УДК 681.587.72

ВДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДА СИНТЕЗУ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ЗА РОЗТАШУВАННЯМ ПОЛЮСІВ

Шеремет О.І.
Донбаська державна машинобудівна академія
sheremet-a@mail.ru

Вступ. Розвиток комп'ютерної техніки призвів до виникнення нових методів аналізу та синтезу систем автоматичного керування електроприводами. Сучасна теорія автоматичного керування оперує методами, що суттєво відрізняються від класичних та базуються на чисельних розрахунках параметрів у матричній формі. Як правило, всі необхідні параметри не можуть вимірюватись або через велику вартість, або через відсутність потрібних чутливих елементів і перетворювачів. В таких випадках ті змінні, що не можуть бути виміряними безпосередньо, оцінюються за допомогою вимірюваних змінних.

Сучасні методи синтезу оперують у просторі станів та дозволяють враховувати велику кількість факторів, включаючи нелінійні та кореляційні залежності. Одним з найперспективніших у цьому сенсі є метод синтезу систем автоматичного керування за розташуванням полюсів [1], який дозволяє розташувати всі полюси передаточної функції замкнутої системи у заданих точках комплексної площини.

Відомо, що стійкість систем автоматичного керування визначається лише полюсами (коренями характеристичного рівняння) передаточної функції, але на показники якості впливають не тільки полюси, але й нулі передаточної функції. Для зниження інерційності системи необхідно розташовувати нулі та полюси передаточної функції якомога ближче один до одного [2,3]. У зв'язку з цим виникає можливість удосконалення метода синтезу за розташуванням полюсів.

Мета дослідження. Головною метою проведених в роботі досліджень є формулювання такого метода синтезу, що дозволяв би теоретично збільшувати швидкодію системи автоматичного керування до нескінченності, не зменшуючи показників якості.

Необхідно, щоб розроблений метод синтезу задовольняв наступним вимогам:

- дозволяв би прогнозовано покращувати показники якості в динаміці;
- мав алгоритм, що легко реалізується за допомогою програмних засобів.

Матеріали та результати дослідження. Перша частина задачі синтезу системи автоматичного керування електромеханічним об'єктом з передаточною функцією виду (1) зводиться до визначення коренів бажаного характеристичного рівняння. Кількість коренів характеристичного рівняння відповідатиме його порядку.

$$W(p)=\frac{(\tau_1'p+1)(\tau_2'p+1)..(\tau_m'p+1)}{(\tau_1p+1)(\tau_2p+1)..(\tau_np+1)}, \tag{1}$$

де $\tau_1',\tau_2',...,\tau_m'$ – сталі часу чисельника передаточної функції об'єкта; $\tau_1,\tau_2,...,\tau_n$ – сталі часу знаменника передаточної функції об'єкта; m - порядок чисельника передаточної функції об'єкта; n - порядок знаменника передаточної функції об'єкта, причому $n > m$.

Таким чином, для приведення системи з об'єктом керування (1) до другого порядку шляхом замикання за станами, спочатку необхідно обрати ті корені, що забезпечуватимуть потрібну тривалість перехідного процесу та допустимий рівень перерегулювання. Наприклад, для аперіодичної ланки другого порядку з передаточною функцією $W(p)=\frac{k}{(\tau p+1)(\tau_1p+1)}$, де $\tau>\tau_1$, корені характеристичного рівняння будуть дійсними та можуть бути визначеними як $-1/\tau$ та $-1/\tau_1$. Для забезпечення налаштування системи другого порядку на технічний оптимум [2] з перерегулюванням 4,3%, коефіцієнтом затухання $\xi=0{,}707$ та тривалістю перехідного процесу $4{,}1\tau$ (τ - некомпенсована стала часу), слід обирати комплексно-спряжені корені з від'ємною дійсною частиною, що за абсолютною величиною дорівнює уявній. Таким чином, для системи другого порядку, настроєної на технічний оптимум, при некомпенсованій сталій часу синтезованої системи $\tau=0{,}25$ с, корені характеристичного рівняння системи матимуть значення $\lambda_{1,2}=-4\pm j4$ [1]. Якщо перерегулювання недопустиме за вимогами технологічного процесу, то можна обирати критично демпфовану систему з коефіцієнтом затухання $\xi=1$ та дійсними рівними від'ємними коренями.

Якщо об'єкт має порядок вищий за другий, то, для приведення системи до другого порядку, $(n-2)$ коренів бажаного характеристичного рівняння обираються таким чином, щоб компенсувати вплив на систему нулів (коренів чисельника) передаточної функції об'єкта, тобто корені бажаного характеристичного рівняння повинні дорівнювати нулям вихідного об'єкта.

Друга частина задачі синтезу системи автоматичного керування електромеханічним об'єктом зводиться до знаходження коефіцієнтів K_i, що забезпечували б потрібне розташування коренів. При такому підході замкнута система може бути представлена у вигляді рис. 1.

Для лінійних систем з одним входом об'єкта $u(t)$ та одним виходом $y(t)$ модель об'єкта в змінних стану буде мати вигляд

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \tag{2}$$

де A – матриця коефіцієнтів, що характеризує зв'язок станів між собою; B – матриця входу, що показує, на які інтегратори подається вхідна дія об'єкта u; C – матриця виходу, що показує з яких станів формується вихідний сигнал y.

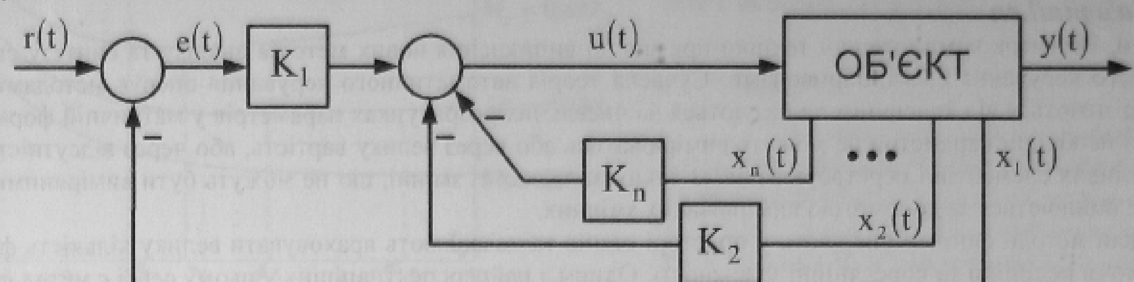

Рисунок 1 – Структурна схема замкнутої системи автоматичного керування в просторі стану

В загальному випадку вхід об'єкта є функцією змінних стану, тобто $u(t) = f(x(t))$. Це рівняння зазвичай називають законом керування. Під час синтезу за розташуванням полюсів закон керування визначається так

$$u(t) = -Kx(t), \tag{3}$$

де K – вектор коефіцієнтів розмірності $1 \times n$ (n – порядок об'єкта), який також можна представити наступним чином:

$$u(t) = -K_1 x_1(t) - K_2 x_2(t) - ... - K_n x_n(t). \tag{4}$$

Таким чином, сигнал, що надходить на вхід об'єкта, являє собою лінійну комбінацію всіх змінних стану.

Виходячи з моделі, для лінійної системи рівняння стану можна представити у вигляді

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) = Ax(t) - BKx(t) = (A - BK)x(t) = A_f x(t), \tag{5}$$

де $A_f = (A - BK)$ – матриця коефіцієнтів замкнутої системи.

Характеристичне рівняння замкнутої системи можна записати у такому вигляді:

$$|pI - A_f| = |pI - A + BK| = 0, \tag{6}$$

де I – одинична матриця.

Умовою синтезу при використанні метода розташування полюсів будуть корені характеристичного рівняння $-\lambda_1$, $-\lambda_2$, ... $-\lambda_n$, а бажане характеристичне рівняння матиме вигляд

$$\alpha_б(p) = p^n + \alpha_{n-1}p^{n-1} + ... + \alpha_1 p + \alpha_0 = (p + \lambda_1)(p + \lambda_2)...(p + \lambda_n) = 0. \tag{7}$$

У відповідності до процедури синтезу шляхом розміщення полюсів потрібно знайти таку матрицю K, для якої виконується умова

$$|pI - A + BK| = p^n + \alpha_{n-1}p^{n-1} + ... + \alpha_1 p + \alpha_0. \tag{8}$$

Рівняння (7) має n невідомих K_1, K_2,..., K_n. Прирівнюючи коефіцієнти при однакових степенях p, одержимо n лінійних рівнянь відносно n невідомих, розв'язання яких дає невідомі елементи матриці K.

Аккерманом була запропонована формула для визначення коефіцієнтів матриці K, що відповідають умові (5).

Формула Аккермана заснована на перетворенні подібності [1], котре переводить модель довільної структури в канонічну форму керованості, після чого за виразом (6) визначаються коефіцієнти K_i. Потім одержаний розв'язок перераховується у відповідності до вихідної структури. Ці дії виконуються відповідно з формулою Аккермана (9)

$$K = (0 \;\; 0 \;\; ... \;\; 0 \;\; 1)(B \;\; AB \;\; ... \;\; A^{n-2}B \;\; A^{n-1}B)^{-1} \alpha_б(A), \tag{9}$$

де $\alpha_б(A)$ – матричний поліном, складений за допомогою коефіцієнтів бажаного характеристичного рівняння $\alpha_б(p)$,

$$\alpha_б(A) = A^n + \alpha_{n-1}A^{n-1} + ... + \alpha_1 A + \alpha_0 I. \tag{10}$$

де $\alpha_б(A)$ – матричний поліном, складений за допомогою коефіцієнтів бажаного характеристичного рівняння.

Головною перевагою розрахунків за формулою Аккермана є простота її програмної реалізації для виконання розрахунків за допомогою комп'ютера.

Наприклад, для об'єкта з передаточною функцією $W(p)=\frac{0{,}5p+1}{(0.8p+1)(0{,}1p+1)(0{,}2p+1)}$ можна досягти умови $\xi=0{,}707$ та тривалості перехідного процесу $t_п\approx0{,}41$ с при двох комплексних коренях, у яких дійсна частина дорівнює уявній, та одному дійсному від'ємному корені. Перехідний процес для такої системи триватиме близько 4τ, де τ - некомпенсована стала часу синтезованої системи, що налаштована на технічний оптимум. Дійсна частина двох комплексних коренів характеристичного рівняння визначається як $1/\tau$. Для виконання вимог за тривалістю перехідного процесу некомпенсована стала часу повинна дорівнювати $\tau=0{,}1$ с, а корені характеристичного рівняння повинні мати значення $\lambda_{1,2}=-10\pm j10$. Третій корінь визначається за поліномом чисельника з умови компенсації його впливу $\lambda_3=-2$.

Об'єкт керування (рис. 2) має три змінних стану, тому кількість невідомих коефіцієнтів K буде також дорівнювати трьом. Замкнемо об'єкт зворотними зв'язками за змінними стану з коефіцієнтами K_1, K_2, K_3 (рис. 2).

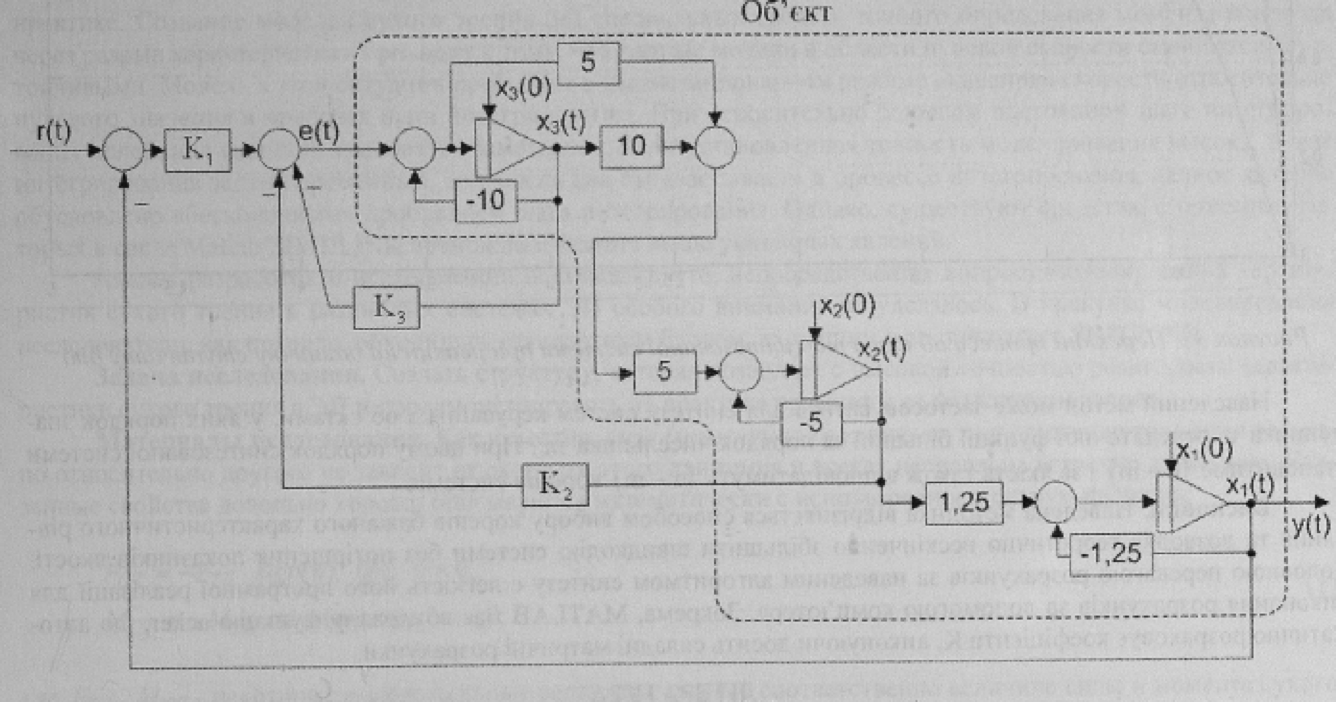

Рисунок 2 – Структурна схема САК в просторі стану

Подальші розрахунки можна виконати за методикою синтезу шляхом розташування полюсів [1], а також у програмному середовищі MATLAB, яке має вбудовану функцію acker для розрахунків матриці K за формулою Аккермана.

Для цього в командному вікні (Command Window) системи MATLAB необхідно задати матриці коефіцієнтів об'єкта та матрицю бажаних коренів характеристичного рівняння системи. Наприклад, розрахунки матриці K для системи на рис. 2 можуть бути виконані за допомогою такого програмного коду:

```
>> A=[-1.25 1.25 0; 0 -5 -200; 0 0 -10]; B=[0; 25; 1]; C=[1 0 0]; D=0;
>> P=[-10+10*i -10-10*i -2];
>> K=acker(A,B,P),pause
K =   5.65   0.55   -8
```

З графіків перехідних процесів об'єкта регулювання та синтезованої системи, побудованих за наведеними вище моделями (рис. 3), видно, що синтезована система має перехідний процес, що відповідає умовам синтезу: тривалість становить близько 0,41 с, а перерегулювання не перевищує 4,3%. При цьому тривалість перехідного процесу об'єкта становить близько 2,7 с (по входженню в зону ± 2,5% від усталеного значення).

Таким чином, за рахунок підходу, орієнтованого на зниження порядка результуючої системи, було одержано перехідний процес, що є характерним для систем другого порядку, настроєних на технічний оптимум. При цьому порядок самого об'єкта керування перевищує другий.

Запропонований метод синтезу відрізняється від відомих за наступними чинниками:

- дозволяє створювати системи керування об'єктами з характеристичними рівняннями вище другого порядку та передаточними функціями виду (1);

- знижує результуючий порядок системи до другого за рахунок того, що лише пара коренів характеристичного рівняння синтезованої системи відповідатиме за показники якості, а інші m коренів будуть компенсувати вплив чисельника об'єкта.

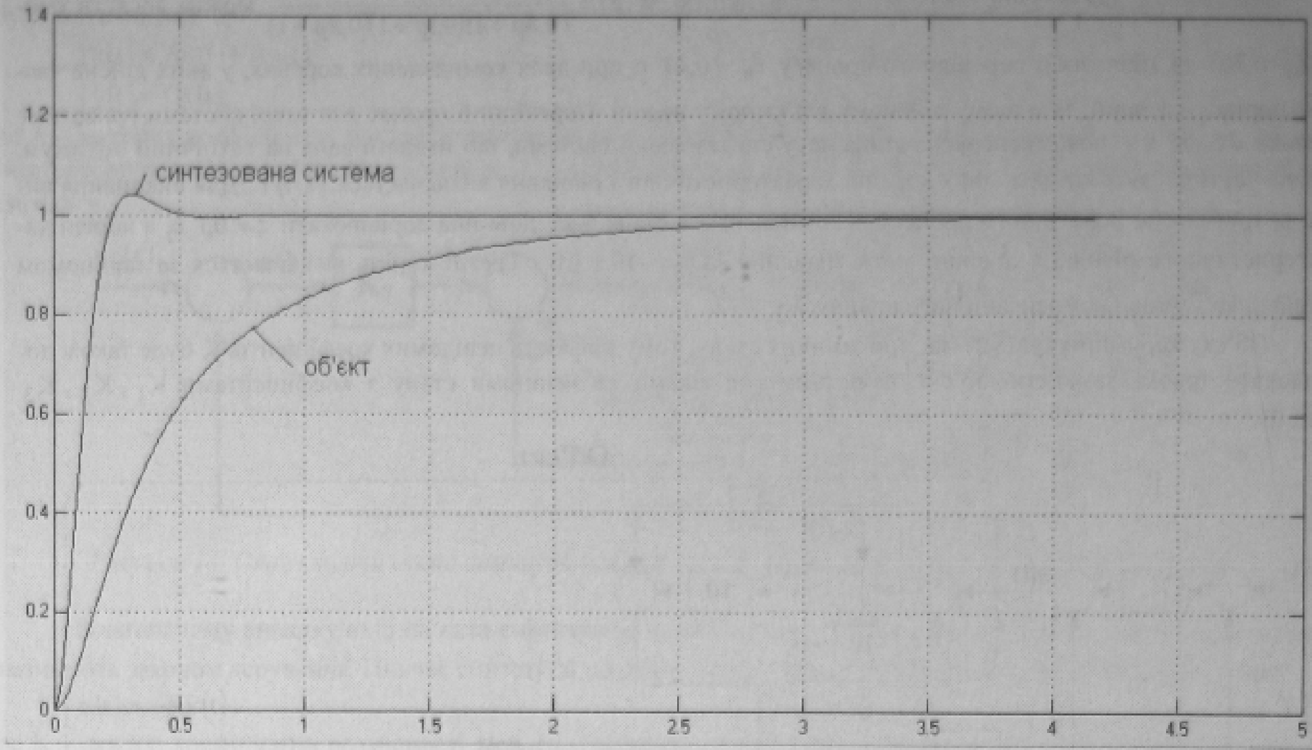

Рисунок 3 – Перехідні процеси об'єкта та синтезованої системи при реакції на одиничну ступінчату дію

Наведений метод може застосовуватись для синтезу систем керування з об'єктами, у яких порядок знаменника n передаточної функції більший за порядок чисельника m. При цьому порядок синтезованої системи становитиме $(n-m)$ і за якість також відповідатимуть $(n-m)$ коренів системи.

Висновки. Наведена методика відрізняється способом вибору коренів бажаного характеристичного рівняння та дозволяє теоретично нескінченно збільшити швидкодію системи без погіршення показників якості. Головною перевагою розрахунків за наведеним алгоритмом синтезу є легкість його програмної реалізації для виконання розрахунків за допомогою комп'ютера. Зокрема, MATLAB має вбудовану функцію acker, що автоматично розраховує коефіцієнти K, виконуючи досить складні матричні розрахунки.

ЛІТЕРАТУРА

1. Филлипс Ч., Харбор Р. Системы управления с обратной связью. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 616с.

2. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування. - К.: Либідь,1997. – 544с.

3. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т1. Линейные системы. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.