

## УТОЧНЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СУХОГО ТРЕНИЯ В ПАКЕТЕ „MATLAB / SIMULINK“

Горелов П. В., Мотченко А. И., Яблонь В. П.

Донбасский государственный технический университет  
altar@bk.ru

**Введение.** С развитием компьютерной техники в последние годы моделирование при помощи ЭВМ становится всё более важным и доступным элементом при проведении исследований в области электропривода (ЭП). Поскольку, моделирование с использованием ЭВМ осуществляется дискретно с ненулевым шагом интегрирования, то осуществить моделирование характеристики сухого трения достаточно нелегко, так как определить точный момент времени, в который относительная скорость  $v$  проходит через нуль, достаточно сложно на практике. Создание моделей сухого трения без специальных средств точного определения момента перехода через разрыв характеристики приводит к тому, что данные модели в области нулевой скорости становятся неустойчивыми. Модель в этой ситуации пребывает в квазистационарном режиме «качания» скорости относительно нулевого значения в пределах шага интегрирования. При относительно большом постоянном шаге интегрирования колебания скорости становятся заметными. Если установленная точность моделирования высока, а шаг интегрирования задан переменный, то модель как бы «застывает» в процессе интегрирования, данное явление обусловлено «бесконечным» дроблением шага интегрирования. Однако, существуют средства, с помощью которых в среде Matlab/SIMULINK возможно избежать выше указанных явлений.

Анализ разработок и исследований показывает, что, непосредственно, вопросу моделирования характеристик сухого трения в различных системах ЭП особого внимание не уделялось. В практике моделирования исследователи, как правило, обходились стандартным блоком, входящим в состав пакета SIMULINK.

**Задача исследования.** Создать структуру, которая позволяет с высокой точностью реализовать характеристики сухого трения в ЭП и продемонстрировать на практике принципы ее функционирования.

**Материалы исследования.** Как известно, сила (момент) сухого трения при движении трущихся тел одно относительно другого не зависит от скорости этого движения и всегда направлена встречно движению. Указанные свойства довольно хорошо описываются математически с использованием сигнум-функции:

$$\begin{aligned} F_{СТ} &= -F_{ТД} \cdot \text{sign}(v), \text{ при } v \neq 0, \\ M_{СТ} &= -M_{ТД} \cdot \text{sign}(\omega), \text{ при } \omega \neq 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $F_{ТД}$ ,  $M_{ТД}$  - некоторые положительные величины, равные соответственно величине силы и момента сухого трения в движении, а  $v$ ,  $\omega$  - соответственно скорости относительного поступательного и вращательного движений.

Однако известно, что если трущиеся тела неподвижны друг относительно друга, то приложение внешней движущей силы  $F_{ДВ}$  (движущего момента  $M_{ДВ}$ ) к одному из них не вызовет относительного движения тел до тех пор, пока эта движущая сила (момент) не превысит по величине так называемую «силу срыва»  $F_{СР}$  («момент срыва»  $M_{СР}$ ). В этом случае сила (момент) сухого трения уже определяется не величиной и направлением скорости, а величиной приложенной движущей силы, принимая такое значение и направление, что полностью компенсируется действие этой внешней силы (момента):

$$\begin{aligned} F_{ДВ} + F_{СТ} &= 0, \text{ если } v = 0 \text{ и } |F_{ДВ}| \leq F_{СР}, \\ M_{ДВ} + M_{СТ} &= 0, \text{ если } \omega = 0 \text{ и } |M_{ДВ}| \leq M_{СР}. \end{aligned} \quad (2)$$

На рисунке 1 представлены механические характеристики сил (моментов) сухого трения, создаваемые, например, механизмами горизонтального перемещения материалов, механизмами резания и т.п. В общем случае механическая характеристика сил (моментов) сухого трения может иметь несимметричный относительно вертикальной оси характер, что характерно, например, для механизма главного движения металлорежущего станка.

Сила (момент) вязкого внешнего трения возникают в случае движения системы в вязкой среде (газы и жидкости) и в общем случае может находиться в сложной зависимости от скорости движения:

$$F_{BH} = \alpha \cdot v^n,$$

$$M_{BH} = \beta \cdot \omega^n, \quad n > 0.$$

(3)

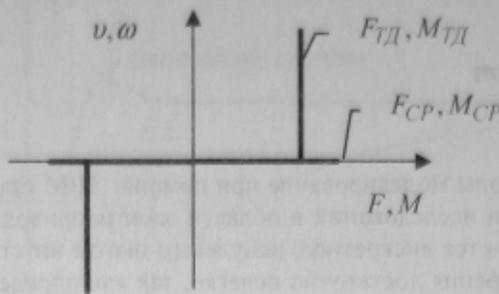


Рисунок 1 – Механическая характеристика сил и моментов сухого трения

В состав библиотеки Discontinuities пакета SIMULINK входит блок Coulomb & Viscous Friction (Сухое и вязкое трение), пиктограмма которого приведена на рисунке 2. Данный блок является «маскированным», т. е. представляет собой структуру из нескольких блоков. Его внутреннее строение также представлено на рисунке 2.

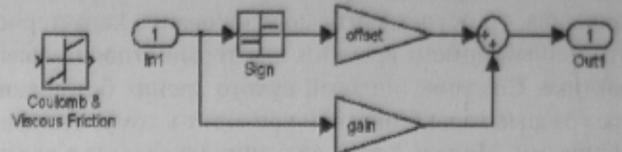


Рисунок 2 – Пиктограмма блока Coulomb & Viscous Friction и его внутренняя организация

Верхняя ветвь маскированной модели блока Coulomb & Viscous Friction служит для моделирования сил (моментов) сухого трения и соответствует уравнениям (1), а нижняя для моделирования сил (моментов) вязкого внешнего трения и соответствует уравнениям (3) при линейном характере зависимостей, т.е. при  $n = 1$ . Коэффициент усиления блока «offset» задается равным силе (моменту) трения движения ( $F_{TD}$  или  $M_{TD}$ ), а коэффициент блока «gain» задает наклон характеристики вязкого трения ( $\alpha$  или  $\beta$ ).

Как видно из рисунка 2, блок Coulomb & Viscous Friction представляет явление сухого трения в упрощенном виде, а именно:

- «сила срыва»  $F_{CP}$  или «момент срыва»  $M_{CP}$  принимаются равными силе  $F_{TD}$  или моменту  $M_{TD}$  трения движения, т.е. принимается, что  $F_{CP} = F_{TD}$ ,  $M_{CP} = M_{TD}$ ;
- не учитывается зависимость силы (момента) сухого трения при нулевой скорости от движущей силы или момента, т.е. не учитываются уравнения (2).

Если первое упрощение является общепринятым и существенно не влияет на интегрирование уравнений динамики механической системы, то второе ограничение вызывает ряд сложностей в процессе моделирования. С учетом уравнений движения

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} \cdot (F_{ДВ} + F_{СТ}(v)),$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{j} \cdot (M_{ДВ} + M_{СТ}(v))$$

(4)

и используя блок Coulomb & Viscous Friction можно получить модель динамики механической системы, представленную на рисунке 3.

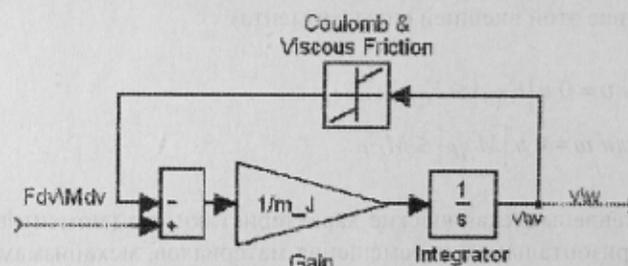


Рисунок 3 – Модель динамики механической системы с использованием блока Coulomb & Viscous Friction

Такая модель, например, используется в маскированном блоке машины постоянного тока (DC Machine), входящей в библиотеку Machines пакета SimPowerSystem ToolBox. Можно легко убедиться, что при ненулевом значении момента или силы сухого трения, моделирование можно провести только с постоянным шагом интег-

рирования. При выборе переменного шага интегрирования на участках где движущая сила оказывается меньше силы срыва ( $F_{TD} < F_{CP}$ ), пересечение скоростью нулевого значения приводит как бы к «застыванию» процесса моделирования, что обусловлено «бесконечным» дроблением шага интегрирования. При постоянном шаге моделирование осуществить удастся, хотя и с существенными погрешностями. Модель в этой ситуации пребывает в квазистационарном режиме «качания» скорости относительно нулевого значения на интервале шага интегрирования, что обусловлено «скачками» силы сухого трения между двумя крайними значениями ( $-F_{CP}$  и  $F_{CP}$ ).

Уточненная модель динамики механической системы, работающей на преодоление реактивных сил сопротивления, представлена на рисунке 4.

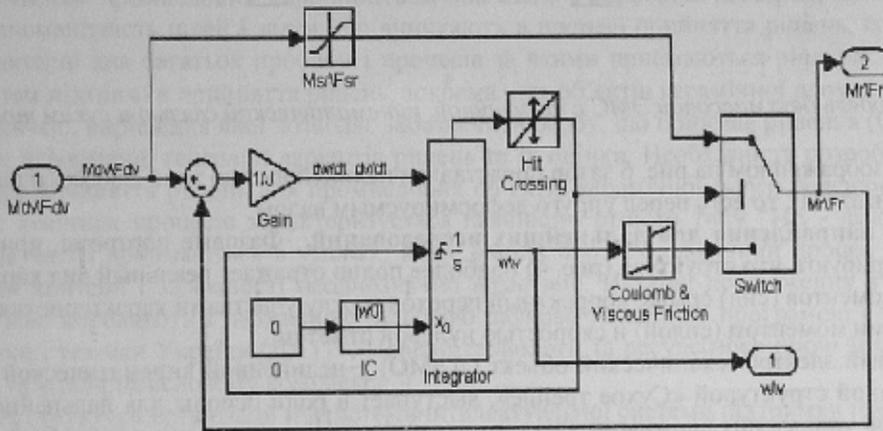


Рисунок 4 – Модель движения механической системы, находящейся под воздействием реактивных сил сопротивления

Схема представленная на рисунке 4 осуществляет однократное интегрирование уравнения (4). На вход схемы подается текущее значение движущего момента (силы)  $Mdv\Fdv$ , а на выходе  $\omega/v$  формируются значения скорости, а на выходе  $M_R\F_R$  реактивный момент (сила) сопротивления.

**Анализ полученных результатов.** Фазовые портреты полученные при реакции синтезированной структуры на пилообразное воздействие представлены на рис. 5.

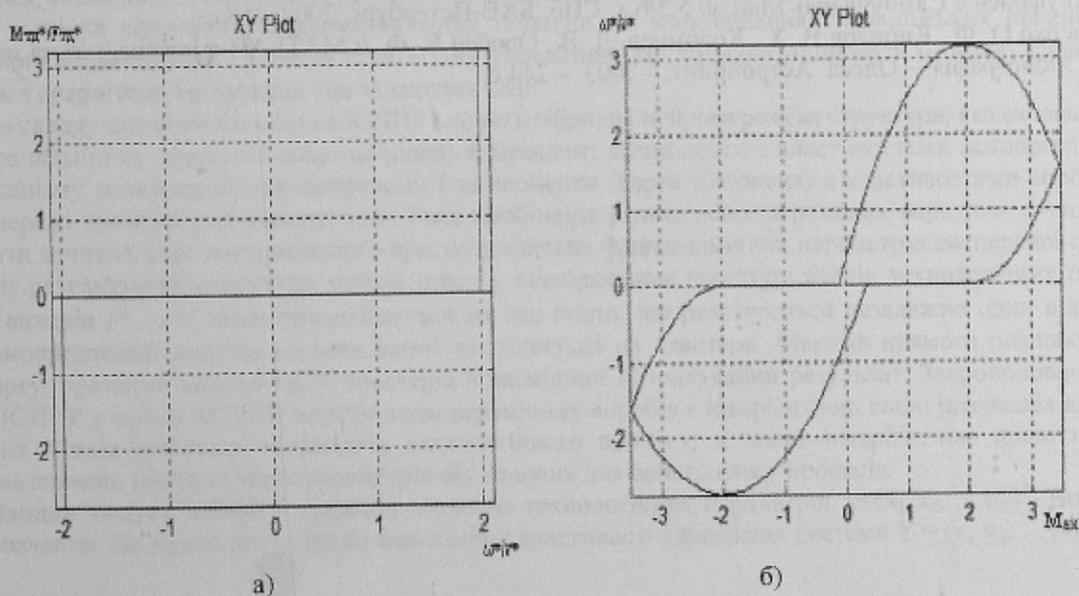


Рисунок 5 – Фазовые портреты исследуемой системы:  
 а) зависимость силы (момента) от скорости;  
 б) зависимость скорости от входного момента

При введении синтезированной структуры в состав двухмассовой электромеханической системы с нелинейной кинематической связью (упруго деформируемый вал и зазор в соединительной муфте) объект управления принимает вид, приведенный на рис. 6.

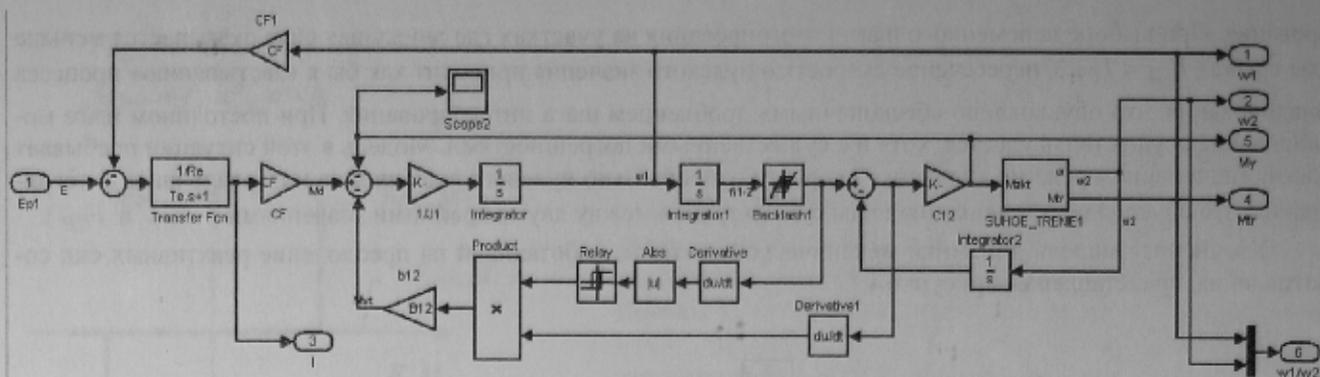


Рисунок 6 – Модель двухмассовой ЭМС с нелинейной кинематической связью и сухим трением в нагрузке

В случае, изображенном на рис. 6 зазор представлен нелинейностью типа «люфт» и располагается вблизи первой массы (двигателя), то есть перед упруго деформируемым валом

**Выводы и направления для дальнейших исследований.** Фазовые портреты, приведенные на рис. 5 наглядно демонстрируют, что структура (рис. 4) наиболее полно отражает реальный вид характеристики сухого трения (участки моментов (сил) срыва, корректный переход между участками характеристики) во всех квадрантах при пересечении моментом (силой) и скоростью нулевой отметки.

Двухмассовый электромеханический объект (ДЭМО) с нелинейной кинематической связью, дополненный синтезированной структурой «Сухое трение», выступает в роли основы для дальнейших исследований и синтеза алгоритмов управления сложными электромеханическими системами с нелинейной кинематикой и нелинейной нагрузкой.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. Дьяконов // Matlab 6: учебный курс. СПб.: Питер, 2001. 592 с.
2. В. Кондрашов, С. Королев // Matlab как система программирования научно-технических расчетов. М.: Мир, Институт стратегической стабильности Минатома РФ, 2002. 367 с.
3. А. Данилов // Компьютерный практикум по курсу "Теория управления". Simulink - моделирование в среде Matlab. М.: МГУИЭ, 2002. 687 с.
4. В. Дьяконов // Simulink 4: Специальный справочник. СПб.: Питер, 2001. 398 с.
5. Н. Мартынов // Введение в MatLab 6. М.: Кулиц-образ, 2002. 283 с.
6. И. Ануфриев // Самоучитель MatLab 5.3/6.x. СПб.: БХВ-Петербург, 2002. 768 с.
7. Дашенко О. Ф., Кирилов В. Х., Коломієць Л. В., Оробей В. Ф. // MATLAB в инженерних та наукових розрахунках: Монографія. – Одеса: Астропринт. – 2003. – 214 с.