель исследований и постановка задачи. Если решение уравнений динамического состояния металлической конструкции копра представлять на каждом пролете между узловыми точками в форме разложения по собственным функциям $U_{jn}(s)$:

$$u_n(s,t) = \sum_{j=1}^{\infty} U_{jn}(s) \psi_j(t) \quad (n = 1, 2, \dots, N), \quad (1)$$

то так называемые координатные функции $\psi_j(t)$, благодаря свойствам ортогональности собственных функций, подчиняются несвязанной системе уравнений вида

$$m_{\Sigma} N_j^2 [\ddot{\psi}_j(t) + \omega_j^2 \psi_j(t)] = -\Phi_{jN} P(t), \quad (2)$$

которые при нулевых начальных условиях (при $t = 0$) имеют решения в форме интеграла Дюамеля

$$\psi_j(t) = -\frac{\Phi_{jN}}{m_{\Sigma} N_j^2 \omega_j} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_j(t - \tau) d\tau, \quad (3)$$

где $P(\tau)$ – произвольная, зависящая от времени нагрузка, прикладываемая к головке копра (к точке B на рис. 1).

Таким образом, вычисляя координатные функции в соответствии с (3), ряды (1) для собственных функций нетрудно просуммировать при сколь угодно большом числе членов разложения. Этим самым определяется перемещение любой точки на пролете станковой части копра в произвольный момент времени.

Для практики интерес представляют не столько динамические перемещения точек яруса копра, сколько динамические усилия в его поперечных сечениях, определяемые на n -ом пролете с помощью (1) как

$$P_n(s,t) = EF \frac{\partial u_n(s,t)}{\partial s} = EF \sum_{j=1}^{\infty} \frac{dU_{jn}(s)}{ds} \psi_j(t) \quad (n = 1, 2, \dots, N), \quad (4)$$

и тем более, первостепенное значение для исследователя имеют динамические усилия в узловых точках, где ожидаются наибольшие концентрации напряжений, обуславливающих усталостную проч-

ность сооружения в целом. Иными словами, динамические усилия определим в сечениях с координатами $s = 0$ и $s = l$ на каждом из пролетов. Тогда на основании (4) запишем:

$$\left. \begin{aligned} P_n(0,t) &= \sum_{j=1}^{\infty} (\Phi_{jn} C'_j - \Phi_{jn-1} C_j) \psi_j(t), \\ P_n(l,t) &= \sum_{j=1}^{\infty} (\Phi_{jn} C_j - \Phi_{jn-1} C'_j) \psi_j(t). \end{aligned} \right\} (5)$$

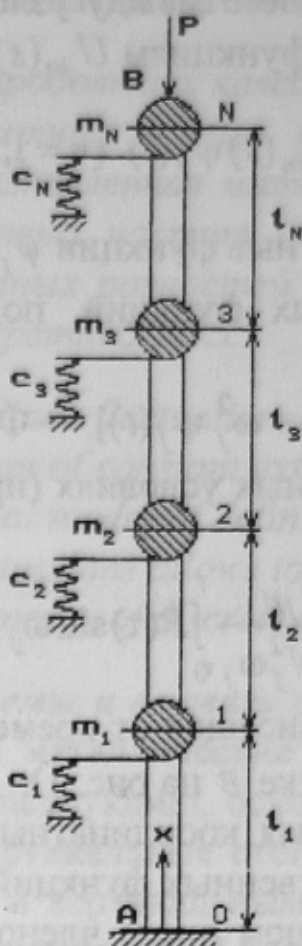


Рис. 1. Расчетная схема станковой части копра

В соотношениях (5) динамические жесткости C_j и C'_j , независящие от номера пролета n в силу (3), определяются с учетом обозначений (1) формулами [3,4]:

$$C_j = \frac{EF \mu_j \cos \mu_j}{l \sin \mu_j}, \quad C'_j = \frac{EF \mu_j}{l \sin \mu_j}. \quad (6)$$

Подстановка динамических жесткостей (6) в (5) приводит к выражениям

$$\left. \begin{aligned} P_n(0,t) &= \frac{EF}{l} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\mu_j}{\sin \mu_j} (\Phi_{jn} - \Phi_{jn-1} \cos \mu_j) \psi_j(t), \\ P_n(l,t) &= \frac{EF}{l} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\mu_j}{\sin \mu_j} (\Phi_{jn} \cos \mu_j - \Phi_{jn-1}) \psi_j(t), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

представляющих собой основу для последующих изысканий.

$$\Phi_{jn} = \sin n\theta_j, \quad \Phi_{jn-1} = \sin(n-1)\theta_j, \quad \Phi_{jN} = \sin N\theta_j, \quad (8)$$

причем для каждого из собственных чисел имеем

$$\theta_j = \arccos \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\mu_j} - \mu_j \zeta \right) \sin \mu_j + \cos \mu_j \right], \quad (9)$$

а нормировочные коэффициенты N_j^2 вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} N_j^2 &= \frac{1}{N(1+\zeta)} \sum_{n=1}^N \left[\zeta \Phi_{jn}^2 + \right. \\ &\left. + \frac{(2\mu_j - \sin 2\mu_j)(\Phi_{jn}^2 - 2\Phi_{jn}\Phi_{jn-1}\cos\mu_j + \Phi_{jn-1}^2) + 4\Phi_{jn}\Phi_{jn-1}\sin^3\mu_j}{4\mu_j \sin^2\mu_j} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

Изложение основного материала. Рассмотрим случай внезапного приложения к головке копра в произвольный момент времени $t = t_0$ постоянной нагрузки P_0 , то есть будем полагать, что в (3)

$$P(t) = P_0 \delta_0(t - t_0), \quad (11)$$

где $\delta_0(t - t_0)$ – единичная функция Хевисайда [3].

Такого рода нагружения могут иметь место, например, при снятии клетки с кулаков, или в начальный момент подъема груженого скипа при $t = t_0$, если при его загрузке он устанавливается на специальные брусья, и др. В любом из таких случаев в (11) считается, что P_0 есть вес клетки или скипа.

Подстановка (11) в (3) при $t_0 = 0$, приводит к следующим выражениям для координатных функций:

$$\psi_j(t) = -\frac{P_0}{m_{\Sigma}} \frac{\Phi_{jN}}{N_j^2 \omega_j^2} (1 - \cos \omega_j t). \quad (12)$$

Если же координатные функции (12) подставить в (7), то это обуславливает следующий результат:

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_n(0, \tau)}{P_0} &= - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\Phi_{jN}}{N_j^2 \mu_j \sin \mu_j} (\Phi_{jn} - \Phi_{jn-1} \cos \mu_j) (1 - \cos \mu_j \tau), \\ \frac{P_n(l, \tau)}{P_0} &= - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\Phi_{jN}}{N_j^2 \mu_j \sin \mu_j} (\Phi_{jn} \cos \mu_j - \Phi_{jn-1}) (1 - \cos \mu_j \tau), \end{aligned} \right\} (13)$$

где безразмерное время τ , а для P_0 , имеющей размерность силы, принято обозначение:

$$P_0 = P_0 \frac{l\rho}{m_{\Sigma}} = \frac{P_0}{N(1+\zeta)}. \quad (14)$$

Ограничимся рассмотрением усилий в узловых точках крайнего нижнего пролета (см. рис.1), то есть в (13) примем $n = 1$. Тогда, используя (8) получим:

$$\left. \begin{aligned} \bar{P}_0(\tau) &= \frac{P_1(0, \tau)}{P_0} = - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\Phi_{jN} \sin \theta_j}{N_j^2 \mu_j \sin \mu_j} (1 - \cos \mu_j \tau), \\ \bar{P}_1(\tau) &= \frac{P_1(l, \tau)}{P_0} = - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\Phi_{jN} \sin \theta_j \cos \mu_j}{N_j^2 \mu_j \sin \mu_j} (1 - \cos \mu_j \tau). \end{aligned} \right\} (15)$$

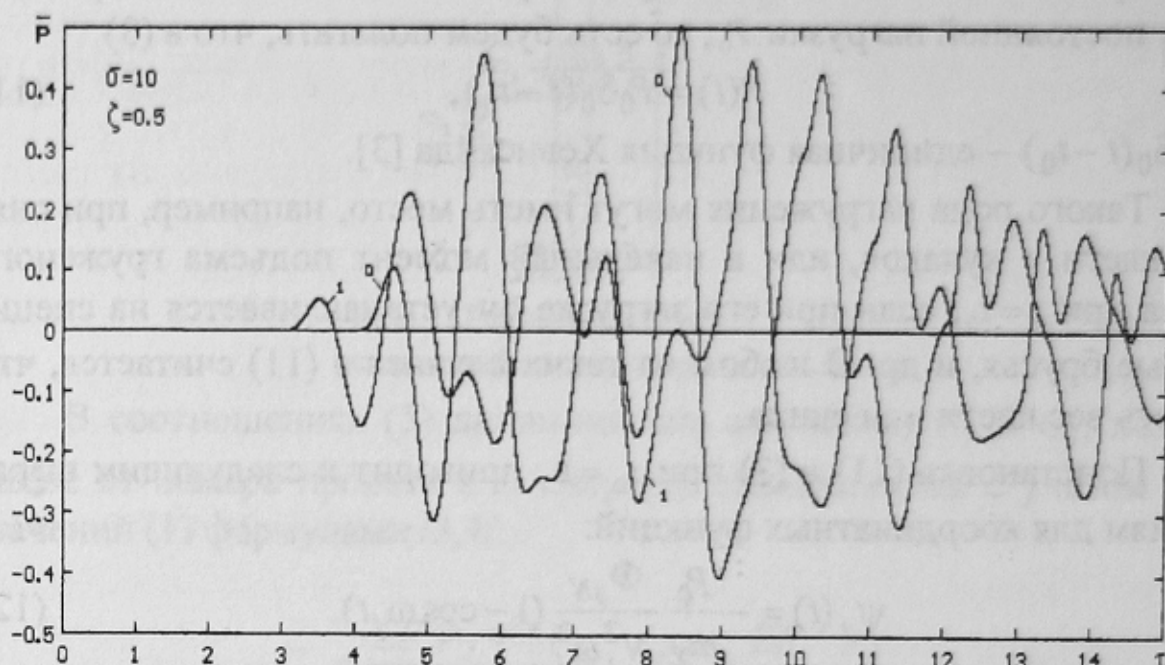


Рис. 2. Динамические процессы при внезапном приложении постоянной нагрузки

Результаты исследований. Из приведенных на рис.2 графиков, видно, что, первоначальное силовое возмущение в узлах с номером 1 и 0 происходит соответственно в моменты $\tau = 3$ и $\tau = 4$, что подтверждает достоверность разработанной математической модели. Обнаружить какие-либо другие особенности не ставилось задачей; главное – имеются разработанные программные средства, моделирующие рассматриваемый процесс нагружения копра, что для проектировщика является полезным рабочим «инструментом».

Выводы. Обнаруженный факт наличия в рассматриваемой системе названных здесь *превалирующих частот* свидетельствует о том, что стойки копра в узловых точках (в местах присоединения упругих связей) обладают наибольшей парциальной кинетической «энергоемкостью» именно на этих частотах. Это обстоятельство играет важную роль для построения приближенных методов изучения динамических состояний копров, что может стать предметом дальнейших исследований.

Список источников.

1. Дворников В.И. Об одном методе решения дифференциальных уравнений второго порядка с периодическими коэффициентами. // Математические методы и техническая кибернетика в горном деле. – М., 1972. – Вып. 28.- с. 125-129.
2. Дворников В. И. Собственные формы и частоты колебаний многопролетных балок на упругих опорах. «Прикладная механика», т.Х. вып.9, Киев, 1974.
3. Грядущий Б. А., Дворников В.И., Кудрейко Н.А., Карпунова Е.В. Спектры собственных продольных колебаний высоконагруженных шахтных копров. / В сборнике научных трудов НИИГМ им. М.М.Федорова «Проблеми експлуатації обладнання шахтних стаціонарних установок». – Вып. 99. Донецк, 2004. – С. 143 – 157.
4. Грядущий Б.А., Дворников В.И., Кудрейко Н.А., Карпунова Е.В. О продольных колебаниях высоконагруженных шахтных копров. Институт физики горных процессов. Сб. научных трудов «Физико-технические проблемы горного производства», вып. 7, Донецк, 2004 г. – с 243 – 255.